

A-18

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



392/2-74

4/11-74

P11 - 7494

Р.О.Авакян, А.А.Армаганян, С.М.Дарбинян,
В.И.Кочкин, Г.А.Ососков, И.И.Шелонцев,
Н.Ю.Ширикова

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА
И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОТОНОВ,
ПРОШЕДШИХ ТОЛСТЫЙ МОНОКРИСТАЛЛ КРЕМНИЯ

1973

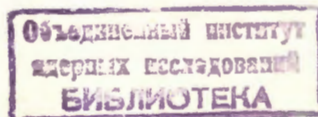
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P11 - 7494

Р.О.Авакян,* А.А.Армаганян,* С.М.Дарбинян,*
В.И.Кочкин, Г.А.Ососков, И.И.Шелонцев,
Н.Ю.Ширикова

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА
И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФОТОНОВ,
ПРОШЕДШИХ ТОЛСТЫЙ МОНОКРИСТАЛЛ КРЕМНИЯ

Направлено в ЯФ



*Ереванский физический институт.

В работах /1,2,3/ предложен метод получения поляризованных фотонов предельной энергии тормозного спектра, основанный на пропускании пучка γ - квантов через толстые монокристаллы. При прохождении монокристалла больших размеров пучок приобретает частичную поляризацию. Величина приобретенной поляризации пропорциональна толщине монокристалла и ощутима для наиболее жесткой части спектра. Однако вместе с приобретением поляризации происходит дробление фотонов высоких энергий и обогащение спектра фотонами малых энергий. Для расчета экспериментов по фоторождению мезонов и резонансов поляризованными фотонами необходимо точное знание энергетической и угловой зависимости используемого фотонного пучка. Подобные вычисления были сделаны для случая, когда частицы больших энергий падают на аморфное вещество толщиной в несколько радиационных длин /4/.

В настоящем сообщении мы приводим результаты вычислений спектра и углового распределения фотонов, прошедших через толстый монокристалл кремния. Предполагалось, что первичный фотонный пучок имеет форму спектра Бете-Гайтлера. При прохождении через кристалл фотонный пучок образует электронно-фотонные ливни, вероятность образования которых зависит от углов влета относительно осей кристаллической решетки. Вычисления проведены по формулам, учитывающим когерентные процессы в тормозном излучении и образовании электронно-позитронных пар в кристалле /5,6/.

Пусть неполяризованный фотонный пучок в виде бете-гайтлеровского спектра $dN(k)/dk$ падает на кристалл кремния под углом θ . Угловое распределение фотонов подчинено закону Гаусса с параметром mc^2/E_0 , где E_0 — энергия электронного ускорителя (5 ГэВ). Учтено, что фотоны выбивают из пучка только за счет образования электронно-позитронных пар, хотя полное сечение поглощения равно:

$$\sigma_{\text{полн}} = \sigma_{\text{ф.эфф}} + \sigma_{\text{к.эфф}} + \sigma_{\text{пар}}$$

Сечения фотоэффекта и комптон-эффекта сильно падают с увеличением энергии фотона. Поэтому сечение поглощения фотонов практически равно сечению образования электронно-позитронных пар. Фотон, влетая в кристалл, имеет некоторую длину свободного пробега $l_{\text{ср}}^{(\text{ф})}$ до первого взаимодействия, и в точке взаимодействия рождается электронно-позитронная пара. Из дифференциального спектра образования пар в кристалле с вероятностью, пропорциональной данному распределению, выбирается энергия одной из частиц, допустим, позитрона. Исходя из закона сохранения энергии $K = E_+ + E_-$ вычисляется энергия второй частицы — электрона. Выбирается среднеквадратичный угол вылета одной из частиц пары из распределения mc^2/k по нормальному закону с таким же параметром Гаусса. Угол вылета второй частицы вычисляется на основании закона сохранения импульса

$$\vec{q} = \vec{K} - \vec{P}_+ + \vec{P}_-,$$

откуда

$$P_+ \cos \theta_+ = K - P_- \cos \theta_- - \delta.$$

Таким образом, проследив судьбу начального фотона, мы определили координату взаимодействия фотона с ядром, энергии и углы электрона и позитрона.

Дальше рассматриваем одну из заряженных частиц, допустим,

электрон. Зная энергию электрона, можно вычислить средний пробег до взаимодействия $l_{\text{ср}}^{(e)}$. Высокоэнергичный электрон отдаст свою энергию в основном на излучение. Ионизационными потерями пренебрегаем. Закон сохранения энергии и импульса имеет вид:

$$E_1 = E_2 + K,$$

$$\vec{q} = \vec{P}_1 - \vec{P}_2 - \vec{K}.$$

Разыграв энергию γ -кванта по плотности вероятности по форме когерентного тормозного спектра, на основе закона сохранения энергии находим энергию вторичного электрона. Угол вылета вторичного электрона разыгрываем по функции распределения Гаусса с параметром mc^2/E_1 , а угол вылета γ -кванта — по закону сохранения импульса

$$K \cos \theta_k = P_1 - P_2 \cos \theta_{p_2} - \delta.$$

Такие последовательные операции проводим до тех пор, пока:

- 1) любая из частиц не достигнет энергии меньше 200 МэВ,
- 2) любая из частиц не выйдет из боковой поверхности кристалла,
- 3) какая-либо из частиц не выйдет из заднего торца кристалла.

В гистограмму заносятся только те фотоны, которые прошли через задний торец кристалла, в нужном угловом интервале, определяемом коллиматором.

Опишем схему расчетов. Фотоны падают на монокристалл кремния под углом к оси $[110]$ $\theta = 8$ мрад. Этот угол выбран исходя из расчетов интегральной асимметрии в образовании пар поляризованными фотонами. Импульс фотона \vec{K} лежит в плоскости $[110][\bar{1}\bar{1}0]$. В расчетах было учтено, что фотоны, взаимодействуя с веществом, образуют только электронно-позитронную пару. Фотоэффектом и комптон-эффектом, а также ионизационными потерями для электронов и позитронов пренебрегаем и учитываем только тормозное излучение.

В дальнейшем α_i означают случайные числа, равномерно распределенные в интервале (0,1). Частица характеризуется следующими параметрами: x, y, z - координаты; l, m, n - направляющие косинусы; E_i - энергия; ν - признак частицы (1 - для фотона, 3 - для электрона или позитрона). В процессе счета вводятся еще два параметра: φ (или α) и θ - углы влета относительно осей кристаллической решетки.

Расчет состоит в следующем:

1. Начало. $x=0, y=0, z=0, l=\sin\theta_0, m=0, n=\cos\theta_0, \theta_0=0,008$ рад, $\varphi=0, \nu=1$. Разыгрывается начальная энергия по спектру падающих фотонов:

$$I_1 = \frac{d\sigma}{dx} = \frac{N\bar{\sigma}}{x} \left\{ [1+(1-x)^2]\Psi_1^a - \frac{2}{3}(1-x)\Psi_2^a \right\};$$

$$\Psi_1^a = 17,2; \quad \Psi_2^a = 18,1.$$

Если $I_1(\alpha_1) > \alpha_2 M$, то $E_0 = \alpha_1 \cdot 5$ (ГэВ), M - максимум I_1 на (0,1).

2. Пробег в кристалле до взаимодействий:

а) для фотонов ($\nu=1$)

$$L = -7,456 \ln \alpha_3;$$

б) для электронов, позитронов ($\nu=3$) пробег разыгрывается по нормальному закону с параметрами α и σ :

$$\alpha = z = 10 \ln 2 \ln \left(\frac{E_0}{E_c \ln 2} + 1 \right),$$

$$\sigma = S = \sqrt{10z \ln 2} \left(1 - \frac{z}{10} \frac{E_c}{E_0} \right), \quad E_c = 40 \text{ МэВ},$$

$$L = \alpha + \sigma \eta,$$

где η распределено нормально с параметрами (0,1);

в) пересчет координат:

$$x_{i+1} = x_i + L l,$$

$$y_{i+1} = y_i + L m,$$

$$z_{i+1} = z_i + L n;$$

г) проверка: вышла ли частица из кристалла, $x^2 + y^2 > R^2$ - вышла через боковую поверхность, $z > 30$ - вышла через задний торец.

3. Взаимодействие.

Сравнение: $\nu=1$ или 3.

а) $\nu=1$. Образование пар.

Определение энергии

$$I_2 = \frac{d\sigma}{dy} = N\bar{\sigma} \left\{ [y^2 + (1-y)^2] \cdot 17,2 + \frac{2}{3} y(1-y) \cdot 18,1 \right\}$$

без когерентных эффектов.

$$M = I_2(0,5) \cdot 1,3.$$

Если $\alpha_4 M < I_2(\alpha_5)$, то

$$E_{i+1}^+ = E_i \cdot \alpha_5,$$

$E_{i+1}^- = E_i - E_{i+1}^+$, если $E_{i+1}^+ < 0,2$, то частица далее не рассматривается.

Определение углов.

$\theta^+ = \bar{\theta} |\eta|$, η - по нормальному закону с параметрами (0,1),

$$\bar{\theta} = \frac{mc^2}{E_i},$$

$$\cos \theta^- = \frac{E_i - E_{i+1}^+ \cos \theta^+ - \delta}{E_{i+1}^-}, \quad \delta_{\text{отн. пар}} = \frac{mc^2}{2E_i} \frac{mc^2}{y(1-y)} \left(1 + \left(\frac{E_i}{mc^2} \theta^+ \right)^2 \right),$$

$$\varphi^+ = 2\pi \alpha_6,$$

$$\varphi^- = \varphi^+ + \pi.$$

Производится пересчет направляющих косинусов.

б) $\nu = 3$. Тормозное излучение.

Определение энергии.

$$I_3 = \frac{d\sigma}{dx} = \frac{N\bar{\sigma}}{x} \left\{ [1 + (1-x)^2] (17,2 + \psi_1^u) - \frac{2}{3} (1-x)(18,1 + \psi_2^u) \right\};$$

$$\psi_1^u = \frac{(2\pi)^2}{\Delta} 4\delta \sum_{n_2=1}^{20} \sum_{n_3=-20}^{20} F \frac{\exp[-A(n_2^2 g_2^2 + n_3^2 g_3^2)]}{(n_2^2 g_2^2 + n_3^2 g_3^2 + \beta^{-2})^2} \frac{n_2^2 g_2^2 + n_3^2 g_3^2}{(n_2 g_2 \cos\alpha + n_3 g_3 \sin\alpha)^2 \theta^2};$$

$$\psi_2^u = \frac{(2\pi)^2}{\Delta} 24\delta^2 \sum_{n_1=1}^{20} \sum_{n_3=-20}^{20} F \frac{\exp[-A(n_1^2 g_1^2 + n_3^2 g_3^2)]}{(n_1^2 g_1^2 + n_3^2 g_3^2 + \beta^{-2})^2} \frac{n_1^2 g_1^2 + n_3^2 g_3^2}{(n_1 g_1 \cos\alpha + n_3 g_3 \sin\alpha)^2 \theta^4};$$

$$\cdot [(n_2 g_2 \cos\alpha + n_3 g_3 \sin\alpha)\theta - \delta];$$

$$F = \left\{ 1 + \exp[i\pi(n_1 + n_2)] + \exp[i\pi(n_2 + n_3)] + \exp[i\pi(n_3 + n_1)] \right\} \left\{ 1 + \right.$$

$$\left. + \exp\left[i\frac{\pi}{2}(n_1 + n_2 + n_3)\right] \right\}^2.$$

На участке $(0,0I; 0,I)$ функция $I_3(x)$ аппроксимируется прямой, а на участке $(0,I; I)$ полагается приближенно константой.

На ЭВМ БЭСМ-6 вычисление $I_3(x)$ в одной точке занимает время ≈ 1 сек, чем и обусловлена такая аппроксимация $\tilde{I}_3(x)$.

По $\tilde{I}_3(x)$ находим E_{i+1}^{δ} .

$E_{i+1}^{\pm} = E_i - E_{i+1}^{\delta}$, если $E_{i+1} < 0,2$, то частица далее не рассматривается.

Определение углов.

$\theta^{\delta} = \bar{\theta} |\eta|$, η - по нормальному закону с параметрами $(0,1)$,

$$\bar{\theta} = \frac{mc^2}{E_i}, \quad \cos\theta^{\pm} = \frac{E_i - E_{i+1}^{\delta} \cos\theta^{\delta} - \delta}{E_{i+1}^{\pm}}, \quad \delta = \frac{mc^2}{2\xi} \frac{mc^2 x}{1-x} \left[1 + \left(\frac{E_i}{mc^2} \theta^{\delta} \right)^2 \right],$$

$$\varphi^{\delta} = 2\pi\alpha_7, \quad \varphi^{\pm} = \varphi^{\delta} + \pi.$$

Пересчет направляющих косинусов.

В заключение отметим, что выбранная нами схема расчета с учетом когерентных явлений, происходящих в монокристалле, хорошо согласуется с экспериментальными измерениями. Расчетная степень поляризации при описанных в работе условиях ($t = 3$ рад. длины, $\theta = 8$ мрад., $E_0 = 5$ Гэв) составляет 18%.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Cabibbo, G. Da Prato, G. De Franceschi, U. Mosco. Phys. Rev. Lett. 9, 270(1962); 27, 979(1963).
2. R.L. Anderson et al.. Phys. Rev. Lett. 25, 1366(1970).
3. Р.О.Авакян, А.А.Армагян, С.М.Дарбинян. Изв. АН Арм. ССР, выпуск 7, № 4 (1972).
4. Völkel. Preprint DESY 65/3.
5. М.Л. Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Издание АН Арм. ССР, Ереван, 1969.
6. G. Diambriani Pallazzi. Rev. Mod. Phys., 40, 611(1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 октября 1973 года.

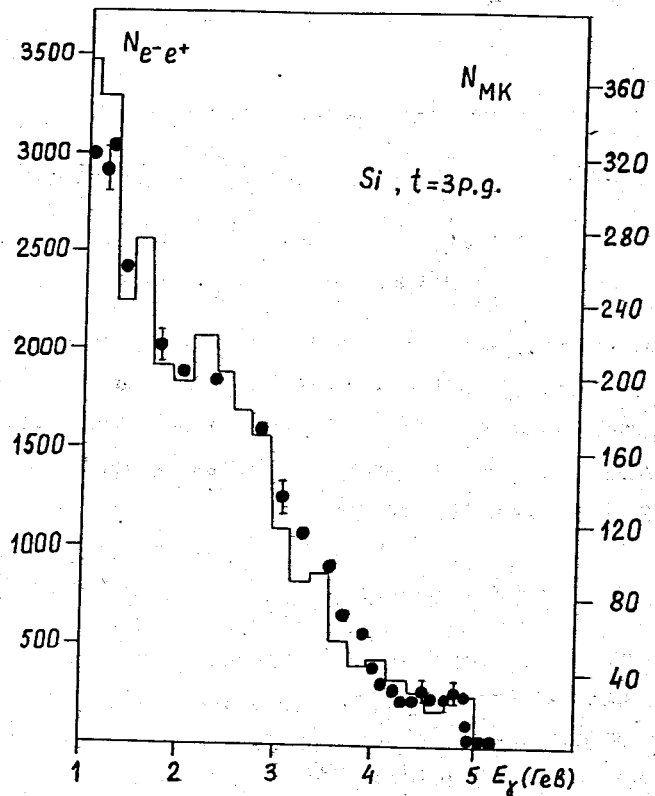


Рис.1. Энергетический спектр фотонов, вышедших из монокристалла кремния толщиной 30 см. Угол влета фотонов относительно оси (110) $\theta = 8$ мрад., $\alpha = 0$. Точками обозначены экспериментальные измерения ($N_{e^-e^-}$). Гистограмма - результат расчета по методу Монте-Карло (N_{MK}).

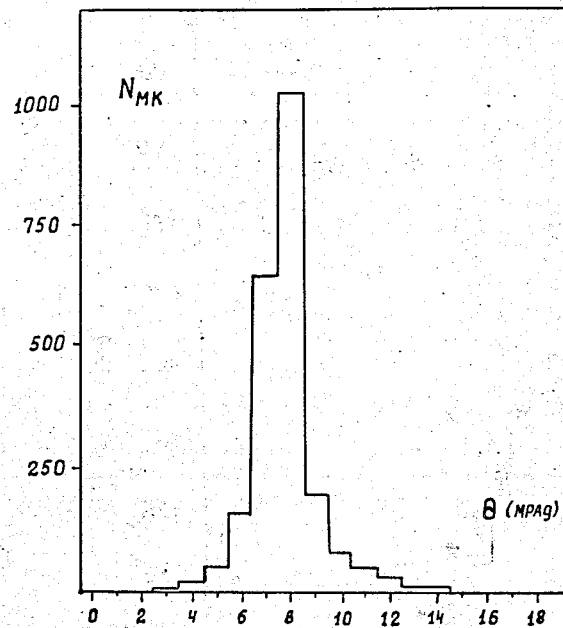


Рис.2. Угловое распределение фотонов, вышедших из монокристалла кремния, относительно оси (110) (расчет по методу Монте-Карло).