

Ц 840  
Г-136

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



179/2-74

14/1-74

P11 - 7299

А.М.Газетова, Е.П.Жидков, А.А.Карлов,  
Ю.В.Катышев, Г.А.Ососков

ПРОГРАММА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
НА ЭВМ ПОВЕДЕНИЯ ПЛОСКОГО  
ЗАРЯЖЕННОГО СЛОЯ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ  
МЕТОДОМ УКРУПНЕННЫХ ЧАСТИЦ  
И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСПЛЕЯ  
ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

P11 - 7299

А.М.Газетова, Е.П.Жидков, А.А.Карлов,  
Ю.В.Катышев, Г.А.Ососков

ПРОГРАММА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
НА ЭВМ ПОВЕДЕНИЯ ПЛОСКОГО  
ЗАРЯЖЕННОГО СЛОЯ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ  
МЕТОДОМ УКРУПНЕННЫХ ЧАСТИЦ  
И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИСПЛЕЯ  
ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

В последние годы для численного моделирования на ЭВМ различных нелинейных плазменных процессов нашел широкое применение /1-10/ метод укрупненных частиц /метод частиц конечного размера, метод заряженных облаков, метод больших частиц/. В этом методе изучается поведение во времени /эволюция/ системы, состоящей из большого числа заряженных сгустков /заряд сгустка  $\gg e$ , где  $e$  - элементарный заряд/, причем плотность заряда одного такого сгустка берется для одномерного случая в виде гауссовского распределения

$$\rho_i(x) = - \frac{\sigma \exp[-(x-x_1)^2 / 2a^2]}{\sqrt{2\pi} a}$$

где  $x_1$  - положение центра  $i$ -го сгустка,  $-\sigma$  - полный заряд сгустка,  $a$  - его полуширина. Обычно используется фурье-образ этого распределения

$$\rho_i(k) = - \frac{\sigma \exp[-(k^2 a^2 / 2) + ik x_1]}{\sqrt{2\pi}}$$

и фурье-образ созданного одним заряженным сгустком электрического поля

$$E_i(k) = - \frac{4\pi\sigma \exp[-(k^2 a^2 / 2) + ik x_1]}{k \sqrt{2\pi}}$$

где  $k$  - волновое число /номер моды/.

Сила, действующая на  $j$ -ю частицу со стороны  $i$ -й частицы,

$$F_{ji} = \int_{-\infty}^{\infty} E_i(x) \rho_j(x) dx =$$

$$= \frac{2\sigma^2 i}{\sqrt{2\pi} a} \int \frac{\exp[ik(x_i - x) - \frac{k^2 a^2}{2} - \frac{(x-x_j)^2}{2a^2}]}{k} dk dx = \quad /1/$$

$$= 2\sigma^2 i \int \frac{e^{ik(x_i - x_j) - k^2 a^2}}{k} dk.$$

Вместо закона сил /1/ берут закон сил, заданный конечной фурье-суммой

$$F_{ji} = F_0 \sum_{-k_{\max}}^{k_{\max}} \frac{[e^{ik(x_i - x_j) - k^2 a^2} - \delta_{n,0}]}{k},$$

где  $k = n k_{\min}$ ,  $n$  - целое число,  $\delta_{n,0}$  - символ Кронекера,  $k_{\min}$  - шаг по  $k$ ,  $F_0 = 2\sigma^2 i k_{\min}$ . Введение максимального волнового числа  $k_{\max}$  отвечает рассмотрению длин волн  $\lambda \geq \frac{2\pi}{k_{\max}}$ . Если  $k_{\max} a > 1$ , то моды  $k > k_{\max}$  не дают большого вклада.

Сила, действующая на  $i$ -ю укрупненную частицу со стороны всех других частиц, равна

$$F_i = m\ddot{x}_i = \sum_{-k_{\max}}^{k_{\max}} \frac{F_0 e^{-k^2 a^2}}{k} [e^{-ikx_i} - \delta_{n,0}] \sum_{j=1}^N e^{ikx_j},$$

где  $m$  - масса укрупненной частицы,  $N$  - полное число укрупненных частиц.

В настоящей работе составлена программа для исследования методом укрупненных частиц поведения плоского заряженного слоя во внешнем поле для одномерного бесстолкновительного случая.

Исходная система уравнений движения имеет вид

$$m\gamma_0 \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{1}{\gamma_0^2} \sum_{-k_{\max}}^{k_{\max}} \frac{F_0 e^{-k^2 a^2}}{k} [e^{-ikx_i} - \delta_{n,0}] \sum_{j=1}^N e^{ikx_j} - \alpha x_i,$$

где  $\gamma_0$  - лоренцовский фактор,  $-\alpha x_i$  - возвращающая сила, действующая на  $i$ -ю частицу со стороны внешнего поля,  $t$  - время,  $i=1,2,\dots,N$ .

Исследуемая система уравнений имеет вид

$$m\gamma_0 \frac{d^2 x_i}{dt^2} = - \frac{4\sigma^2 k_{\min}}{\gamma_0^2} \sum_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{e^{-k^2 a^2}}{k} \times \quad /2/$$

$$\times [\cos k x_i \sum_{j=1}^N \sin k x_j - \sin k x_i \sum_{j=1}^N \cos k x_j] - \alpha x_i,$$

где  $\sigma = N_e e$ ,  $N_e$  - число электронов в одной укрупненной частице,  $e$  - заряд электрона.

Уравнение /2/ удобно представить в безразмерном виде:

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = - \frac{k_{\min}}{\pi N} \sum_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{e^{-k^2 a^2}}{k} (\cos k x_i \sum_{j=1}^N \sin k x_j - \sin k x_i \times$$

$$\times \sum_{j=1}^N \cos k x_j) - \alpha' x_i,$$

где  $\alpha' = \frac{\alpha \gamma_0^2}{4\pi N_e n_e e^2}$  - безразмерная величина,  $n_e$  -

линейная плотность электронов. Здесь и далее за единицу длины принята начальная ширина  $L$  заряженного слоя;

за единицу времени - величина  $\sqrt{\frac{m_e \gamma_0^2}{4\pi n_e e^2}} / m_e$  -

масса покоя электрона/, за единицу волнового числа - величина  $L^{-1}$ .

Для контроля счета использовалось уравнение сохранения полной энергии системы, которое в безразмерном виде таково:

$$\sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{dx_i}{dt} \right)^2 + a' x_i^2 + \frac{k_{\min}}{\pi N} \sum_{j=1}^N \sum_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{e^{-k^2 a^2} \cos k(x_j - x_i)}{k^2} \right] =$$

$$= W = \text{const},$$

а также условие равенства нулю полного импульса частиц.

При расчете использовались следующие численные значения параметров: число электронов в одном укрупненном сгустке  $N_e = 2 \cdot 10^9$ , шаг по волновому числу  $k_{\min} = 1$ ,  $N = 50$  и  $250$ , число удерживаемых мод  $k_{\max} = 10$  и  $50$ , полуширина сгустка  $a = 10^{-3}$ ,  $\gamma_0 = 30$ ,  $a' = 0,1$ .

Вычислительные машины в задаче исследования поведения электронного сгустка методом укрупненных частиц использовались на двух этапах: для расчетов по математической модели и для анализа получаемых результатов в режиме диалога "человек-ЭВМ" с применением графического дисплея /рис. 1/.

Расчеты проводились на ЭВМ CDC -6200, для которой была написана программа, в основу которой положено интегрирование заданной системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага. Учет симметрии начальных условий и, в некоторой степени, специфики решаемой задачи позволил ускорить начальный вариант программы, построенной на базе стандартных библиотечных подпрограмм, более чем в 7 раз.

В начале расчета в качестве исходных данных на перфокартах задаются следующие параметры: число уравнений, число удерживаемых мод, относительная погрешность интегрирования на каждом шаге, начальный шаг интегрирования, а также интервал интегрирования, через который следует запоминать промежуточные результаты для последующего анализа поведения частиц в динамике.

Как показала предварительная оценка рабочих характеристик программы, проведение расчетов даже для небольшого числа частиц требует больших затрат машинного времени, то есть возникает необходимость "счета с продолжением". В созданной программе предусмотрена такая возможность, при этом промежуточные результаты сохраняются на диске ЭВМ CDC -6200 в виде перманентного файла и могут быть использованы в качестве исходных данных при продолжении счета.

Результаты расчета, подлежащие анализу, записываются на магнитную ленту, которая затем переносится на ЭВМ CDC -1604A<sup>/11/</sup>, имеющую в числе внешних устройств графический дисплей и развитое математическое обеспечение к нему<sup>/12-14/</sup>. Используя в качестве средств ведения диалога световой карандаш и клавиатуру пульта пишущей машинки, математик или физик за дисплейным пультом может исследовать в динамике поведение как всей системы укрупненных частиц, так и отдельной частицы, в частности, пометить отдельную частицу и проследить траекторию ее движения на фазовой плоскости.

Отладка программ и методики расчетов проводилась для 50 укрупненных частиц. В качестве начальных данных рассматривался случай равномерного распределения частиц по координате в диапазоне  $\pm 0,5$  при нулевых начальных скоростях. Исследовано поведение такой системы до  $t = 250$  с интервалом вывода данных  $\Delta t = 1$  и относительной погрешностью интегрирования 1%. Счет по окончательной версии программы потребовал 13,5 часов работы центрального процессора ЭВМ CDC -6200. При этом, если для получения промежуточного результата через  $\Delta t = 1$  в начале счета требовалось немногим более 30 сек, то в конце счета для сохранения заданной точности требовалось уже около 3,5 минут, так как выбираемый автоматически шаг интегрирования уменьшился с 0,5 до 0,0625.

Поведение системы частиц представлялось в графическом виде на экране дисплея в системе координат "положение-скорость" /рис. 2/. Оказалось, что поведение системы носит колебательный характер с максимальной координатой отклонения, превышающей исходную /0,5/.

примерно в 9 раз. Период колебаний был равен, примерно, 13. Изучение фазовых траекторий отдельных укрупненных частиц показало, что часть из них совершает колебательное движение с сохранением знака первоначальной координаты, а другие - с переходом из одной фазовой полуплоскости в другую /рис. 3/.

Было начато изучение поведения 250 укрупненных частиц, когда в качестве начальных данных берется равномерное случайное распределение в диапазоне координат  $\pm 0,5$  и диапазоне скоростей  $\pm 0,5$ , полученное методом Монте-Карло. Проведены расчеты до  $t = 21$  с выдачей промежуточных результатов через интервалы  $\Delta t = 0,5$ . В связи с увеличением числа укрупненных частиц с 50 до 250 имело место замедление счета, примерно, в 50 раз. Предварительный анализ также показывает колебательный характер поведения системы и для случая 250 частиц /рис. 4/.

Разработанная и опробованная методика численного моделирования с применением дисплея может быть использована и для других физических задач подобного типа.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность профессору М.Г. Мещерякову за поддержку работы и постоянное внимание, Э.А. Перельштейну за предложенную постановку задачи и интерес к работе, В.В. Галактионову, В.Г. Маханькову и К.В. Ходатаеву за полезные обсуждения.

#### Литература

1. J.M.Dawson, C.G.Hsi, R.Shanny. *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Conference Proceedings, Novosibirsk, 1-7 August 1968, vol. 1, p. 735. International Atomic Energy Agency, Vienna, 1969.*
2. J.Denavit, W.L.Kruer. *Phys. Fluids*, 14, 1782 (1971).
3. W.A.Perkins. *Computer Simulation Experiments, in Methods of Experimental Physics. Ed. Marton L. Vol. 9 - Part A, Plasma Physics, Ed. H.R.Griem and R.H.Lovberg, p. 302, Academic Press, New York and London, 1970.*
4. C.Birdsall, D.Fuss. *J.Computational Phys.*, 3, 494, 1969.
5. De Groot J.S., Katz J.I. *Phys. Fluids*, 16, 401, 1973.

6. *Proc. Fourth Conf. on Numerical Simulation of Plasmas, 1970, Naval Research Lab., Department of the Navy, Washington, D.C., 1971.*
7. С.Г.Алиханов, В.Г.Белан, Г.Н.Кичигин, П.З.Чеботаев. *ЖЭТФ*, 59, 1961, 1970.
8. Ю.С.Сигов, К.В.Ходатаев, Ю.В.Ходырев. *Одномерный численный эксперимент по аномальному сопротивлению бесстолкновительной плазмы. ДАН СССР, 207, 75, 1972.*
9. А.В.Захаров, А.А.Самарский, А.И.Свешников. *Вычислительные методы и программирование. Изд-во МГУ, ХУИ. Сборник работ ВЦ МГУ, 225, 1971.*
10. Ю.Н.Днестровский, Д.П.Костомаров. *Проблемы теории плазмы. Труды конференции по теории плазмы, Киев, 19-23 октября 1971 г., стр. 372, 1972.*
11. А.А.Карлов. *CDC-1604A и организация ввода-вывода на этой машине. Сб. "ЭВМ в экспериментальной физике". ОИЯИ, 10-4226, Дубна, 1968.*
12. А.А.Карлов. *Вопросы математического обеспечения дисплея со световым карандашом и его использование в задачах экспериментальной физики. Автореферат кандидатской диссертации. ОИЯИ, Дубна, 1972.*
13. А.В.Кавченко, А.А.Карлов, Т.Ф.Смолякова. *Программное обеспечение дисплея со световым карандашом на ЭВМ CDC-1604A. ОИЯИ, 11-6176, Дубна, 1971.*
14. А.И.Ефимова, Г.И.Забиякин, А.А.Карлов, А.П.Кретов, И.Н.Кухтина, Ф.В.Левчановский, В.И.Приходько, В.Р.Трубников, Э.В.Шарапова. *ПТЭ, №4, 91, 1971.*

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 июля 1973 года.

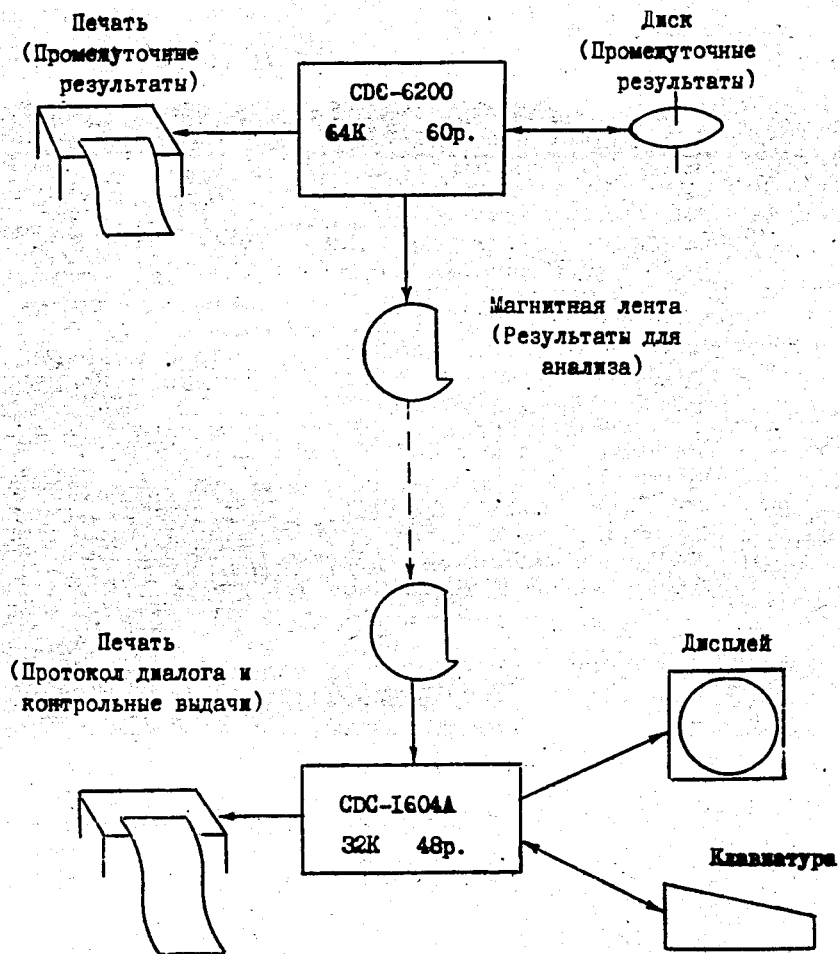


Рис. 1. Использование ЭВМ для расчетов и анализа результатов.

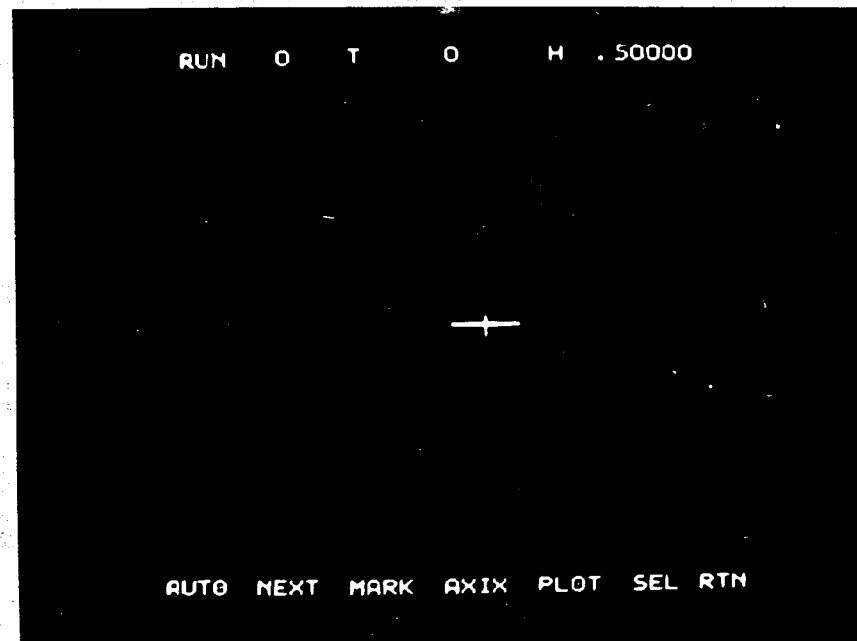


Рис. 2. Начальное распределение 50 частиц на фазовой плоскости.

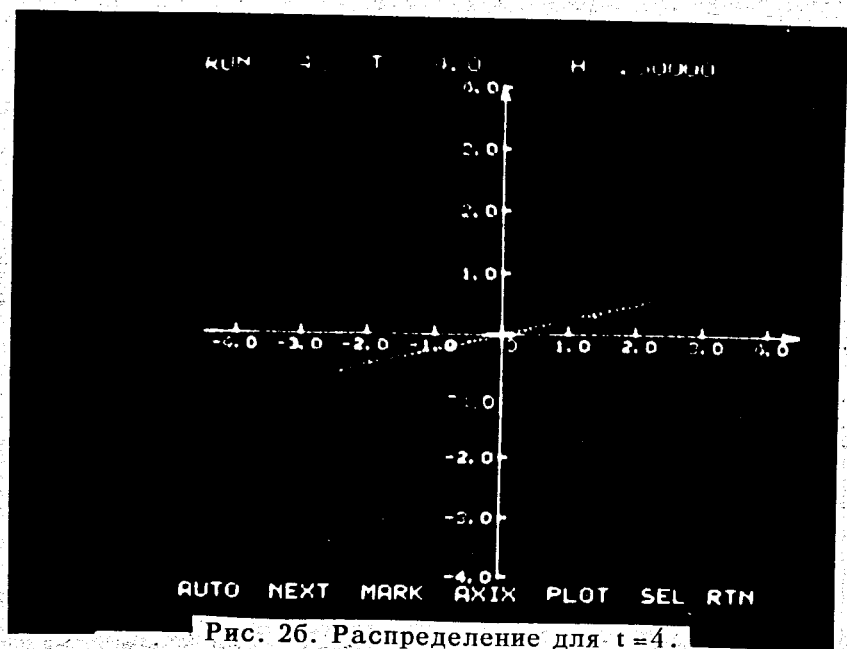


Рис. 26. Распределение для  $t=4$ .

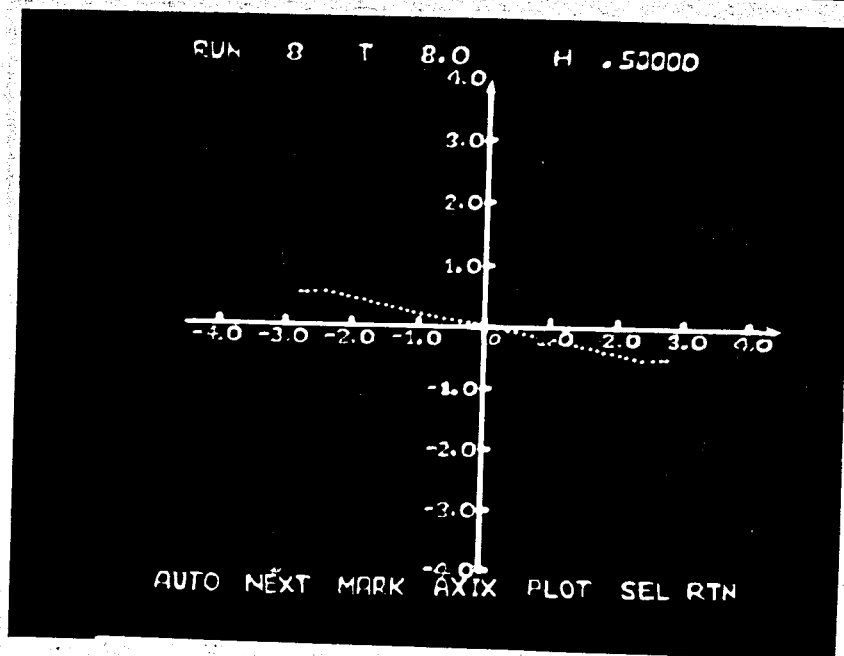


Рис. 2в. Распределение для  $t=8$ .

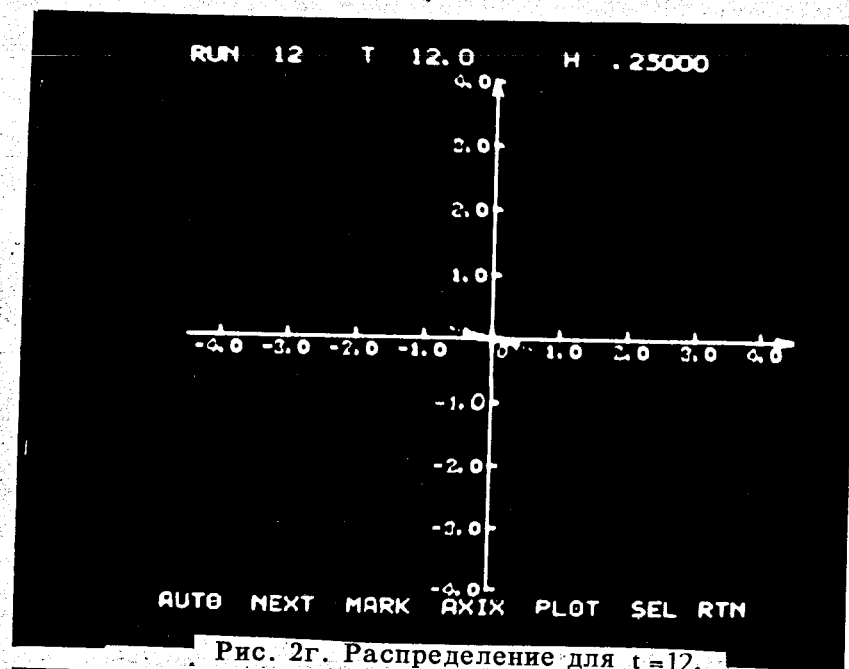


Рис. 2г. Распределение для  $t=12$ .



Рис. 2д. Распределение для  $t=20$  /наблюдается "размазывание" частиц по фазовой плоскости/.



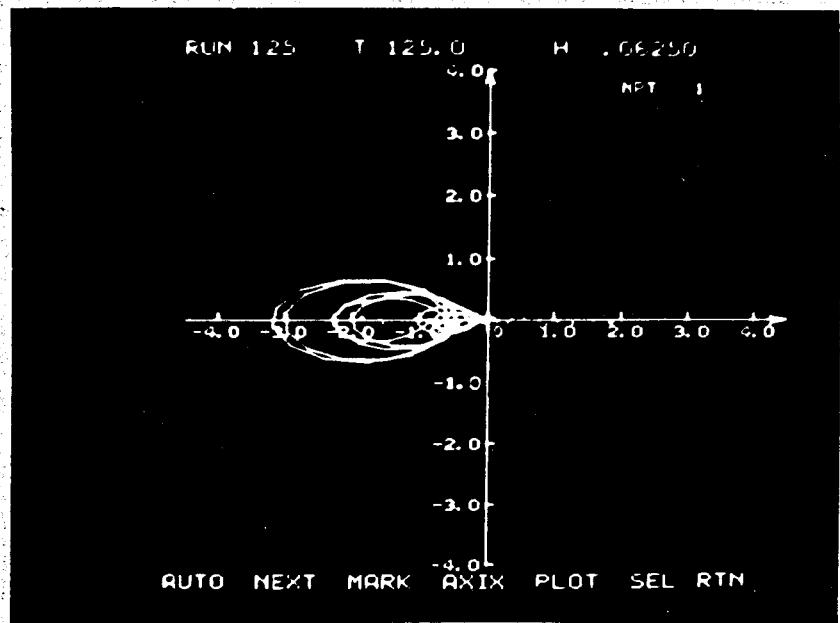


Рис. 3а. Фазовая траектория частицы с начальными координатами  $[-0,5; 0]$  за интервал  $t = 0 \div 125$ .

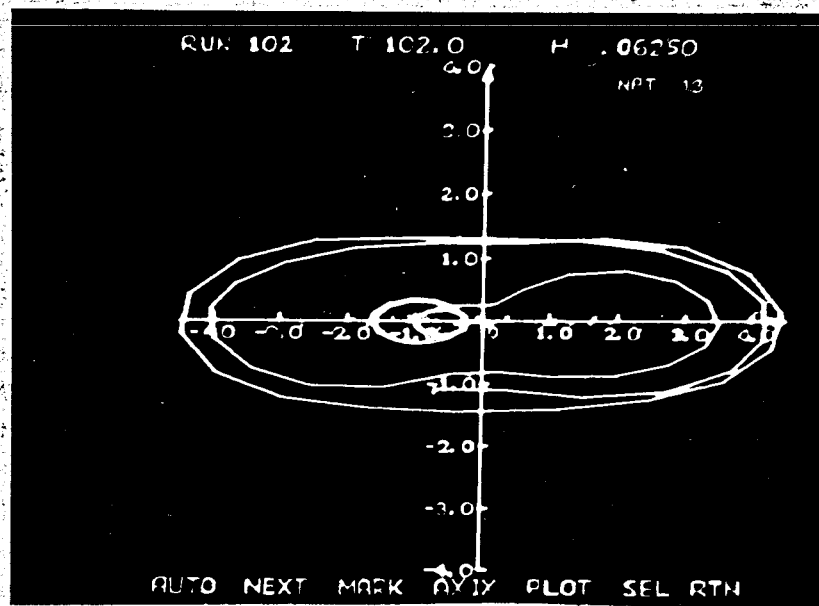


Рис. 3б. Фазовая траектория частицы  $[-0,26; 0]$  за интервал  $t=0 \div 102$ ; наблюдается выход частицы на стационарную траекторию.

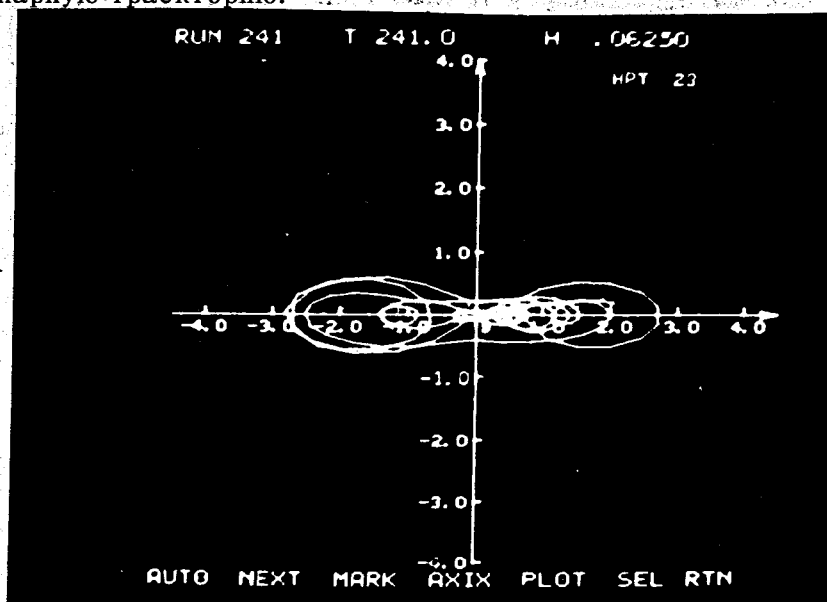


Рис. 3в. Наиболее типичный пример фазовой траектории /частица с начальными координатами  $[-0,06; 0]$ ./

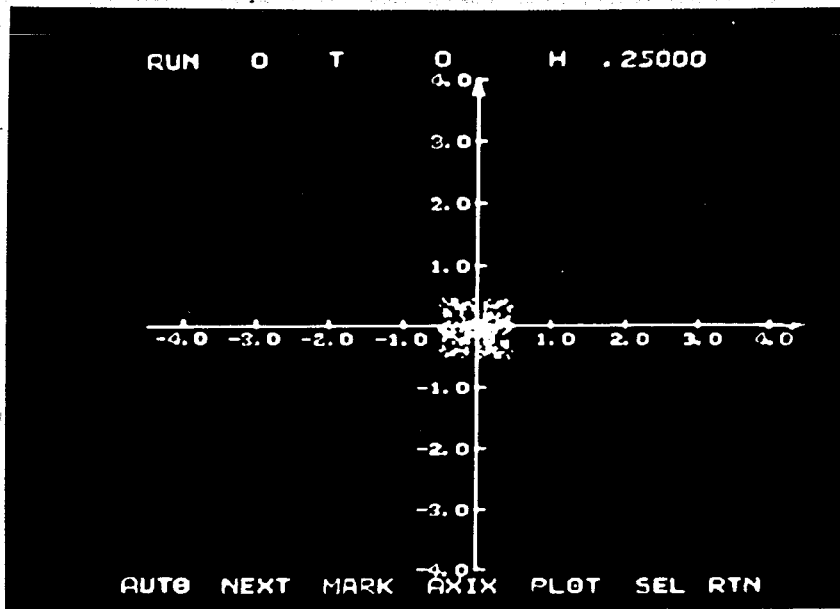


Рис. 4а. Начальное распределение 250 частиц на фазовой плоскости.

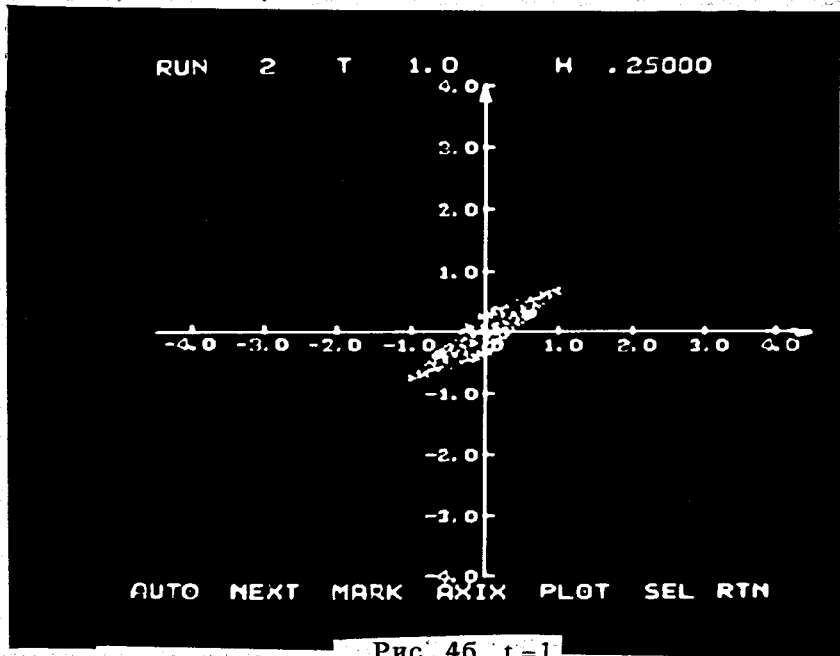


Рис. 4б.  $t=1$

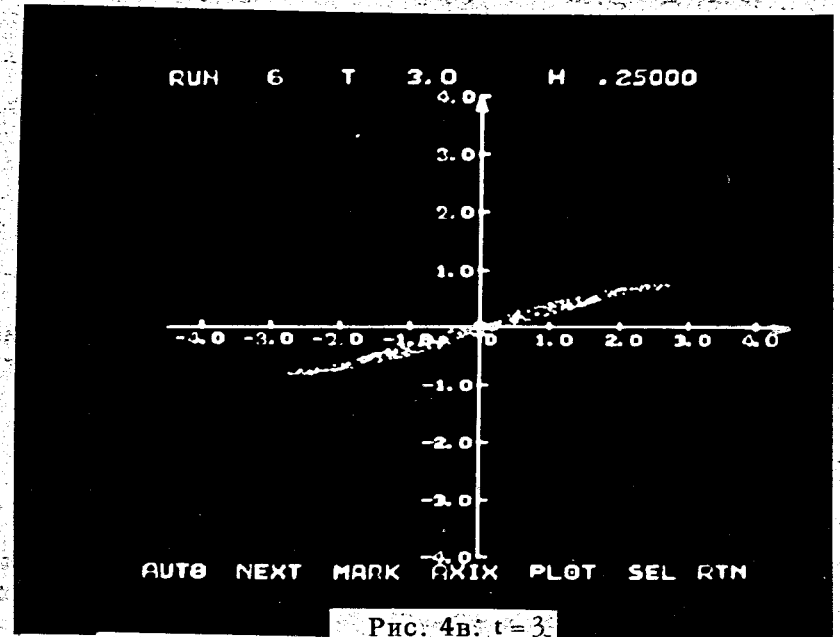


Рис. 4в.  $t=3$

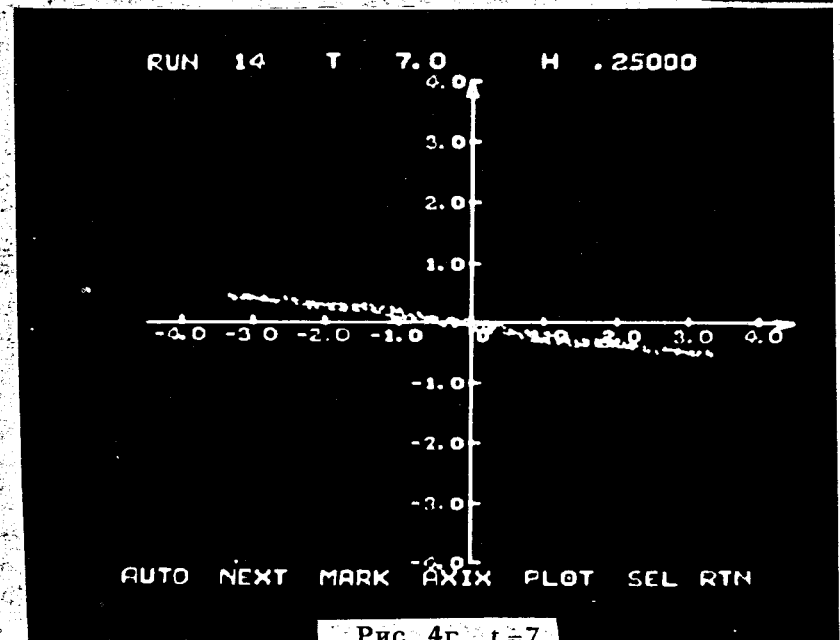


Рис. 4г.  $t=7$

