

3274

Экз. чит. зал

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P11 - 3274



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

Л.А. Кулюкина, Г.А. Ососков, Р.В. Полякова,
Г.Л. Семашко

СТАНДАРТНЫЕ ПРОГРАММЫ,
ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В МЕТОДЕ МОНТЕ-КАРЛО

1967.

P11 - 3274

**Л.А. Кулюкина, Г.А. Ососков, Р.В. Полякова,
Г.Л. Семашко**

**СТАНДАРТНЫЕ ПРОГРАММЫ,
ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В МЕТОДЕ МОНТЕ-КАРЛО**

**СОЮЗНИИИ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
И
АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ**

ЛВРА, 3.2.67

В суббиблиотеку стандартных программ, используемых в методе Монте-Карло (СПМК), входят СП, генерирующие псевдослучайные ^{*)} числа со следующими распределениями: равномерным в отрезке $(0, I)$, нормальным с параметрами 0 и I , показательным и пуассоновским. Кроме этого, сюда включены СП для генерации случайных чисел с законом распределения, заданным в виде произвольной гистограммы, СП, позволяющие для последовательности результатов статистического моделирования построить гистограмму как для случая одномерных, так и многомерных величин. Имеется также СП "размазывания" гистограммы с учетом заданных ошибок эксперимента.

Все СП оформлены в интерпретирующей системе ИС-2 [I]. Для всех СП, генерирующих последовательности случайных чисел, характерно наличие $\langle \xi_0 \rangle$ рабочей ячейки генератора равномерных случайных чисел. В $\langle \xi_0 \rangle$ перед началом счета необходимо записать число $ln 2$ (имеется среди констант ИС-2 в ячейке 7755). При последующей работе $\langle \xi_0 \rangle$ нельзя использовать, эта ячейка сохраняется при обновлениях ИС-2 и повторных вызовах СП.

В случае наличия в программе нескольких СП, генерирующих случайные числа с различными законами распределения, все эти СП должны также пользоваться ячейкой $\langle \xi_0 \rangle$, либо работу этих других СП следует начинать не с $ln 2$, а с другого ξ_0 .

Последовательности случайных чисел, выдаваемые СП библиотеки, проверялись по системе тестов: на совпадение с соответствующим теоретическим законом распределения по критерию χ^2 ,

*) Псевдослучайными называют числа, которые по правилам их получения не являются стохастически независимыми, но удовлетворяют принятым тестам на случайность.

на случайной по критерию серий и т.д. Результаты проверки будут опубликованы в виде отчета и препринтов.

СП № I* - равномерное распределение в отрезке (0,1)

Описание алгоритма

Определим функцию $F(x)$ над целыми положительными числами x следующим сравнением по $\text{mod } 2^{36}$:

$$F(x) \equiv x(2^9 + 1) + 3 \pmod{2^{36}}$$

Очередное псевдослучайное число ξ_{n+1} получается из предыдущего ξ_n с помощью нормализации числа $2^{-36} \cdot F(\xi_n \cdot 2^{36})$, т.е.

$$\xi_{n+1} = F(2^{36} \xi_n) \cdot 2^{-[\log_2 F(2^{36} \xi_n)] - 1},$$

$n = 1, 2, \dots, \xi_0 = \ln 2$

(здесь $[x]$ - целая часть от x).

Периодом получающейся последовательности псевдослучайных чисел называется такое число T , что $\xi_n = \xi_{n+T}$.

При $\xi_0 = \ln 2$ $T = 244\ 638$.

* Нумерация СП условна, в ПТХ ВЦ ОИЯИ эти СП имеют другие номера.

Обращение к СП № I

$x - I$	000	I6	x	750I	76IO
x	00Пз	00	$\langle \xi_0 \rangle$	№ I	d

Здесь x - адрес второй строки обращения, $d' = d + Пз.РА$ - адрес результата, $\langle \xi_0 \rangle$ - рабочая ячейка СП № I, в которую перед первым обращением засылают $\ln 2$ из 7755. $\langle \xi_0 \rangle$ может совпадать с d , в этом случае должно быть $Пз = 0$. Результат, кроме d' , содержится в ячейке 000I.

Характеристика программы

Длина СП ($n - I$)	00II
Количество нестандартных констант	0002
Рабочие ячейки	000I, 0002
Время выполнения счетной части, мксек	I58

СП № I

2000	0 I6 200I 7602 7554	БЗА _I
I.	0 34 20II 000I 0002	
2	0 I3 0002 000I 0002	
3	0 I3 20I0 0002 0002	
4	0 0I 0002 77II 000I	Генерация псевдослучайного числа
5	0 67 7604 0000 2006	
6	0 00 0000 0000 0000	
7	0 I6 7606 7600 760I	Формирование засылки ξ_k $\xi_k \Rightarrow \langle \xi_0 \rangle$
20I0	I 00 0000 0000 0003	
I	I II 0000 0000 0000	БЗР
		Константы

СП № 2 - нормальное распределение

Описание алгоритма

СП № 2 вырабатывает псевдослучайные числа, распределенные с нормальной плотностью

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

с помощью способа, описанного в [2],

$$\eta^* = \eta - \frac{41}{120960} (\eta^5 - 10\eta^3 + 15\eta),$$

где $\eta = 2 \sum_{i=1}^3 \xi_i - 3$, ξ_i равномерно распределены на отрезке (0,1)

Обращение к СП № 2

$x - I$	000	I6	x	750I	76I0
x	00ПЗ	00	$\langle \xi_0 \rangle$	№ 2	α

Здесь x - адрес второй строки обращения, $\alpha' = \alpha + ПЗ$. PA - адрес результата, $\langle \xi_0 \rangle$ - рабочая ячейка СП № 2, куда перед первым обращением засылает $\ln 2$ из 7755. Результат, кроме α' , содержится в 000I.

Характеристика программы

Длина СП ($n - I$) 0026
 Количество нестандартных констант 0003
 Рабочие ячейки 000I + 0004

СП № 2

2000 0I6 200I 7602 7554

I I00 0000 0000 0003

2 034 2024 000I 0002

3 0I3 0002 000I 0002

4 0I3 200I 0002 0002

5 00I 0002 77II 000I

6 00I 0003 000I 0003

7 II2 0002 2002 000I

20I0 026 7756 0003 0003

I 002 0003 7763 0003

2 005 0003 0003 0002

3 002 0002 7760 0004

4 005 0004 0002 0004

5 005 0004 2025 0004

6 002 2023 0004 0004

7 067 7604 0000 2020

2020 000 0000 0000 0000

I 005 0003 0004 000I

2 0I6 7606 7600 760I

3 I00 7753 I3I3 I346

4 III 0000 0000 0000

5 065 5433 3II2 6025

000 0000 0000 0000

БЗА_I

Генератор случайных чисел с равномерным распределением

$$\sum \xi_k$$

$$2 \sum \xi_k$$

$$2 \sum \xi_k - 3 = \eta$$

$$\eta^2$$

$$\eta^2 - 10$$

$$(\eta^2 - 10)\eta^2$$

Формирование 2020

$$\xi_n \Rightarrow \langle \xi_0 \rangle$$

$$\eta^*$$

БЗР

Константы

$$K \sum$$

СП № 3 - показательное распределение

Описание алгоритма

СП № 3 вырабатывает последовательность псевдослучайных чисел η_k ($k=1, 2, \dots$), распределенных с плотностью

$$\rho(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x > 0), \quad (\lambda > 0).$$

с помощью формулы (см. [3])

$$\eta_k = \frac{\ln 2}{\lambda} [\rho_{2k} + \xi_{2k+1} (a \xi_{2k+1} + b)],$$

где ξ_i - случайное число с равномерным распределением,
 ρ_{2k} - число отрицательных единиц в порядке числа ξ_{2k} ,
 $a = 0,34267148$, $b = 1 - a$.

Обращение к СП № 3

$x - I$	000	I6	x	750I	76I0
x	П _I 00	00	$\langle \lambda \rangle$	№ 3	$\langle \xi_0 \rangle$

Здесь x - адрес второй строки обращения, $\langle \lambda \rangle = \langle \lambda \rangle + П_I$. PA - адрес ячейки, содержащей параметр закона распределения λ , $\langle \xi_0 \rangle$ - рабочая ячейка СП № 3, в которую перед первым обращением засылается $\ln 2$ (имеется среди констант ИС-2 в ячейке 7755). Результат выдается в ячейку 0002.

Возможен аварийный останов при $\lambda = 0$.

Характеристика программы

Длина СП ($n - I$)	0027
Количество нестандартных констант	0005
Рабочие ячейки	000I + 0005
Время счетной части, мксек	635

СП № 3

2000	I6 200I 7602 7554	БЗА _I
200I	I6 2002 76II 7554	БЗА ₂
2002	I6 2003 20I6 2022	
2003	66 000I 2025 0003	
2004	74 7523 0003 0003	
2005	I3 2027 0003 0003	
2006	I6 2007 20I6 2022	
2007	05 2023 000I 0004	
20I0	0I 0004 2024 0004	
20II	05 000I 0004 0004	
20I2	0I 0003 0004 0004	
20I3	05 7755 0004 0004	
20I4	04 0004 0002 0002	Засылка результата
20I5	I6 7606 7600 760I	Выход из СП
20I6	34 2026 000I 0005	Генератор случайных равномерных распределенных чисел
20I7	I3 0005 000I 0005	
2020	I3 2025 0005 0005	
202I	0I 0005 77II 000I	
2022	00	
2023	77 5367 I242 7I00	$a = 0,34267148$
2024	I 00 5204 3256 4340	$b = 0,65732852$
2025	I 00 0003	
2026	I II	
2027	I 06	

СП № 4-распределение Пуассона

Описание алгоритма

СП №4 вырабатывает псевдослучайные числа η , распределенные по закону Пуассона

$$p_n = P\{\eta = n\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} \quad (1)$$

Для преобразования последовательности псевдослучайных равномерных чисел ξ в последовательность η , имеющую закон распределения (1), в настроечной части СП вычисляется таблица возрастающих чисел $\{P_n\}$ ($n \leq 44$). Если очередное случайное число ξ удовлетворяет неравенству

$$P_n \leq \xi < P_{n+1},$$

то

$$\eta = \begin{cases} k_0 + \frac{n}{2}, & n < 2k_0, \text{ — четное;} \\ k_0 - \frac{n+1}{2}, & n \leq 2k_0 - 1, \text{ — нечетное;} \\ n, & n \geq 2k_0. \end{cases}$$

Таблица $\{P_n\}$ вычисляется следующим образом:

пусть $k_0 = [\lambda]$ (т.е. P_{k_0} — максимальное из P_k), вероятности P_k располагаются в порядке

$$P_{k_0}, P_{k_0+1}, P_{k_0-1}, \dots, P_0, P_{2k_0+1}, \dots, \quad (2)$$

близком к порядку по убыванию их величин. Если теперь перенумеровать (2) натуральным рядом $i = 0, 1, 2, \dots$ и перейти к последовательностям сумм

$$P_n = \sum_{i=1}^n P_i,$$

то мы получим требуемую таблицу $\{P_n\}$. Максимальная длина таблицы получается при $\lambda = 20$ и равна $n_{max} = 44$, причем

$P_{44} > 1 - 10^{-6}$. Для получения чисел с распределением (1) при $\lambda > 20$ необходимо обратиться к СП №2 и в качестве η взять $[\eta^* \sqrt{\lambda} + \eta^*]$, где $[x]$ — целая часть x , η^* — нормальное число с параметрами (0,1).

Обращение к СП №4

$x - 1 \quad 000 \quad 16 \quad x \quad 7501 \quad 7610$

$x \quad \text{П}100 \quad 00 < \lambda > \text{№} 4 \quad < \xi_0 >$

где x — адрес второй строки обращения,

$< \lambda >$ — адрес ячейки, в которую перед началом счета должно быть заслано значение параметра $\lambda \neq 0$.

Ячейки $< \lambda > \div < \lambda > + 56$, являются рабочими ячейками СП, в них располагается таблица распределения, и их нельзя менять во время счета.

В $< \xi_0 >$ перед первым обращением к СП должно быть заслано число $\eta_1 2$, и ее также нельзя менять.

Результат — случайное число с распределением (1).

Засылается в ячейку 0002.

Характеристика программы

Длина СП ($n - 1$)	0105
Количество нестандартных констант	0005
Рабочие ячейки	0001 + 0005

2000 252 2105 0000 7601 } I 016 2002 7617 7625 }	Блок фиксации
2 016 2003 7602 7554 3 014 0064 7604 0005	БЗА I Сдвиг $\langle \lambda \rangle$ в АП
4 015 2026 0001 0000 } 5 036 2104 2036 2026 }	Проверка λ при повторном обращении
6 032 0000 7626 2007 } 7 000 0000 0000 0000 }	
2010 072 0000 0005 0000 I 074 7750 7607 2011 2 202 7711 0000 0001 3 013 2102 7604 2030	$\langle \lambda \rangle$ на РА $\langle \xi_o \rangle$ в АП - λ Формирование 2030
4 521 0000 7753 0002 5 056 7761 2064 0004 6 472 0000 0005 2076 7 000 0000 0000 0000	Получение $k_o = [\lambda]$ На вычисление p_k Запоминание РА
2020 402 0002 0004 0003 I 076 0000 2023 2017 2 056 2023 2024 2026 3 016 2024 2070 2017 4 401 0002 0004 0003 5 001 0004 7761 0004 6 056 0000 2070 2017 7 402 0004 2101 0000	$k_o - i = k$ Проверка: $k_o > 0$ На вычисление $\sum p_k$ $k_o + i = k$ i На вычисление $\sum p_k$

2030 III 0056 2016 0001 I 452 0000 0000 0001 2 034 7750 0001 0001 3 013 2103 0001 2046 4 032 0000 2035 2007 } 5 016 2036 7633 7601 }	Запоминание числа чисел в таблице Формирование 2046 Блок восстановления
6 072 0000 2011 0000 7 234 2102 0000 0002 }	$\langle \xi_o \rangle$ на РА
2040 213 0002 0000 0002 I 013 2066 0002 0002 2 001 0002 7711 0001 3 072 0000 0005 0000	Генератор случайных чисел $\langle \lambda \rangle$ на РА
4 400 0000 0000 2026 5 202 0001 0004 0000 } 6 151 0000 2045 0001 }	
7 472 0000 0005 0004 }	Запоминание λ для повторного обращения
2050 033 0004 0005 0004 I 013 7751 0004 0002 2 002 0002 7761 0002 3 005 7764 0002 0005 4 402 0002 0005 0003 5 036 0000 2105 2017 6 055 7722 0004 0000 } 7 076 0000 2062 2076 }	Определение $n+1$ $n+1$ в единицах адреса $n+1$ ненормализованное n нормализованное $n/2$ $k_o - n/2$ Проверка на четность

2060 002 0003 7764 0002 $\kappa_0 - \frac{n+1}{2} = \eta$ при n нечетном
 I 056 0000 2063 2076 на БЗР
 2 40I 0002 0005 0002 $\kappa_0 + \frac{n}{2} = \eta$ при n четном
 3 0I6 7606 7600 760I БЗР, уход из СП
 4 0I6 2065 750I 76I0 } $\exp(-\lambda)$
 5 I00 000I 0003 000I }
 6 I00 0000 0000 0003 }
 7 400 0002 0000 0003 } κ

2070 456 000I 2074 0002
 I 404 0000 0003 000I
 2 005 000I 0002 0002
 3 002 0003 776I 0003

4 002 776I 0003 0000
 5 036 0000 207I 0000
 6 000 0000 0000 0000 Восстановление PA
 7 50I 0003 0002 0004 $\sum p_k$

2I00 056 0000 2027 0000

I I00 7777 7530 I650 }
 2 III 0056 20I6 0000 } Константы
 3 I5I 0000 2045 000I }
 4 056 0000 2070 20I7 }
 5 056 0000 2063 2076 }
 6 266 4750 I02I 3347 } $\kappa \Sigma$ - контрольная сумма
 000 0000 0000 0000 }

СП № 5 - построение гистограммы

(Описание алгоритма смотри в [4])

Обращение к программе № 5

$x - I$	I6	x	750I	76I0
x	$\Pi_1 0 \Pi_3$	00	$\langle \eta \rangle$	$N_{сп}$
$x + I$	$\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3$	00	$\langle a \rangle$	$\langle b \rangle$

где x - адрес второй строки обращения;

$\langle \eta \rangle$ - адрес ячейки, в которую засылается случайное число;

$\langle h \rangle$ - адрес ячейки, где находится величина интервала гистограммы Δ ;

$\langle a \rangle \langle b \rangle$ - адреса ячеек конца и начала интервала;

$\langle c \rangle$ - первый адрес массива в $n + 2$ ячейки, где находится гистограмма $(n = E[\frac{b-a}{\Delta}])$.

Характеристика программы

Длина программы ($n - I$) - 0046

Длина счетной части - 00I5

Рабочие ячейки - 000I+0005

СП № 5 - построение гистограммы

2000 I6 20Q5 7602 7554
 I I 0I 4000 4000
 2 3 0I 776I 000I 000I
 3 0I 776I 000I 000I
 4 0I 776I
 5 I6 20Q6 76II 7554
 6 00 760I
 7 00 000I 0004
 20I0 00 0002 0003
 II I6 20I2 7600 7554
 I2 I6 20I3 76II 7554
 I3 02 000I 0002 0005

БЗА_I

Для формирования

БЗА₂

Нуль в 760I

Δ - 0004

γ - 0003

БЗА_I с восст. PA

БЗА₂

b-a

$$n = \frac{b-a}{\Delta}$$

n - в единицах адреса

0 00 0 n n

Π₂=0

Π₂=I

000 0 c c

30I 776I c+I c+I

0I 776I c+n+1 c+n+1

0I 776I c c

I4 04 0005 0004 0005
 I5 4I 775I 0005 0005
 I6 55 0005 7732 0005
 I7 25 0005 200I 0005
 2020 55 76I6 77I7
 2I 36 2023
 22 I3 76I6 752I 76I6
 23 25 76I6 200I 2046
 24 I3 2002 2046 2040
 25 I3 2003 0005 2044
 26 I3 2044 2046 2044
 27 I3 2004 2046 2042

2030 02 0003 0002
 I 36 2042
 2 02 000I 0003
 3 36 2044
 4 02 0003 0002 000I
 5 04 000I 0004 000I
 6 4I 775I 000I 000I
 7 72 000I
 2040 00
 I 56 2045
 2 00
 3 56 2045
 4 00
 5 I6 76I0 7600 760I
 6 00
 5I0 3III 67I4 0440

γ - a

γ < a

b - γ

γ > b

$\frac{\gamma-a}{\Delta}$

3 0I 776I c+I c+I

0I 776I c c

0I 776I c+n+1 c+n+1

Контрольная сумма

СП № 6 - получение случайных чисел с законом распределения, заданным в виде произвольной гистограммы

(Описание алгоритма смотри в [4])

Обращение к СП № 6

$x-I$	16	x	750I	7610
x	$\Pi_1 \Pi_2 0$	52	$\langle a \rangle$	$N_{сп}$
				$\langle \xi_0 \rangle$

где x - адрес второй строки обращения,

$\langle a \rangle' = \langle a \rangle + \Pi_1 \cdot PA$ - адрес числа a - начала интервала гистограммы (a, b).

До начала работы СП гистограмма и необходимая для работы СП информация должна быть размещена в памяти ЭВМ следующим образом:

$\langle a \rangle' + 1$ - адрес Δ - длины интервала гистограммы,

$\langle a \rangle' + 2$ - адрес ячейки, в которой размещен восьмеричный код

0	00	$n - I$	0000	0000
---	----	---------	------	------

где n - число интервалов гистограммы;

$\langle a \rangle' + 3 \div \langle a \rangle' + n + 2$ - адреса ячеек, в которых размещаются значения гистограммы.

$\langle \xi_0 \rangle$ - рабочая ячейка программы, в которую перед началом счета необходимо записать число $ln 2$ (имеется в ячейке 7755 ИС-2) и в дальнейшем нельзя занимать.

$\langle \xi_0 \rangle$ сохраняется при обновлениях ИС-2 и повторных вызовах СП. Другие СП, использующие генератор случайных чисел с равномерным распределением, должны также пользоваться ячейкой $\langle \xi_0 \rangle$, в противном случае работу этих других СП следует начинать не с $ln 2$, а с другого ξ_0 .

Значения признака Π_2 :

$\Pi_2 = I$ - гистограмма заранее просуммирована и отнормирована к виду

$$N_i = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^n V_j} \quad (13)$$

$\Pi_2 = 0$ - гистограмма задана частотами V_i . СП сама приведет гистограмму к виду (13) и сформирует $\Pi_2 = I$ во второй строке обращения в основной программе.

При использовании признака Π_1 для переадресации $\langle a \rangle$ при наличии нескольких гистограмм следует иметь в виду, что константа переадресации не должна быть меньше, чем $\hat{n} + 3$, где \hat{n} - максимальная из длин гистограмм.

Результат - случайное число η с распределением, соответствующим заданной гистограмме, - получается в ячейке 0002.

Если $\sum_{j=1}^n V_j = 0$, то произойдет аварийный останов при делении на ноль.

Характеристика программы

Длина программы ($n - I$)	- 0053
Длина счетной части	- 0024
Количество нестандартных констант	- 0007
Рабочие ячейки	- 0001+0004

СП получения случайных чисел с законом распределения, заданным в виде гистограммы

2000	016	2001	7602	7554	БЗА ₁
2001	055	7607	7730	7607	Стирание КОПа
2002	016	2003	7611	7554	БЗА ₂
2003	013	2052	0002	2034	Формирование
2004	055	7616	7712	0000	Проверка П ₂
2005	076	2013	2027	2033	Обход нормировки при П ₂ = I
2006	072	0000	7610	0000	Формирование П ₂ = I в х
2007	575	7777	7712	7777	
2010	072	0000	0002	0000	<a>' на PA
2011	213	2053	0002	2020	
2012	013	2045	0002	2021	Формирование
2013	052	0000	0000	0000	

2014	013	2046	0002	2015	Формирование
2015	652	0000	0000	2017	
2016	701	0003	0004	0004	
2017	000	0000	0000	0000	Получение суммы $\sum_{j=1}^k y_j$
2020	112	7777	2015	0001	K = 1, 2, ..., n.
2021	204	7761	0003	0004	$[\sum_{j=1}^n y_j]^{-1} = N$
2022	013	2047	0002	2023	Формирование
2023	652	0000	0000	2025	
2024	505	0003	0004	0003	Нормировка
2025	000	0000	0000	0000	
2026	132	0001	2023	7777	
2027	034	2050	0001	0003	Начало генератора случайных чисел (ГС4)

2030	013	0003	0001	0003
2031	013	2051	0003	0003
2032	001	0003	7711	0001
2033	000	0000	0000	0000
2034	202	0001	0003	
2035	151	7777	2034	0001
2036	472	0000	0002	0004
2037	013	7751	0004	0004
2040	016	2041	2027	2033
2041	002	0004	0001	0002
2042	405	0001	0002	0002
2043	401	0000	0002	0002

ξ в 0001
 Выход ГС4
 Определение i , для которого
 $N_{i-1} \leq \xi_1 < N_i$
 <a>' на PA
 Превращение адреса в число i
 ξ_2
 $i - \xi_2$
 $\Delta(i - \xi_2)$
 $a + \Delta(i - \xi_2) \Rightarrow 0002$

2044	016	7606	7600	7601
2045	204	7761	0003	0004
2046	652	0000	0000	2017
2047	652	0000	0000	2025
2050	111	0000	0000	0000
2051	100	0000	0000	0003
2052	202	0001	0003	0000
2053	112	7777	2015	0001
	306	5707	2767	5362

БЗР
 Константы
 Контрольная сумма

СП №7 - размазывание гистограммы

(Описание алгоритма смотри в [4])

Обращение к СП размазывания №7

$x-I$	I6	x	750I	76I0
x	Π_I 0 Π_3	00	$\langle A_I \rangle$	$\langle A_2 \rangle$

где $\langle A_I \rangle$ - первый адрес массива, содержащего исходную гистограмму с параметрами в следующем порядке:

$K_0, K_1, m, n, a, b, V_i (i=1...n)$;

K_1, K_0 - коэффициенты среднеквадратичного отклонения

$$\sigma(y) = K_0 + K_1 y;$$

m - число добавлений в гистограмму;

n - число точек в гистограмме;

a, b - пределы изменения случайной величины, занесенной в гистограмму;

V_i - число значений случайной величины в i - точке;

$\langle A_2 \rangle$ - первый адрес массива в $2(n+m+2)$ ячеек, отведенного под размазанную гистограмму и рабочие ячейки.

Примечание: адреса A_I, A_2 переадресации не подлежат.

Программа работает в режимах:

1. $\Pi_I=0$ - гистограмма, выбирается непосредственно из МОЗУ (в восьмеричном коде);

2. $\Pi_I=I$ - гистограмма с параметрами вводится с перфокарт;

3. $\Pi_3=I$ - размазанная гистограмма печатается;

4. $\Pi_3=0$ - размазанная гистограмма не печатается.

Характеристика программы

Длина СП ($n-I$) -	- 0I73
Длина счетной части	- 0I04
Рабочие ячейки	- 000I+0004

В программе используются стандартные программы 0027, 003I, 0042.

Примечание: Если стандартная программа, описываемая здесь, вводится непосредственно в МОЗУ с 2000, а не вызывается с помощью ИС-2, то к ней можно обратиться без обновления один раз.

СП №7 - размазывание гистограммы

2000	252 2I73 0000 760I	}	Блок фиксации			
I	0I6 2002 76I7 7625					
2	0I6 2003 7573 760I		БЗИ			
3	032 0000 7626 2004	}	Блок запоминания			
4	052 0000 0000 0000					
5	0I3 202I 7604 202I	5 00	A_I	0	2005	
6	000 7607 0000 2003	4 00			A_2	
7	055 7604 77I7 0000					
20I0	036 7604 2020 2002	$\omega = I$	не нужно вводить и переводить			
II	0I3 20I2 7604 20I2	}	I0	A_I	20I2	0
I2	0I0 0000 20I2 0000					
I3	0I4 0050 7604 000I	4 00			A_I	
20I4	0I3 7604 000I 0004	4 00	A_I		A_I	
I5	0I3 20I7 0004 20I7	4 52	A_I	0042	A_I+5	
I6	0I6 20I7 750I 76I0	}	Перевод			
I7	052 0000 0042 0005		параметров K_1, K_0, m, n, a, b			
2020	052 0000 0000 0000	}	Пересылка параметров в раб. ячейки			
2I	500 0000 0000 2005					
22	II2 0005 202I 000I					
23	04I 7750 20I0 20I3	n в един.	I адреса			
24	0I4 0050 20I3 20I5	n в един.	III адреса			
25	055 2002 77I7 0000					
26	036 0000 2033 0000	$\omega = I$	не нужно переводить V_i			
27	0I3 0004 20I5 000I	4 00	A_I	0	$A_I + n$	

2030 013 2032 0001 2032 52 A_{I+6} 0042 A_{I+6+n}

31 016 2032 7501 7610 }
32 052 0006 0042 0005 }

Перевод V_i

33 041 7750 2007 0002 }
34 013 0002 0002 0002 }
35 013 2013 0002 0002 }
36 013 2130 0002 2130 }
37 013 2077 2013 2077 }

Формирование

2040 013 2125 2013 2125 }
41 013 2160 2013 2160 }
42 034 7751 2003 0003 }
43 013 2127 2003 2127 }

2044 013 2161 2003 2161 }
45 013 0003 0002 0002 }
46 014 0050 0002 2015 }
47 013 2162 2015 2162 }

Формирование

2050 013 2122 2002 2122 }
51 013 2153 2002 2153 }
52 013 2154 2002 2154 }
53 013 2111 0002 2111 }
54 013 2141 0002 2141 }
55 013 2075 2015 2075 }

56 055 2003 7717 0000 }
57 036 2171 2063 2002 }

$\omega = 1$ не нужно переводить V_j^*

2060 013 2165 0003 2165

Формирование

61 013 2165 2015 2165

перевода

62 056 0000 2064 0000

63 000 2173 0000 2163

64 002 2012 2011 0001

65 004 0001 2010 2030

66 000 7761 0000 2016

67 052 0000 0000 0000

2070 002 2016 7764 0001

71 005 0001 2030 0001

72 001 2011 0001 0001

73 005 2005 0001 0001

$$\beta - \alpha$$

$$\Delta = \frac{\beta - \alpha}{n}$$

$$i$$

$$(i - \frac{1}{2})$$

$$(i - \frac{1}{2}) \Delta$$

$$\alpha + (i - \frac{1}{2}) \Delta$$

$$K_i [\alpha + (i - \frac{1}{2}) \Delta]$$

2074 001 2006 0001 0001

$$\{K_0 + K_i [\alpha + (i - \frac{1}{2}) \Delta]\}$$

75 105 0001 2172 0002

$$\sqrt{2} \{ \}$$

76 001 7761 2016 2016

$$i+1, \dots$$

77 112 7777 2070 0001

2100 002 0000 2007 2016

$$-m$$

101 052 0000 0000 0000

102 000 0000 0000 2017

$$V_j^*$$

103 001 2016 7761 2016

$$-m+1 = j$$

104 000 7761 0000 2020

$$i$$

105 452 0000 0000 2126

106 002 2016 2020 0001

$$j - i$$

107 001 0001 7764 2021

$$(j - i + \frac{1}{2})$$

2I10 002 000I 7764 2022
 II 400 0002 0000 2023
 I2 452 0000 0000 2I20
 I3 505 202I 2030 202I
 I4 504 202I 2023 202I
 I5 0I6 2II6 750I 76I0 }
 I6 575 202I 003I 2024 }
 I7 II2 000I 2II3 000I
 2I20 052 0000 0000 0000
 2I 002 2024 2025 000I
 22 405 0006 000I 000I
 23 00I 20I7 000I 20I7

$$(j-i-\frac{1}{2})$$

$$\sqrt{x} \{ \} \rightarrow p. \text{ a.}$$

$$(j-i \pm \frac{1}{2}) \Delta$$

$$\frac{(j-i \pm \frac{1}{2}) \Delta}{\sqrt{x} \{ \}} = x_1, x_2$$

Вычисление

$$K(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

PA no i

$$K(x_1) - K(x_2)$$

$$V_i \{ K(x_1) - K(x_2) \}$$

$$\sum_i$$

2I24 00I 776I 2020 2020
 25 II2 7777 2I06 000I
 26 052 0000 0000 0000
 27 I06 0077 20I7 000I
 2I30 II2 7777 2I02 000I
 3I 000 0000 0000 2026
 32 000 776I 0000 2020
 33 052 0000 0000 2027
 34 00I 2007 7764 20I7
 35 002 2007 7764 20I6
 36 00I 20I6 2020 202I
 37 002 20I7 2020 2022

i

PA no j

$$V_j^* = \frac{1}{2} \sum V_i \left\{ K \left[\frac{\Delta(j-i+\frac{1}{2})}{\sqrt{x} \{ \}} \right] - K \left[\frac{\Delta(j-i-\frac{1}{2})}{\sqrt{x} \{ \}} \right] \right\}$$

$$m + \frac{1}{2}$$

$$m - \frac{1}{2}$$

$$m + i - \frac{1}{2}$$

$$m - i + \frac{1}{2}$$

2I40 000 0000 0000 20II
 4I 400 0002 0000 2023
 42 452 0000 0000 2I52
 43 505 202I 2030 202I
 44 70I 202I 20II 202I
 45 504 202I 2023 202I
 46 0I6 2I47 750I 76I0 }
 47 575 202I 003I 2024 }
 2I50 302 776I 2024 2024
 5I II2 000I 2I43 000I
 52 052 0000 0000 0000
 53 005 0006 2024 2024

$$\sqrt{x} \{ \} \rightarrow p. \text{ a.}$$

$$(m \mp \frac{1}{2} \pm i) \Delta$$

$$x'_1, x'_2$$

$$K(x'_1), K(x'_2)$$

2I54 005 0006 2025 2025
 55 00I 2024 2026 2026
 56 00I 2025 2027 2027
 57 00I 776I 2020 2020
 2I60 II2 7777 2I36 000I
 6I 006 0077 2026 0000
 62 006 0077 2027 000I
 63 000 0000 0000 0000
 64 0I6 2I65 750I 76I0 }
 65 052 0000 0027 000I }
 66 032 0000 2I67 2004 }
 67 0I6 2I70 7633 760I }

$$\Sigma_1$$

$$\Sigma_2$$

$$i$$

$$V-m$$

$$V_{m+n+1}$$

$$\text{Перевод } N_j^*$$

$$\text{Блок восстановления}$$

2170	016	7610	7600	7601	Уход в ОП
71	056	7700	7650	7615	
72	101	5520	2363	1500	\sqrt{z}
73	056	0000	2166	0000	
	630	7732	7424	0104	Контрольная сумма

СП № 8 - построение n -мерной гистограммы

Описание алгоритма

Пусть область значений k -мерной случайной точки (x_1, x_2, \dots, x_k) ; которая заносится в гистограмму, заключена в k -мерный куб, имеющий по каждой из k осей границы интервалов $a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3, \dots, a_k b_k$.
 Отрезки $[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_k, b_k]$ разбиты соответственно на n_1, n_2, \dots, n_k интервалов одинаковой длины $h_i = \frac{b_i - a_i}{n_i} \quad (i = 1, 2, \dots, k)$.

Для построения гистограммы необходимо отвести в памяти машины массив из $(n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k + 1)$ ячеек, причем число точек, выходящих за пределы куба, накапливается в первой ячейке этого массива.

Номер ячейки в массиве, куда попадает данная точка, определяется по формуле:

$$\text{entier} \left(\left[\frac{x_1 - a_1}{h_1} \right] + n_1 \left[\frac{x_2 - a_2}{h_2} \right] + \right. \\ \left. + n_1 \cdot n_2 \left[\frac{x_3 - a_3}{h_3} \right] + \dots + n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_{k-1} \left[\frac{x_k - a_k}{h_k} \right] \right).$$

Обращение к программе

$x - I$ I6 x 750I 7610
 x П_I00 52 $\langle d \rangle$ $N_{сп}$ $\langle a_1 \rangle$
 $x + I$ КОП $x - I$ $\langle n \rangle$ $\langle a \rangle$

где x - адрес второй строки обращения;

$\langle d \rangle$ - адрес ячейки, начиная с которой помещается многомерная точка в следующем порядке (x_1, x_2, \dots, x_k) ;

k - размерность точки (восьмеричное число в единицах адреса);

$\langle a_1 \rangle$ - адрес ячейки, начиная с которой помещаются границы интервалов по каждой из осей в следующем порядке:

$(a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3, \dots, a_k, b_k)$;

$\langle n \rangle$ - первый адрес массива, в котором расположены числа делений интервалов по каждой из осей в порядке n_1, n_2, \dots, n_k ;

$\langle a \rangle$ - первый адрес массива в $(n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k + 1)$ ячеек, где находится гистограмма.

Характеристика программы

Длина программы ($n - I$) - 006I
 Длина счетной части - 0024
 Рабочие ячейки - 000I+0004
 Количество нестандартных констант - 00II

2000	I6	200I	7602	7554	БЗА ₁
I	I6	2004	76II	7554	БЗА ₂
2 4	02			000I	} Константы
3	02	000I		0004	
4	54	0II4	0002	760I	
5	I3	760I	000I	760I	} Формирование команд
6	I3	2002	760I	2037	
7	I3	760I	7722	760I	
20I0	I3	2002	760I	2035	
I	54	0II4	000I	760I	
2	I3	760I	000I	760I	
3	I3	2003	760I	204I	
4	I6	2024	7573	760I	БЗИ
5 2	04	0004		0004	} Константы
6 2	05	0002		0002	
7 I	I2		2035	000I	
2020 3	0I	776I	000I	000I	
I	0I	776I			
2				0002	
3		0002	0002		
4	I3	20I5	76I6	2042	
5	I3	20I6	76I6	2046	
6	I3	20I7	7604	2053	
7	54	0II4	7607	760I	

2030	I3	760I	7607	760I		
I	I3	2020	760I	2056		
2	I3	202I	760I	2060		
3		776I		0002		
4	00			0003		
5	0	0	0	0	4 02	$\langle a \rangle \langle a_1 \rangle + I$ 000I
6	76		2060			
7	0	0	0	0	402	$\langle a \rangle \langle a_1 \rangle$ 000I
2040	36		2060			
I	0	0	0	0	02	$\langle a_1 \rangle + I \langle a_1 \rangle$ 0004
2	0	0	0	0	204	0004 $\langle n \rangle$ 0004
3	04	000I	0004	000I		
4	2I	000I	7753	000I		
5	05	000I	0002	000I		
6	0	0	0	0	205	0002 $\langle n \rangle$ 0002
7	0I	000I	0003	0003		
2050	I3	2035	2022	2035		
I	I3	2037	2022	2037		
2	I3	204I	2023	204I		
3	0	0	0	0	II2	$\kappa - I$ 2035 000I
4	6I	0003	775I	0003		
5	72		0003			
6	0	0	0	0	30I	776I $\langle a \rangle + I \langle a \rangle + I$
7	I6	76I0	7600	760I	БЗР	

2060			0I	776I	$\langle a \rangle$	$\langle a \rangle$
I	56		2057			
6	I4	3455	2745	4022	κ	Σ

ЛИТЕРАТУРА

1. БСП под ред. М.О.Шура-Бура, ЦБТИ, Москва, 1961.
2. Н.П.Бусленко, Ю.А.Шрейдер. Метод статистических испытаний. Физматгиз, Москва, 1961.
3. Г.А.Ососков. Генерирование на электронной вычислительной машине случайных чисел с показательным распределением. Препринт ОИЯИ, 2639, Дубна, 1966.
4. Л.А.Кулюкина, Г.А.Ососков. Об использовании гистограмм при статистическом моделировании. Препринт ОИЯИ-3106, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1967 года.