ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P11 - 3106

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

Л.А. Кулюкина, Г.А. Ососков

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГИСТОГРАММ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

1967.

P11-3106

Кулюкина Л.А., Ососков Г.А.

Об использовании гистограмм при статистическом моделировании.

Излагаются следующие алгоритмы:

1. Получение последовательности случайных чисел с законом распределения , заданным в виде гистограммы.
2. Построение гистограммы для последовательности результатов статистического моделирования.
3. "Размазывание" такой гистограммы для учета ошибок эксперимента. Приложены стандартные программы для ЭВМ М-20.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1967.

Kulyukina L.A., Ososkov G.A. P11-3106

On the Use of Histograms in the Statistical Modelling

The following algorithms are described:

1. Obtaining of a random number sequence with a distribution law, given as a histogram.

2. Construction of a histogram for a results sequence of a statistical modelling.

3. "Blurring" of such a histogram for taking into account the experimental errors. Standard programs for EC M-20 are given.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1967.

P11 - 3106

Л.А. Кулюкина, Г.А. Ососков

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГИСТОГРАММ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

I

Метод Монте-Карло часто используется для статистического моделирования сложных физических процессов с целью проверки справедливости теоретических предпосылок по этой модели и получения тех или иных характеристик процесса.

Информация о вероятностном распределении компонент модели обычно имеет вид экспериментальных гистограмм. Результаты моделирования также заносятся в гистограммы, которые потом сравниваются (по критерию χ^2, например) с экспериментальными данными для проверки качества модели или с теоретическими распределениями, если требуется убедиться в справедливости предложений теории.

Таким образом, при статистическом моделировании особенно часто употребляются две процедуры, в каком-то смысле взаимно обратные:

1) получение последовательности случайных чисел $\{\eta_n\}$, имеющих закон распределения, заданный в виде гистограммы;

2) построение гистограмм для данной последовательности $\{\zeta_n\}$ результатов моделирования.

В связи с тем, что процедуры 1 и 2 используются многократно и от скорости их выполнения зависит время, требуемое для обеспечения заданной точности результата, необходимо иметь эти процедуры в виде компактных стандартных программ (СП). В настоящей работе приведены эти СП в кодах ЭВМ М-20, (БЭСМ-3М, БЭСМ-4), оформленные в интерпретирующей системе ИС-2 [1].

Далее при сравнении гистограмм, полученных методом Монте-Карло, с экспериментальными данными следует иметь в виду искажения последних за счет ошибок измерения, ошибок методики эксперимента, аппаратуры и т.д. (см., например, [2]).

Там, где это существенно искажает экспериментальную гистограмму в случае, если закон распределения этих искажений известен и поддается количественной оценке, мы можем учесть их при моделировании с помощью того же метода Монте-Карло. Пусть, например, суммарные искажения имеют нормальное распределение с известной дисперсией σ_{ξ}^2 (которая в общем случае может зависеть от величины результата моделирования η). Для учета искажений ξ мы должны перед занесением в гистограмму результатов прибавить ξ к результатам моделирования η.

В настоящей работе излагается другой метод учета экспериментальных ошибок при моделировании, так называемый метод "размазывания" гистограмм.

Метод основан на том обстоятельстве, что сложению двух случайных величин η и ξ отвечает преобразование их законов распределения – свертка, которую можно проделать только один раз после окончания моделирования, что делает метод существенно более экономичным.

Ниже приводится соответствующая СП "размазывания" гистограммы, оформленная в системе ИС-2.

II

Вышеупомянутые процедуры 1 и 2 выглядят особенно просто в практически наиболее часто употребляемом случае гистограмм с равными интервалами.

Пусть область значений случайной величины η , заносимой в гистограмму, заключена между числами a и b , а отрезок (a, b) разбит на n интервалов одинаковой длины $\Delta = \frac{b-a}{n}$.

Обозначим через ν_i число значений η , удовлетворяющих условию

$$(i-1)\Delta \leq \eta \leq i\Delta \qquad (i = 1, 2, \ldots), \tag{1}$$

т.е. попавших в i-ый интервал гистограммы.

Пусть $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N$.

Для запоминания такой гистограммы в памяти ЭВМ необходимо n ячеек. В случае бесконечной области значений потребуются еще две ячейки: одна – для значений $\eta < a$, другая – для $\eta > b$ (при полубесконечной области значений η достаточно $n + 1$ ячейки).

В результате процедуры 1 мы должны получить число η, равномерно распределенное на отрезке $((i-1)\Delta, \ i\Delta)$, где вероятность появления номера отрезка i равна $\frac{\nu_i}{N}$.

Будем обозначать через $\alpha_k (k=0,1)$ очередное случайное число, равномерно распределенное на отрезке $(0,1)$.

Очевидно, что

$$\eta = a + \Delta(i + \alpha_1). \tag{2}$$

Для розыгрыша номера отрезка i можно воспользоваться известным способом: проверить, выполняется ли соотношение

$$N_{i-1} \leq \alpha_2 < N_i, \tag{3}$$

где

$$N_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{i} \nu_j, \tag{4}$$

Для сокращения времени полезно еще перед началом процедуры 1 перейти от ненормированной гистограммы ν_i к нормированным суммам (4).

Случай неограниченной области значений η можно включить в процедуру 1, взяв вместо a и b $(a-\Delta)$ $(b+\Delta)$. При этом мы пренебрегаем ошибкой, возникающей от замены бесконечных "хвостов" распределения на равномерное распределение в отрезке длины Δ.

Обратная процедура 2 состоит в добавлении единицы к содержимому i-ой ячейки гистограммы всякий раз, когда выполняется соотношение (1) или равноценное ему соотношение

$$\left[\frac{\eta}{\Delta}\right] = i, \tag{1'}$$

где символом $[x]$ обозначена целая часть x.

При наличии значений η, выходящих за интервал (a,b), необходимо до проверки соотношения (1') проверить, не имеем ли мы дело со случаем $\eta > b$ (или $\eta < a$), и, если да, – то учесть этот случай в специальной ячейке гистограммы.

Переходя к процедуре "размазывания" гистограммы, введем дополнительные обозначения:

пусть

$$\phi_y(x) = \frac{1}{\sigma(y)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2(y)}} \quad - \tag{5}$$

нормальная плотность распределения суммарной ошибки измерения ξ в точке $\eta = y$.

В результате "размазывания" в гистограмме слева и справа появятся дополнительные "добавки". Будем считать, что гистограмма вырастет от n до $n + 2m + 2$ интервалов по $m + 1$ ячейке слева и справа от старой гистограммы. Содержимое ячеек после "размазывания" мы обозначим ν_j^*, $j = (-m, \dots 0, \dots, n+m+1)$.

В нашем случае, поскольку мы интересуемся величиной искажения ξ с точностью до Δ - значения интервала гистограммы, мы должны "дискретизировать" распределение ξ, т.е. перейти от плотности (5) к таблице вероятностей, показывающей как "размажется" по близлежащим отрезкам столбик высоты 1 с основанием (0, 1). Часть массы такого столбика, оказавшаяся при размазывании в k -м от середины интервале,будет равна

$$\phi_k = \int_{\Delta(k-½)}^{\Delta(k+½)} \phi_0(x)\,dx \qquad (k = 1, 2, \dots m). \tag{6}$$

Мы ограничимся $m + 1$ интервалом слева и справа от центрального. Тогда

$$\phi_{\pm(m+1)} = \int_{\Delta(m+½)}^{\infty} \phi(x)\,dx. \tag{7}$$

Если имеются η и ξ -две случайные дискретные величины, принимающие значения, кратные Δ, так что $P\{\eta = i\Delta\} = \nu_i \; (i=1,\dots n)$, $P\{\xi = k\Delta\} = \phi_k, \; k = (-(m+1), \dots m+1)$, - то их сумма может принять любое значение от $(-\Delta m)$ до $\Delta(n+m+1)$ и будет равна $j\Delta$ с вероятностью ν_j^*, определяемой законом свертки,

$$\nu_j^* = \sum_{i=1}^{n} \nu_i \phi_{j-i} \quad -(m+1) \le j \le n+m+1. \tag{8}$$

Подставляя сюда значения ϕ_k из (6) и (7) при $k = |j-i|$, получим интересующие нас значения гистограммы после "размазывания". При этом надо учесть зависимость дисперсии в выражении для плотности распределения ξ от индекса, т.е. вместо $\phi_0(x)$ под знаком интеграла в (6), (7) надо взять $\phi_{\Delta|j-i|}(x)$. Кроме того, формулу (8) полезно преобразовать к виду, удобному для вычислений на ЭВМ, в библиотеке СП которой имеется СП-0031, вычисляющая функцию

$$K(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du .$$

С помощью формулы

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du = ½ [1 + K (\frac{x}{\sigma\sqrt{2}})$$

преобразуем (6) и (7) и подставим полученные выражения в (8). Получим следующие формулы для

$$\nu_j^* = ½ \sum_{i=1}^{n} \nu_i \{ K [\frac{\Delta(j-i+½)}{\sqrt{2}\,\sigma(a+\Delta(i-½)}] - K[\frac{\Delta(j-i-½)}{\sqrt{2}\,\sigma(a+\Delta(i-½)}]\}, \quad (9)$$

$$j = (-(m+1), \ldots 0 \ldots n, \ldots (n+m)),$$

$$\nu_{-m}^* = ½ \sum_{i=1}^{n} \nu_i \{ 1 - K [\frac{\Delta(m+i-½)}{\sqrt{2}\,\sigma(a+(i-½)\Delta)}]\}, \quad (10)$$

$$\nu_{m+n+1}^* = ½ \sum_{i=1}^{n} \nu_i \{ 1 - K[\frac{b+\Delta(m-i+½)}{\sqrt{2}\,\sigma(a+(i-½)\Delta)}]\}. \quad (11)$$

Абсолютное значение разности индексов $|j-i|$ в аргументе функции K заменено на разность $j-i$ в силу нечетности K.

В предлагаемой СП "размазывания" гистограммы мы ограничились только линейной зависимостью среднеквадратичного уклонения $\sigma(y)$ от расстояния y до центра размазывания (см. (5)), поскольку в этом случае для задания $\sigma(y)$ достаточно всего двух коэффициентов, k_0 и k_1 :

$$\sigma(y) = k_0 + k_1 y . \qquad (12)$$

В известных авторам случаях [2,3] линейной функции (12) было достаточно для описания $\sigma(y)$.

III

Описание СП построения гистограммы

Обращение к программе

$\kappa - 1$		16	κ	7501	7610
κ	π_1 0 π_3	00	$\langle\eta\rangle$	$N_{сп}$	$\langle h\rangle$
$\kappa + 1$	π_1 π_2 π_3	00	$\langle a\rangle$	$\langle c\rangle$	$\langle b\rangle$

Здесь κ – адрес второй строки обращения,

$\langle\eta\rangle$ – адрес ячейки, в которую засылается случайное число,

$\langle h\rangle$ – адрес ячейки, где находится величина интервала гистограммы Δ,

$\langle a\rangle\langle b\rangle$ – адреса ячеек конца и начала интервала,

$\langle c\rangle$ – первый адрес массива в $n+2$ ячейки, где находится гистограмма $\left[n = \frac{b-a}{\Delta}\right]$.

Характеристика программы

Длина программы ($n - 1$) – 0046,

Длина счетной части – 0015,

Рабочие ячейки – 0001 – 0005.

Описание СП получения случайных чисел

Обращение к СП

$\kappa - 1$		16		7501	7610
κ	π_1 π_2 0	52	$\langle a\rangle$	$N_{сп}$	$\langle\xi_0\rangle$

Здесь κ –адрес второй строки обращения,

$\langle a'\rangle = \langle a\rangle + \pi_1$ РА – адрес числа a –начала интервала гистограммы (a, b).

До начала работы СП гистограмма и необходимая для работы СП информация должны быть размещены в памяти ЭВМ следующим образом:

$\langle a \rangle' + 1$ – адрес Δ –длины интервала гистограммы,

$\langle a \rangle' + 2$ – адрес ячейки, в которой размещен восьмеричный код

0	00	n –1	0000	0000

где n –число интервалов гистограммы,

$\langle a \rangle' + 3 \div \langle a \rangle' + n + 2$ – адреса ячеек, в которых размещаются значения гистограммы.

$\langle \xi_0 \rangle$ – рабочая ячейка программы, в которую перед началом счета необходимо заслать число $\ln 2$ (имеется в ячейке 7755 ИС–2) и в дальнейшем нельзя занимать.

$\langle \xi_0 \rangle$ – сохраняется при обновлениях ИС–2 и повторных вызовах СП. Другие СП, использующие генератор случайных чисел с равномерным распределением, должны также пользоваться ячейкой $\langle \xi_0 \rangle$, в противном случае работу этих других СП следует начинать не с $\ln 2$, а с другого ξ_0.

Значения признака π_2 :

$\pi_2 = 1$ – гистограмма заранее просуммирована и отнормирована к виду

$$N_i = \frac{\nu_i}{\sum\limits_{j=1}^{n} \nu_j} . \qquad (13)$$

$\pi_2 = 0$ – гистограмма задана частотами ν_i. СП сама приведет гистограмму к виду (13) и сформирует $\pi_2 = 1$ во второй строке обращения в основной программе.

При использовании признака π_1 для переадресации $\langle a \rangle$ при наличии нескольких гистограмм следует иметь в виду, что константа переадресации не должна быть меньшей, чем $\hat{n} + 3$, где $\hat{n}$ –максимальная из длин гистограмм.

Результат – случайное число η с распределением, соответствующим заданной гистограмме – получается в ячейке 0002.

Если $\sum\limits_{j=1}^{n} \nu_j = 0$, то произойдет аварийный останов при делении на ноль.

Характеристика программы

Длина программы (n – 1) – 0053 ,

Длина счетной части – 0024,

Количество нестандартных констант – 0007,

Рабочие ячейки – 0001 ÷ 0004.

Обращение к СП размазывания

$к - 1$		16	к	7501	7610
к	π_1 0 π_3	00	$\langle A_1 \rangle$	$N_{сп}$	$\langle A_2 \rangle$

Здесь $\langle A_1 \rangle$ – первый адрес массива, содержащего исходную гистограмму с параметрами в следующем порядке: k_1 , k_0 , m , n , a , b , ν_i $(i = 1, \ldots n)$;

k_1 k_0 – коэффициенты среднеквадратичного уклонения

$$\sigma(y) = k_0 + k_1 y ,$$

m – число добавлений в гистограмму;

n – число точек в гистограмме;

a, b – пределы изменения случайной величины, занесенной в гистограмму;

ν_i – число значений случайной величины в i – точке;

$\langle A_2 \rangle$ – первый адрес массива в 2(n + m + 1) ячеек, отведенного под размазанную гистограмму и рабочие ячейки.

ПРИМЕЧАНИЕ: адреса A_1 , A_2 модификации не подлежат.

Программа работает в режимах:

1. $\pi_1 = 0$ гистограмма, выбираемая непосредствено из МОЗУ (в восьмеричном коде);
2. $\pi_1 = 1$ гистограмма с параметрами вводится с перфокарт;
3. $\pi_3 = 1$ размазанная гистограмма печатается;
4. $\pi_3 = 0$ размазанная гистограмма не печатается.

Характеристика программы

Длина СП (n - 1) - 0173,

Длина счетной части - 0104,

Рабочие ячейки - 0001 - 0004.

В программе используются стандартные программы 0027, 0031, 0042.

ПРИМЕЧАНИЕ: Если стандартная программа, описываемая здесь, вводится непосредственно в МОЗУ с 2000, а не вызывается с помощью ИС-2, то к ней можно обратиться без обновления один раз.

Литература

1. *Библиотека стандартных программ ЦБТИ, Москва, 1961.*
2. *З.М. Косарева, Г.А. Ососков, К.Д. Толстов. Метод обработки экспериментальных данных с помощью суперпозиции нормальных законов. Препринт ОИЯИ, Р-10-3032, Дубна, 1966.*
3. *Д. Нягу. Моделирование методом случайных испытаний условий регистрации и идентификации V_0 - событий в камере Вильсона. ОИЯИ, Б-1-1398, Дубна, 1963.*

Рукопись поступила в издательский отдел
10 января 1967 г.

СП получения случайных чисел с законом распределения, заданным в виде гистограммы

2000	0I6	200I	7602	7554	$БЗА_I$
200I	055	7607	7730	7607	Стирание КОПа
2002	0I6	2003	76II	7554	$БЗА_2$
2003	0I3	2052	0002	2034	Формирование
2004	055	76I6	77I2	0000	Проверка $П_2$
2005	076	20I3	2027	2033	Обход нормировки при $П_2$ = I
2006	072	0000	76I0	0000	Формирование $П_2$ = I в x
2007	575	7777	77I2	7777	
20I0	072	0000	0002	0000	$\langle a \rangle'$ на РА
20II	2I3	2053	0002	2020	Формирование
20I2	0I3	2045	0002	202I	
20I3	052	0000	0000	0000	
20I4	0I3	2046	0002	20I5	Формирование
20I5	652	0000	0000	20I7	
20I6	70I	0003	0004	0004	Получение суммы $\sum_{j=1}^{k} \nu_j$
20I7	000	0000	0000	0000	
2020	II2	7777	20I5	000I	$k = I,2\ldots,n$
202I	204	776I	0003	0004	$\left[\sum_{j=1}^{n} \nu_j\right]^{-1} = N$
2022	0I3	2047	0002	2023	Формирование
2023	652	0000	0000	2025	
2024	505	0003	0004	0003	Нормировка
2025	000	0000	0000	0000	
2026	I32	000I	2023	7777	
2027	034	2050	000I	0003	Начало генератора случайных чисел (ГС4)

2030	0I3	0003	000I	0003	
203I	0I3	205I	0003	0003	
2032	00I	0003	77II	000I	ξ в 000I
2033	000	0000	0000	0000	Выход ГСЧ
2034	202	000I	0003		Определение i, для которого
2035	I5I	7777	2034	000I	$N_{i-1} \leq \xi_1 < N_i$
2036	472	0000	0002	0004	$< a >'$ на РА
2037	0I3	775I	0004	0004	Превращение адреса в число i
2040	0I6	204I	2027	2033	ξ_2
204I	002	0004	000I	0002	$i - \xi_2$
2042	405	000I	0002	0002	$\Delta(i - \xi_2)$
2043	40I	0000	0002	0002	$a + \Delta(i - \xi_2) \Rightarrow$ 0002

2044	0I6	7606	7600	760I	БЗР
2045	204	776I	0003	0004	Константы
2046	652	0000	0000	20I7	
2047	652	0000	0000	2025	
2050	III	0000	0000	0000	
205I	I00	0000	0000	0003	
2052	202	000I	0003	0000	
2053	II2	7777	20I5	000I	
	306	5707	2767	5362	Контрольная сумма

СП построения гистограммы

2000	I6 2005 7602 7554	$БЗА_1$
I	I 0I 4000 4000	
2	3 0I 776I 000I 000I	для формирования
3	0I 776I 000I 000I	
4	0I 776I	
5	I6 2006 76II 7554	$БЗА_2$
6	00 760I	нуль в 760I
7	00 000I 0004	Δ - 0004
20I0	00 0002 0003	ℓ - 0003
II	I6 20I2 7600 7554	$БЗА_I$ с восст. РА
I2	I6 20I3 76II 7554	$БЗА_2$
I3	02 000I 0002 0005	$b - a$
I4	04 0005 0004 0005	$n = \frac{b-a}{\Delta}$
I5	4I 775I 0005 0005	n в ед.
I6	55 0005 7732 0005	0 00 0 n 0
I7	25 0005 200I 0005	0 00 0 n n
2020	55 76I6 77I7	$П_2 = 0$
2I	36 2023	
22	I3 76I6 752I 76I6	$П_2 = I$
23	25 76I6 200I 2046	000 0 C C
24	I3 2002 2046 2040	30I 776I C +I C +I
25	I3 2003 0005 2044	0I 776I $c+n+1$ $c+n+1$
26	I3 2044 2046 2044	
27	I3 2004 2046 2042	0I 776I C C

2030	02 0003 0002	$r - a$			
I	36 2042	$r < a$			
2	02 000I 0003	$b - r$			
3	36 2044	$r > b$			
4	02 0003 0002 000I	$r - a$			
5	04 000I 0004 000I	$\frac{r - a}{\Delta}$			
6	4I 775I 000I 000I				
7	72 000I				
2040	00		3 0I 776I	c + I	c + I
I	56 2045				
2	00		0I 776I	c	c
3	56 2045				
4	00		0I 776I	$c + n + 1$	$c + n + 1$
5	I6 76I0 7600 760I				
6	00				
	5 I0 3III 67I4 0440		Контрольная сумма		

СП размазывания гистограммы

2000	252	2I73	0000	760I	Блок фиксации
I	0I6	2002	76I7	7625	
2	0I6	2003	7573	760I	БЗИ
3	032	0000	7626	2004	
4	052	0000	0000	0000	Блок запоминания
5	0I3	202I	7604	202I	5 00 A_I 0 2005
6	000	7607	0000	2003	4 00 A_2
7	055	7604	77I7	0000	ω =I не нужно вводить и переводить
20I0	036	7604	2020	2002	
II	0I3	20I2	7604	20I2	I0 A_I 20I2 0
I2	0I0	0000	20I2	0000	
I3	0I4	0050	7604	000I	4 00 A_I

20I4	0I3	7604	000I	0004	4 00 A_I A_I
I5	0I3	20I7	0004	20I7	4 52 A_I 0042 $A_I + 5$
I6	0I6	20I7	750I	76I0	Перевод параметров K_1, Ko, m, n, a, b
I7	052	0000	0042	0005	
2020	052	0000	0000	0000	Пересылка параметров в раб.ячейки
2I	500	0000	0000	2005	
22	II2	0005	202I	000I	
23	04I	7750	20I0	20I3	n в един. I адреса
24	0I4	0050	20I3	20I5	n в един. III адреса
25	055	2002	77I7	0000	
26	036	0000	2033	0000	ω = I не нужно переводить v_i
27	0I3	0004	20I5	000I	4 00 A_I 0 $A_I + n$

2030	0I3	2032	000I	2032	52 $A_I + 6$ 0042 $A_I + 6 + n$
3I	0I6	2032	750I	76I0	Перевод ν_i
32	052	0006	0042	0005	
33	04I	7750	2007	0002	
34	0I3	0002	0002	0002	
35	0I3	20I3	0002	0002	Формирование
36	0I3	2I30	0002	2I30	
37	0I3	2077	20I3	2077	
2040	0I3	2I25	20I3	2I25	
4I	0I3	2I60	20I3	2I60	
42	034	775I	2003	0003	
43	0I3	2I27	2003	2I27	

2044	0I3	2I6I	2003	2I6I	
45	0I3	0003	0002	0002	
46	0I4	0050	0002	20I5	
47	0I3	2I62	20I5	2I62	Формирование
2050	0I3	2I22	2002	2I22	
5I	0I3	2I53	2002	2I53	
52	0I3	2I54	2002	2I54	
53	0I3	2III	0002	2III	
54	0I3	2I4I	0002	2I4I	
55	0I3	2075	20I5	2075	
56	055	2003	77I7	0000	
57	036	2I7I	2063	2002	$\omega = I$ не нужно переводить ν_j^*

2060	0I3	2I65	0003	2I65	Формирование перевода
6I	0I3	2I65	20I5	2I65	
62	056	0000	2064	0000	
63	000	2I73	0000	2I63	
64	002	20I2	20II	000I	$b - a$
65	004	000I	20I0	2030	$\Delta = \frac{b-a}{n}$
66	000	776I	0000	20I6	i
67	052	0000	0000	0000	
2070	002	20I6	7764	000I	$i - \frac{1}{2}$
7I	005	000I	2030	000I	$(i - \frac{1}{2})\Delta$
72	00I	20II	000I	000I	$a + (i - \frac{1}{2})\Delta$
73	005	2005	000I	000I	$K_1 [a + (i - \frac{1}{2})\Delta]$

2074	00I	2006	000I	000I	$\{K_0 + K_1 [a + (i - \frac{1}{2})\Delta]\}$
75	I05	000I	2I72	0002	$\sqrt{2}\{\ \}$
76	00I	776I	20I6	20I6	$i + 1, \ldots$
77	II2	7777	2070	000I	
2I00	002	0000	2007	20I6	$-m$
I0I	052	0000	0000	0000	
I02	000	0000	0000	20I7	
I03	00I	20I6	776I	20I6	$-m + 1 = j$
I04	000	776I	0000	2020	i
I05	452	0000	0000	2I26	
I06	002	20I6	2020	000I	$j - i$
I07	00I	000I	7764	202I	$j - i + \frac{1}{2}$

2II0	002	000I	7764	2022	$j - i - \frac{1}{2}$
II	400	0002	0000	2023	$\sqrt{2}\{\ \}$
I2	452	0000	0000	2I20	
I3	505	202I	2030	202I	$(j - i \pm \frac{1}{2})\Delta$
I4	504	202I	2023	202I	$\frac{(j-i\pm\frac{1}{2})\Delta}{\sqrt{2}\{\ \}} = x_1,\ x_2$
I5	0I6	2II6	750I	76I0	Вычисление
I6	575	202I	003I	2024	$K(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-u^2}du$
I7	II2	000I	2II3	000I	
2I20	052	0000	0000	0000	RA по i
2I	002	2024	2025	000I	$K(x_1) - K(x_2)$
22	405	0006	000I	000I	$V_i\{K(x_1) - K(x_2)\}$
23	00I	20I7	000I	20I7	$\sum_i$

2I24	00I	776I	2020	2020	$\cdot i$
25	II2	7777	2I06	000I	
26	052	0000	0000	0000	RA по j
27	I06	0077	20I7	000I	$N_j^* = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} V_i \left\{K\left[\frac{\Delta(j-i+\frac{1}{2})}{\sqrt{2}\{\ \}}\right] - K\left[\frac{\Delta(j-i-\frac{1}{2})}{\sqrt{2}\{\ \}}\right]\right\}$
2I30	II2	7777	2I02	000I	
3I	000	0000	0000	2026	
32	000	776I	0000	2020	
33	052	0000	0000	2027	
34	00I	2007	7764	20I7	$m + \frac{1}{2}$
35	002	2007	7764	20I6	$m - \frac{1}{2}$
36	00I	20I6	2020	202I	$m + i - \frac{1}{2}$
37	002	20I7	2020	2022	$m - i + \frac{1}{2}$

2I40	000	0000	0000	20II	$\sqrt{2}\{\ \}$
4I	400	0002	0000	2023	
42	452	0000	0000	2I52	$(m \mp \frac{1}{2} \pm i)\Delta$
43	505	202I	2030	202I	
44	70I	202I	20II	202I	$x_1',\ x_2'$
45	504	202I	2023	202I	
46	0I6	2I47	750I	76I0	$K(x_1'),\ K(x_2')$
47	575	202I	003I	2024	
2I50	302	776I	2024	2024	
5I	II2	000I	2I43	000I	
52	052	0000	0000	0000	
53	005	0006	2024	2024	

2I54	005	0006	2025	2025	$\sum_1',\ \sum_2'$
55	00I	2024	2026	2026	
56	00I	2025	2027	2027	$V^{*}_{-m} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} V_i \left\{1 - K\left[\frac{\Delta(m+i-\frac{1}{2})}{\sqrt{2}\{\ \}}\right]\right\}$
57	00I	776I	2020	2020	$V^{*}_{m+n+1} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} V_i \left\{1 - K\left[\frac{b+\Delta(m-i+\frac{1}{2})}{\sqrt{2}\{\ \}}\right]\right\}$
2I60	II2	7777	2I36	000I	
6I	006	0077	2026	0000	
62	006	0077	2027	000I	
63	000	0000	0000	0000	
64	0I6	2I65	750I	76I0	Перевод V_j^*
65	052	0000	0027	000I	
66	032	0000	2I67	2004	Блок восстановления
67	0I6	2I70	7633	760I	

2I70	0I6	76I0	7600	760I	Уход в СП
7I	056	7700	7650	76I5	
72	I0I	5520	2363	I500	$\sqrt{2}$
73	056	0000	2I66	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	

626	7732	7424	0I04	Контрольная сумма
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	
000	0000	0000	0000	