

2222/2-79



сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

С345с
жс-696

11/VI-79

P11 - 12324

Е.П.Жидков, Р.В.Полякова, И.А.Шелаев

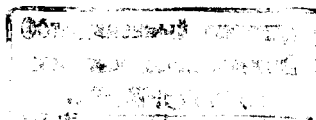
РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ДИПОЛЯХ
ТИПА "ОКОННОЙ РАМЫ"

1979

P11 - 12324

Е.П.Жидков, Р.В.Полякова, И.А.Шелаев

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ДИПОЛЯХ
ТИПА "ОКОННОЙ РАМЫ"



Жидков Е.П., Полякова Р.В., Шелаев И.А.

P11 - 12324

Расчет магнитного поля в сверхпроводящих диполях типа "оконной рамы"

Конечно-разностный метод решения краевой задачи для нелинейного дифференциального уравнения в частных производных эллиптического типа используется для численного расчета магнитного поля в сверхпроводящих (СП) диполях типа "оконной рамы". Многочисленные расчеты показали, что расчетное поле с точностью 1% совпадает с экспериментально измеренным магнитным полем. Это оказывается достаточным для изучения влияния различных конструктивных параметров магнита на величину и форму поля. Численные расчеты послужили основой при создании моделей вышеуказанных магнитов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Zhidkov E.P., Polyakova R.V.,
Shelayev I.A.

P11 - 12324

Calculation of the Magnetic Field
in Superconducting Dipoles of the
"Window-Frame" Type

A finite-differential method of solving differential equations in partial derivatives of the elliptic type is used for numerical calculation of the magnetic field in superconducting dipoles of the "window-frame" type. The obtained results are compared with experimental data. The comparison shows that the system of "POISSON" programs, by which numerical calculations have been performed, allows one to determine the value and distribution of the magnetic field in superconducting magnets at a rather high field levels for iron with the 1% precision. Numerical calculations served as a basis for constructing models of pulsed superconducting magnets.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubno 1979

Введение

В сверхпроводящих диполях типа "оконной рамы" форма поля на уровне 20 кЭ и выше во многом определяется намагниченностью железа ярма. В процессе проектирования таких магнитов поля в них детально изучались на ЭВМ с помощью вычислительной системы программ POISSON^{2-3/}. Результаты этих вычислений и сравнение их с экспериментальными данными приводятся в данной работе.

I. Описание некоторых аспектов вычислительной программы

Распределение магнитного поля \vec{H} в апертуре магнита, как известно, задается уравнением Максвелла

$$\text{rot} \vec{H} = 4\pi \vec{J}, \quad (I)$$

где \vec{J} - плотность тока в сверхпроводящей обмотке.

Используя соотношения

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$$

и

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A},$$

находим уравнение

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = 4\pi \vec{J}, \quad (2)$$

определяющее векторный потенциал \vec{A} .

Величина относительной магнитной проницаемости μ для воздуха равна 1, а в ярме зависит от величины магнитной индукции \vec{B} .

Зависимость $\mu(B)$ задавалась в виде таблицы, график ее приводится на рис.1.

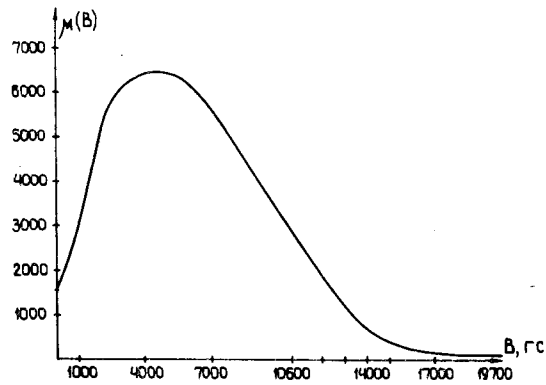


Рис.1. Магнитная проницаемость электротехнической стали.

Среди численных методов решения нелинейного уравнения эллиптического типа (2) большое распространение получил метод конечных разностей^{4/}, который позволяет найти решение в точках сетки, покрывающей заданную расчетную область. Достаточно полная постановка задач численного анализа полей нелинейных магнитных систем дана в работе^{5/}.

Уравнение Пуассона (2) в декартовой системе координат для плоского случая имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -4\pi j(x, y). \quad (3)$$

Система программ POISSON позволяет находить решение нелинейного уравнения Пуассона (3) в двумерном случае, то есть в предположении, что магнит имеет бесконечную длину, причем на границе области решения задается значение потенциала A или нормальной производной $\frac{\partial A}{\partial n}$. Поперечное сечение СП магнита, которое представляет расчетную область краевой задачи для уравнения (3) в двумерном случае, показано на рис.2.

Модифицированная система программ POISSON^{3/} поставлена на ЭЕМ CDC-6500 с учетом возможностей математического обеспечения этой машины и различий языка COMPASS. Она использует конечно-разностную аппроксимацию уравнения (3) на сетке, состоящей из

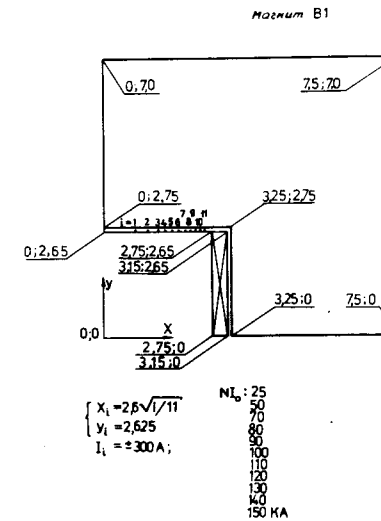


Рис.2. Поперечное сечение СП магнита В1.

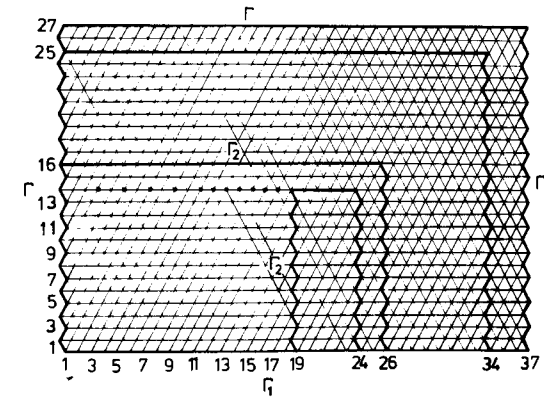


Рис.3. Логическая диаграмма СП магнита В1. Γ - внешняя граница области, в которой находится решение уравнения Пуассона, Γ_1 - медианная плоскость, Γ_2 - границы раздела областей.

треугольников общего вида. В качестве исходной информации для построения расчетной сетки задается логическая диаграмма (рис.3) для рассчитываемой геометрии магнита (рис.2).

В качестве граничных условий для расчета магнитных полей СП диполей (рис.2,3) задавались:

$$\begin{aligned} A/r &= 0 && \text{на внешней границе области,} \\ \frac{\partial A}{\partial \vec{n}} / r_1 &= 0 && \text{на медианной плоскости.} \end{aligned}$$

На границе раздела областей выполнялись условия сопряжения решения:

$$\left. \begin{aligned} \vec{t} \cdot \text{grad} A \\ \text{и} \\ \frac{1}{\mu} \cdot (\vec{n} \cdot \text{grad} A) \end{aligned} \right\} - \text{непрерывны,}$$

где \vec{t} - вектор касательной к поверхности железа, \vec{n} - вектор нормали к медианной плоскости.

Система программ POISSON обладает также следующими свойствами:

1. Геометрия рассчитываемой магнитной системы задается при помощи нерегулярной треугольной сетки, состоящей максимально из 1200 точек, что определяется памятью ЭВМ. Разностные уравнения на построенной сетке решаются методом последовательной точечной верхней релаксации.

2. Рассчитываются магниты любой формы: симметричные, несимметричные и обладающие аксиальной симметрией.

3. Любое распределение токовых источников может быть учтено в расчетах.

4. Рассчитывается запасенная магнитная энергия как в воздушной области, так и в области железа.

5. Допускается применение неоднородных граничных условий типа Дирихле.

6. Возможен расчет задач с постоянной магнитной проницаемостью.

В системе программ имеется выход на экран INTERCOM а для высвечивания расчетной сетки области и распределения эквипотенциалей полученного поля, что значительно облегчает решение задачи, так как позволяет визуально выбирать оптимальную расчетную сетку.

На рис.4а,б приводятся расчетная сетка и распределение эквипотенциалей для одной из конфигураций сверхпроводящего диполя.

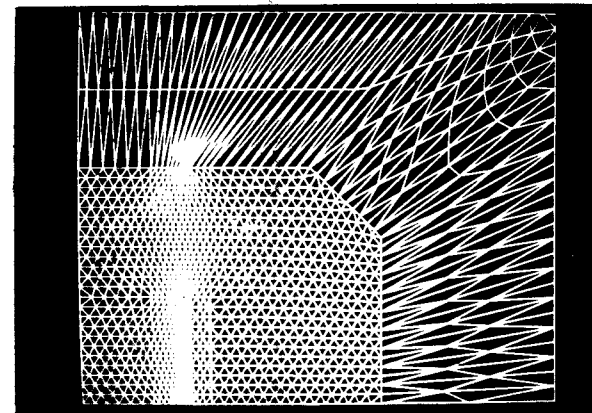


Рис.4а. Расчетная сетка для одной из конфигураций СП диполя.

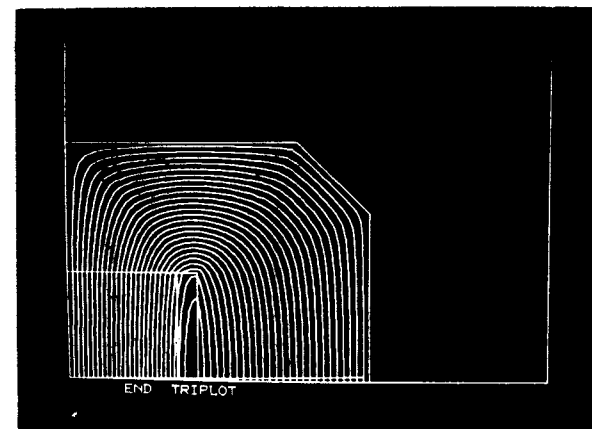


Рис.4б. Распределение эквипотенциалей поля СП диполя.

2. Сверхпроводящий магнит

С помощью описанной выше программы рассчитывались поля в СП магнитах с различными геометрическими размерами, но в основном изучалось поле магнита, условно названного В1. Параметры этого магнита приведены в таблице.

Таблица

Апертура магнита, см, радиальная	5,5
вертикальная	5,2
Размеры "окна" в ядре, см, радиальный	6,5
вертикальный	5,5
Внешние размеры ядра, см, высота	14,0
ширина	15,0
Вес магнита, кг/м	125,0
Номинальная напряженность магнитного поля, кЭ	22,8
Постоянная магнитного поля, кЭ/А	11,0
Индуктивность, мГн/м	3,0
Запасенная энергия, кдж/м	6,7
Число витков основной обмотки	48
Номинальный ток основной обмотки, А	2100
Конструктивная плотность тока в основной обмотке, кА/см	45,8
Поперечный размер СП кабеля, мм	1.12x4.0
Число витков обмотки коррекции	30

Более подробно конструкции аналогичных магнитов и результаты их испытания описаны в [1].

3. Результаты численных расчетов

Величина магнитного поля в центре апертуры магнита показана на рис.5.

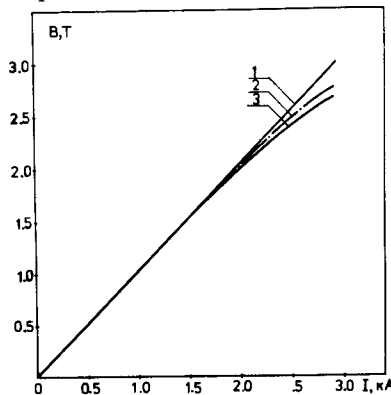


Рис. 5. Магнитное поле в центре апертуры СП диполя. 1 - расчетное поле диполя для $\mu = \infty$, 2 - расчетное поле диполя для $\mu = \mu(B)$ (рис. 1), 3 - поле, измеренное с помощью ядерного магнитометра.

Кривая 2 соответствует расчетному полю магнита с апертурой 7,4 см. Кривая 3 построена по результатам измерения поля с помощью ядерного магнитометра. Наблюдаемое отличие расчетного значения поля от экспериментального (1+3%) связано как с точностью расчетов, так и с тем, что используемая в расчетах зависимость $\mu(B^2)$ не совпадает с реальной для данного сорта стали.

Прямая 1 на рис.5 представляет собой поле диполя, в котором $\mu = \infty$ и не зависит от B. В этом случае величина поля определяется простым выражением

$$H = \frac{0,4 \pi N I}{h} \quad (4)$$

где h - высота апертуры магнита.

Насыщение магнитопровода проявляется тем сильнее, чем меньше отношение ширины ядра (a_d) к радиальной апертуре магнита (a).

На рис.6 показана расчетная величина η :

$$\eta = \frac{H - H_{\text{расч}}}{H} = 1 - \frac{H_{\text{расч}} \cdot h}{0,4 \pi N I} \quad (5)$$

в зависимости от этого отношения.

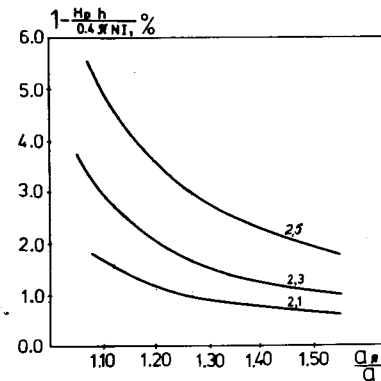


Рис.6. Зависимость расчетной величины η от $\frac{H - H_{\text{расч}}}{H}$ для $\mu = \infty$.

Для магнита В1 размеры ядра выбраны такими, что согласно расчетам номинальное поле в нем достигается при увеличении ам-

первитков возбуждения примерно на 1% по сравнению со случаем $\mu = \infty$.

Распределение поля в апертуре магнита оказывается нелинейным, особенно в области полей выше 20 кЭ. В основном эта нелинейность имеет квадратичный характер. На рис.7 приводится зависимость амплитуды секступольной гармоники в единицах дипольной гармоники на радиусе апертуры 2 см.

Как видно из этого рисунка, некоторая доля расчетной нелинейности поля вносится используемой вычислительной программой. В самом деле, в области полей 5-18 кЭ C_3^1 равно $9 \cdot 10^{-3}$ и не зависит от величины поля (кривая 0). Это может быть связано только с недостаточным числом узлов в расчетной сетке.

На более высоких уровнях поля C_3^1 растет с ростом поля практически линейно. Для компенсации квадратичной нелинейности поля численным путем изучались различные "пассивные" методы коррекции с изменением геометрии полюса или обмотки. Однако эти методы оказались неэффективными, поэтому в данных магнитах коррекция осуществляется с помощью дополнительной корректирующей обмотки. Последняя представляет собой две плоские катушки, выполненные СП проводом диаметром 0,5 мм и размещенные на верхнем и нижнем полюсах. Координаты витков катушек коррекции выбирались по квадратичному закону, что обеспечивает коррекцию секступоль-

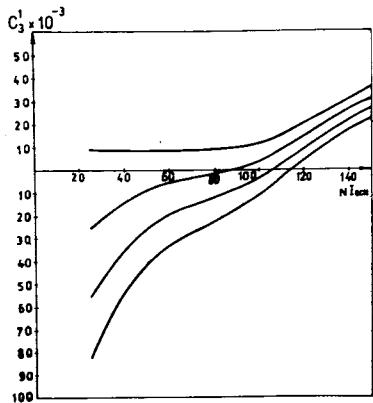


Рис.7. Зависимость амплитуды секступольной гармоники поля от значения тока корректирующей обмотки.

ной гармоники. На рис.7 показана величина C_3^1 при различном значении тока в обмотке коррекции (цифры у кривых соответствуют току коррекции).

Из этого рисунка видно, что величина C_3^1 вплоть до полей порядка 25 кЭ может быть обращена в нуль или даже иметь другой знак.

Экспериментально измеренное действие корректирующей обмотки показано на рис.8, где представлено радиальное распределение вертикальной компоненты магнитного поля без тока коррекции (кривая 1) и с током коррекции 150А (кривая 2).

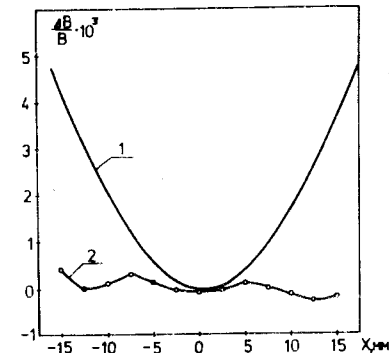


Рис.8. Радиальное распределение вертикальной компоненты магнитного поля СП диполя (1 - без тока коррекции, 2 - с током коррекции 150А).

Заключение

Многочисленные расчеты магнитных систем типа В1 (рис.2) и сравнение численных расчетов с экспериментальными данными (рис.5) показали, что расчетное распределение магнитного поля с точностью 1% совпадает с экспериментальным распределением. Это оказывается достаточным для проведения численного изучения влияния различных конструктивных параметров магнита на величину и форму поля.

Для повышения точности вычислений необходимо увеличить число узлов расчетной сетки, что ограничено объемом оперативной памяти ЭВМ. Проведенное численное моделирование магнитных полей СП магнитов различных конфигураций послужило основой при создании моделей таких магнитов.

Литература

1. Аверичев С.А., Аксенов В.Г. и др. ОИИИ, П8-11700, Дубна, 1979.
2. POISSON Group Programs. User's Gride, Cern, 1975.
3. Ворожцов С.Б., Дударева Т.Н., Полякова Р.В., Сергеева Н.В. В1-11-12070, ОИИИ, Дубна, 1978.
4. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. ИЛ, М., 1963.
5. Дойников Н.И. Постановка задач численного анализа полей нелинейных магнитных систем. НИИЭФА, Ленинград, 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 марта 1979 года.