

СЗ458

ЖЕ-696

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

25/11/78

5653/2-78

P11 - 11867

Е.П.Жидков, Р.В.Полякова, И.А.Шелаев, И.П.Юдин

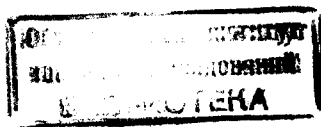
ОПТИМИЗАЦИЯ ДЛИННЫХ СОГЛАСОВАННЫХ
ПРОМЕЖУТКОВ СИНХРОТРОНА
И АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ АБЕРРАЦИЙ В НИХ
С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОГО АНАЛОГА
МЕТОДА НЬЮТОНА

1978

P11 - 11867

Е.П.Жидков, Р.В.Полякова, И.А.Шелаев, И.П.Юдин

ОПТИМИЗАЦИЯ ДЛИННЫХ СОГЛАСОВАННЫХ
ПРОМЕЖУТКОВ СИНХРОТРОНА
И АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ АБЕРРАЦИЙ В НИХ
С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОГО АНАЛОГА
МЕТОДА НЬЮТОНА



Жидков Е.П., и др.

P11 - 11867

Оптимизация длинных согласованных промежутков синхротрона и анализ нелинейных aberrаций в них с помощью непрерывного аналога

Исследуется эффект рассогласования уже согласованного линейным расчетом промежутка и рассчитывается с помощью непрерывного аналога метода Ньютона промежутков, согласованный с учетом нелинейных aberrаций в квадрупольных линзах. Полученные численные расчеты показали, что в согласованных промежутках нелинейные aberrации в линзах вызывают заметное рассогласование. Для устранения этого эффекта наиболее оптимальным является применение соответствующих нелинейных элементов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Zhidkov E.P., et al.

P11 - 11867

Optimization of Long Matched Sections of a Synchrotron and Analysis of Nonlinear Aberrations By Means of a Continuous Analogue

The effect of mismatching of a straight section already matched by linear computation has been investigated. Taking into account nonlinear aberrations in quadrupole lenses a matching has been computed by means of a continuous analogue of the Newton method. The computation results have shown that nonlinear aberrations in the lenses of matched straight sections give rise to an appreciable mismatching. The use of corresponding nonlinear elements is optimum to eliminate this effect.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubno 1978

1. Введение

В современных жесткофокусирующих синхротронах организация системы ввода-вывода пучка, размещение ускоряющей станции и т.д. требует длинных свободных промежутков.

Данная работа посвящена исследованию нелинейных aberrаций в квадрупольных линзах такого промежутка и согласованию его с учетом этих нелинейностей. Стремление сделать промежуток согласованным, т.е. невозмущающим регулярную структуру, — проблема, к которой в последнее время стали обращаться исследователи^{/1-3/}.

Следует отметить, что все предыдущие попытки получения согласованного промежутка (с.п.) базировались на линейном приближении. В данной же работе расчет с.п. проводится с учетом нелинейных эффектов в линзах. Причем исследуется не только эффект рассогласования уже согласованного линейным расчетом промежутка, но и, что является новым, рассчитывается по методу, изложенному в работе^{/4/}, промежуток, согласованный с учетом нелинейных aberrаций в квадрупольных линзах.

2. Физическая постановка задачи

На рис.1 приведен один из возможных вариантов структуры "невидимого" промежутка для проекта сверхпроводящего синхротрона на 1,5 ГэВ, для которого проводились исследования и анализ влияния нелинейностей в линзах F_1 , F_2 и F_3 на согласование такого промежутка. Физическая задача ставится следующим образом.

Требуется подобрать градиенты линз, их длины, а также пространства дрейфа так, чтобы по заданным координатам и направлению пучка на входе с.п. (x_0, z_0, x'_0, z'_0) получить заданные же координаты и направление пучка на выходе с.п. (x_k, z_k, x'_k, z'_k) , причем

$$x_k = x_0, z_k = -z_0, x'_k = x'_0, z'_k = -z'_0 \quad (1)$$

Это требование соответствует получению набега фаз $\Delta\psi_x = 2\pi$ для горизонтальных и $\Delta\psi_z = \pi$ для вертикальных бетатронных колебаний.

3. Выводы основных уравнений и математическая постановка задачи

Дифференциальные уравнения, описывающие траекторию движения заряженной частицы в магнитном поле в выбранной декартовой системе координат (рис.1), имеют вид^{5/}:

$$z''_{ss} = \frac{e}{P} \sqrt{1+z_s'^2 + x_s'^2} \left[x_s' B_s - (1+z_s'^2) B_x + x_s' z_s' B_z \right] \quad (2)$$

$$x''_{ss} = -\frac{e}{P} \sqrt{1+z_s'^2 + x_s'^2} \left[z_s' B_s - (1+x_s'^2) B_z + x_s' z_s' B_x \right],$$

где

$P=mv$ - импульс частицы,

B_x, B_z, B_s - компоненты магнитного поля.

Уравнения (2) справедливы при любом магнитном поле, так как при их выводе не было сделано никаких упрощающих предположений^{5/}.

Внутри квадрупольной линзы значительной длины поле практически не зависит от s , т.е. $B_s \equiv 0$, и разложение составляющих поля B_x и B_z принимает вид:

$$B_z = Gz \left[1 + d_6(5z^4 - 10x^2z^2 + x^4) + d_{10}(9z^8 - 84z^6x^2 + 126x^4z^4 - 36z^2x^6 + x^8) + \dots \right] \quad (3)$$

$$B_x = Gz \left[1 + d_6(5x^4 - 10z^2x^2 + z^4) + d_{10}(9x^8 - 84x^6z^2 + 126z^4x^4 - 36x^2z^6 + z^8) + \dots \right],$$

где G - квадрупольный градиент соответствующей линзы.

Это разложение содержит только члены степени $4n+1$,

$$n=0,1,2,3,\dots \quad (4)$$

Так как z'^2 и $x'^2 \leq 1$, то из уравнений (2) с учетом формул (3) получаем уравнение движения заряженной частицы в линзе в виде:

$$z''_{ss} = \frac{G}{B\rho} x \left[1 + d_6(5z^4 - 10x^2z^2 + x^4) + d_{10}(9z^8 - 84z^6x^2 + 126x^4z^4 - 36z^2x^6 + x^8) \right] \quad (4)$$

$$z''_{ss} = \frac{G}{B\rho} z \left[1 + d_6(5x^4 - 10z^2z^2 + z^4) + d_{10}(9x^8 - 84x^6z^2 + 126x^4z^4 - 36x^2z^6 + z^8) \right],$$

где $\frac{1}{B\rho} = \frac{e}{P}$, $B\rho$ - магнитная жесткость частицы, $d_n = r_0^{n-2} c_n$,

c_n - относительная величина нелинейности поля в линзе,

r_0 - радиус, равный полуапертуре соответствующей линзы.

Математически задача согласования длинного промежутка (рис.1) сводится к решению краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений (2) с краевыми условиями:

$$\begin{aligned} x(s_0) &= x_0 & x'_s(s_0) &= x'_0 \\ z(s_0) &= z_0 & z'_s(s_0) &= z'_0 \\ x(s_k) &= x_k & x'_s(s_k) &= x'_k \\ z(s_k) &= z_k & z'_s(s_k) &= z'_k \end{aligned} \quad (5)$$

причем должно выполняться соотношение (1). Необходимо подобрать параметры G_1, G_2, G_3 (градиенты линз), ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 (длины линз), L_1, L_2, L_c (пространства дрейфа) и L_Π (длину свободного промежутка), так, чтобы траектория движения частицы удовлетворяла уравнениям (4) и краевым условиям (5).

Подробное описание метода и алгоритма решения такого типа краевой задачи дается в работе^{4/}, поэтому здесь на этих вопросах не останавливаемся.

Вопрос существования решения нелинейной краевой задачи транспортировки заряженных частиц будет рассмотрен в отдельной работе.

4. Результаты численного счета

В качестве нулевого приближения варьируемых параметров брались их величины, полученные с помощью линейного расчета:

$$\begin{aligned} G_1^0 &= 8645 \text{ в/см} & \ell_1^0 &= 5.29 \text{ см} \\ G_2^0 &= 10879.79 \text{ в/см} & \ell_2^0 &= 17.72 \text{ см} \\ G_3^0 &= 10573.6 \text{ в/см} & \ell_3^0 &= 20.64 \text{ см} \end{aligned}$$

$$L_1^0 = 180.27 \text{ см}, \quad L_2^0 = 3.38 \text{ см}, \quad L_\Pi = 700.1 \text{ см}$$

ℓ_i - длины линз F_i ($i=1,2,3$), L_i - пространства дрейфа (см. рис.1).

Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ и $\Delta\psi_z$ от величины додекапольной нелинейности в линзах вычислялась для c_6 от 0,1% до 1%. Результаты этого расчета приведены на рис.3, из которого видно, что при нелинейности в линзах в 1% набеги фаз достигают $\approx 2\pi + 1.2^\circ$ и $\pi + 4^\circ$ в горизонтальной и вертикальной плоскостях для максимального эмиттанса \mathcal{E} .

Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ и $\Delta\psi_z$ от величины эмиттанса пучка \mathcal{E} для $c_6 = 0,01$ показана на рис.4.

На практике, если известны величины нелинейностей в линзах и они достаточно велики, с использованием разработанного численного алгоритма^{4/} можно улучшить согласование промежутка с учетом этих нелинейностей, варьируя те параметры системы, которые легко реализуемы. Так, в частности, были проделаны численные расчеты согласования промежутка с помощью варьирования градиентов линз ("линейное" согласование) G_2, G_3, G_2', G_3' (G_2', G_3' - градиенты линз, симметричных линзам F_1, F_2). В этом случае согласование промежутка достигается, если симметричная траектория превращается в слегка асимметричную (рис.5а,в).

Набег фаз для "линейно" согласованного промежутка в зависимости от эмиттанса пучка для $c_6 = 1\%$ показан на рис.6.

Однако наилучшее согласование дает так называемое "нелинейное" согласование, которое достигается путем введения в структуру промежутка нелинейных корректирующих элементов (рис.2). Расчетные оптимальные параметры таких элементов следующие:

$$\begin{aligned} G_N &= -464.298 \text{ в/см} \\ \ell_N &= 13.2 \text{ см} \\ L_N &= 10 \text{ см.} \end{aligned}$$

Набеги фаз для "нелинейно" согласованного промежутка в зависимости от эмиттанса пучка для $c_6 = 1\%$ приведены на рис.7. Из рис.6 и 7 видно, что "нелинейное" согласование примерно на порядок уменьшает вызванный нелинейностями в линзах набег фаз на промежутке.

5. Выводы

1. Развитый метод^{6/} и разработанный численный алгоритм^{4/} оказались эффективными для расчета с.п. ускорителей с учетом нелинейностей в квадрупольных линзах.

2. Полученные численные расчеты показали, что в согласованных промежутках нелинейные aberrации в линзах вызывают заметное рассогласование.

3. Для устранения этого эффекта наиболее оптимальным является применение соответствующих нелинейных элементов.

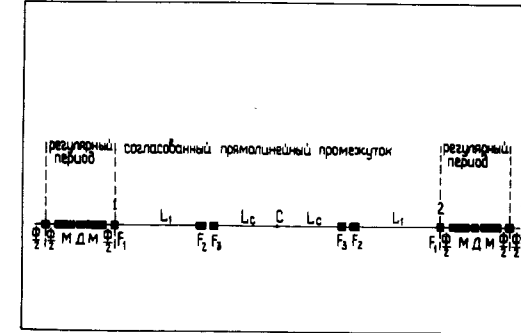


Рис.1. Структура "невидимого" промежутка.

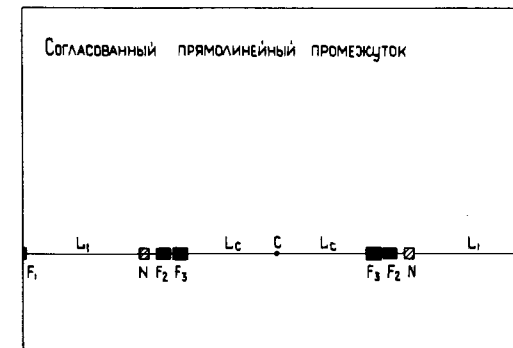


Рис.2. Структура "невидимого" промежутка с нелинейными корректирующими элементами.

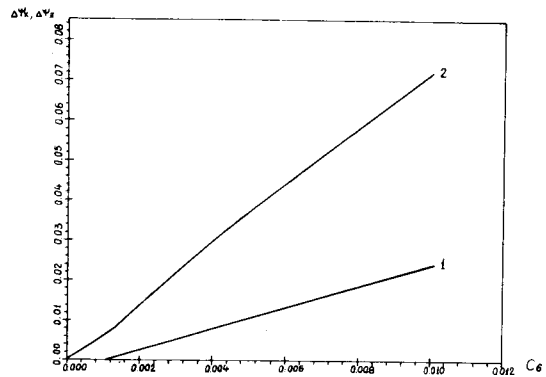


Рис.3. Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины додекапольной нелинейности в линзах C_6 .

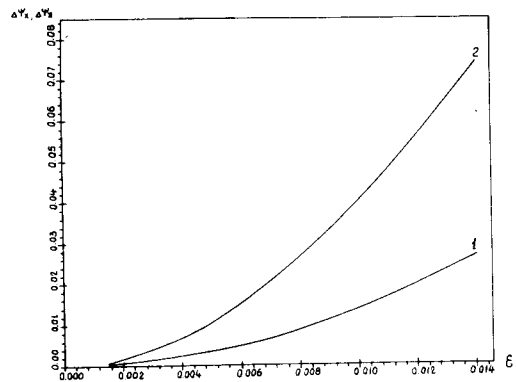


Рис.4. Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины эмиттанса пучка для $C_6=1\%$.

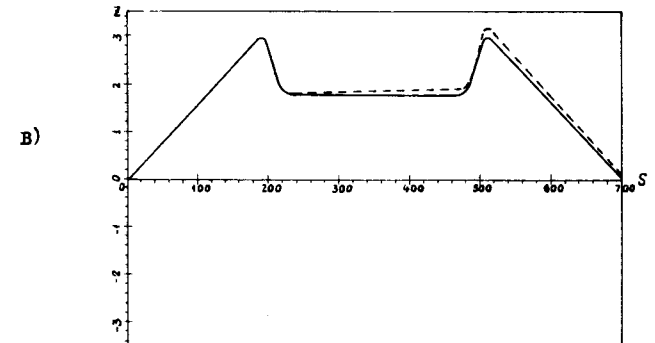
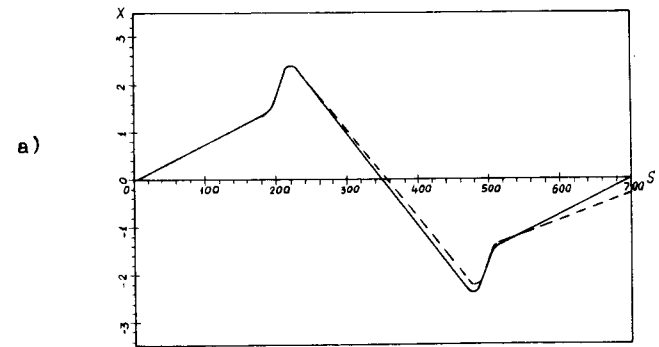


Рис.5 а, в. Траектории движения частицы в плоскостях "XOS" и "ZOS" (сплошная линия - линейный расчет, пунктирная - "линейное" согласование).

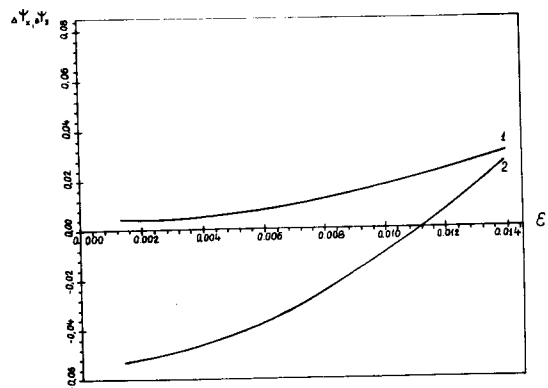


Рис.6. Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ (1) и $\Delta\psi_z$ (2) от величины эмиттанса пучка для "линейного" согласования.

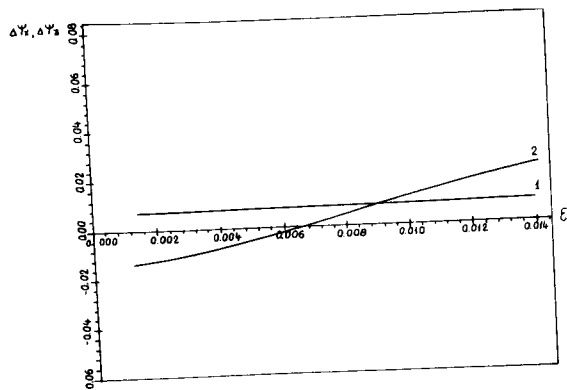


Рис.7. Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ (1) и $\Delta\psi_z$ (2) от величины эмиттанса пучка для "нелинейного" согласования.

Литература

1. P.F.Meads, Fr.Nucl.Instr and Meth. 96(1971) p.351.
2. P.F.Meads, IEEE Trans. on Nucl. Science. 20(1973) p.875.
3. Андрианов С.Н., Дымников А.Д. и др. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. ОИЯИ, ДЮ, II-II264, Дубна, 1978.
4. Жидков Е.П., Кулакова Е.М., Полякова Р.В. и др. Р9-6430, Дубна, ОИЯИ, 1972.
5. Штеффен К. Оптика пучков высокой энергии. М., Изд-во "Мир", 1969.
6. Жидков Е.П., Пузынин И.В. ЖВМ и МФ АН СССР, 7, № 5, 1086 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
4 сентября 1978 года.