

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



Ц8408

M-52

1621/2-77

Ю.П.Мереков

25/4-77

P11 - 10441

ЭКОНОМИЧНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ
МОМЕНТОВ ГИСТОГРАММЫ

1977

P11 - 10441

Ю.П.Мерков

**ЭКОНОМИЧНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ
МОМЕНТОВ ГИСТОГРАММЫ**

Экономичный алгоритм вычисления моментов гистограммы

Описан алгоритм вычисления сумм $S_k = \sum_{i=1}^n i^k y_i$, не использующий операции умножения. Такие суммы встречаются, например, при определении центра тяжести и дисперсии гистограмм. В настоящем алгоритме операции умножения в цикле суммирования заменяются сложением частных сумм, вычисленных на предыдущем шаге цикла. При одновременном вычислении сумм S_0, S_1, \dots, S_k требуется $k(k-1)/2$ дополнительных сложений. В частном случае $K=0,1,2$ алгоритм выглядит следующим образом: begin $S_0 := 0; S_1 := 0; S_2 := 0;$ for $i := n$ step -1 until 1 do begin $S_0 := S_0 + y_i;$ $S_2 := S_2 + S_1;$ $S_1 := S_1 + S_0;$ $S_2 := S_2 + S_1$ end end

Приводится схема алгоритма для любого K . Время вычисления сумм S_k сокращается особенно заметно на мини-ЭВМ, где иногда отсутствует схемная операция умножения.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Merekov Yu. P.

P11 - 10441

Algorithm for Computation of Histogram Moments without Multiplication

An algorithm is presented for computation of sums $S_k = \sum_{i=1}^n i^k y_i$ without multiplication. Such sums occur, for example, when one calculates the mean and dispersion of a histogram. In this algorithm multiplications within the summation cycle are replaced with additions of partial sums, calculated at the preceding step of the cycle. If S_0, S_1, \dots, S_k are computed simultaneously, $k(k-1)/2$ additions are necessary additionally. For $K=0,1,2$ the algorithm is the following: begin $S_0, S_1, S_2 := 0;$ for $i := n$ step -1 until 1 do begin $S_0 := S_0 + y[i];$ $S_2 := S_2 + S_1;$ $S_1 := S_1 + S_0;$ $S_2 := S_2 + S_1$ end end. The scheme of the algorithm is presented for any K . The duration of computation of S_k is reduced particularly on mini-computers without hardware multiplication.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

При обработке экспериментальных данных часто приходится решать задачи определения центра тяжести и дисперсии дискретных распределений, например, гистограмм. Если i - номер канала гистограммы, а y_i - ордината i -го канала, то, по определению,

$$\langle i \rangle = \left(\sum_{i=1}^n i y_i \right) / \sum_{i=1}^n y_i -$$

- центр тяжести спектра, а его дисперсия:

$$D = \langle i^2 \rangle - \langle i \rangle^2 = \left(\sum_{i=1}^n i^2 y_i \right) / \sum_{i=1}^n y_i - \left(\left(\sum_{i=1}^n i y_i \right) / \sum_{i=1}^n y_i \right)^2,$$

где n - число каналов в спектре. Таким образом, вычисление характеристик спектра сводится к нахождению сумм типа $\sum_{i=1}^n i^k y_i$, где $k=0,1,2$. На вычислительных машинах эта задача обычно решается циклическим суммированием произведений $i^k y_i$. Ниже излагается способ вычисления сумм типа $s_k = \sum_{i=1}^n i^k y_i$ при

любых k без операций умножения и возведения в степень. При этом в цикл суммирования для одновременного вычисления всех сумм от 0-й до k -й требуется

дополнительно вставить $\frac{k(k-1)}{2}$ операций сложения.

В частности, в наиболее интересном случае нахождения центра тяжести и дисперсии ($k=2$) вместо операций умножения и возведения в квадрат внутри цикла появляется всего одна лишняя операция сложения /рис. 1/.

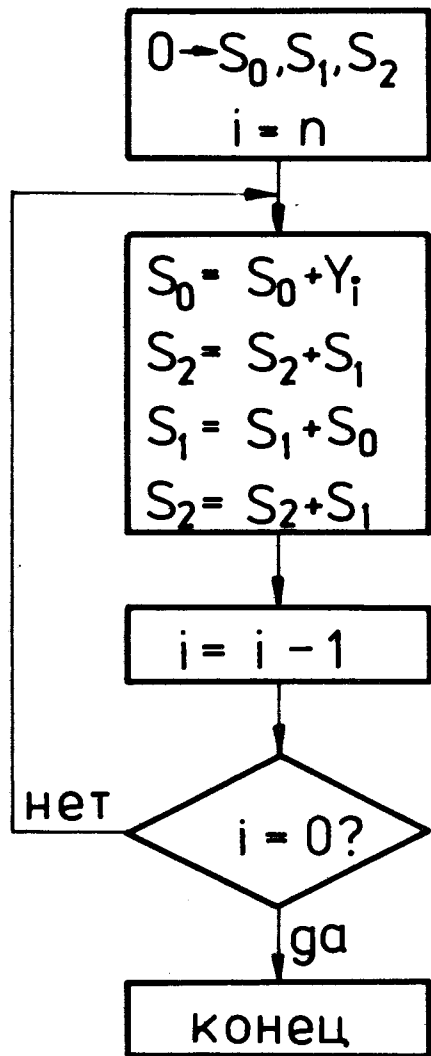


Рис. 1

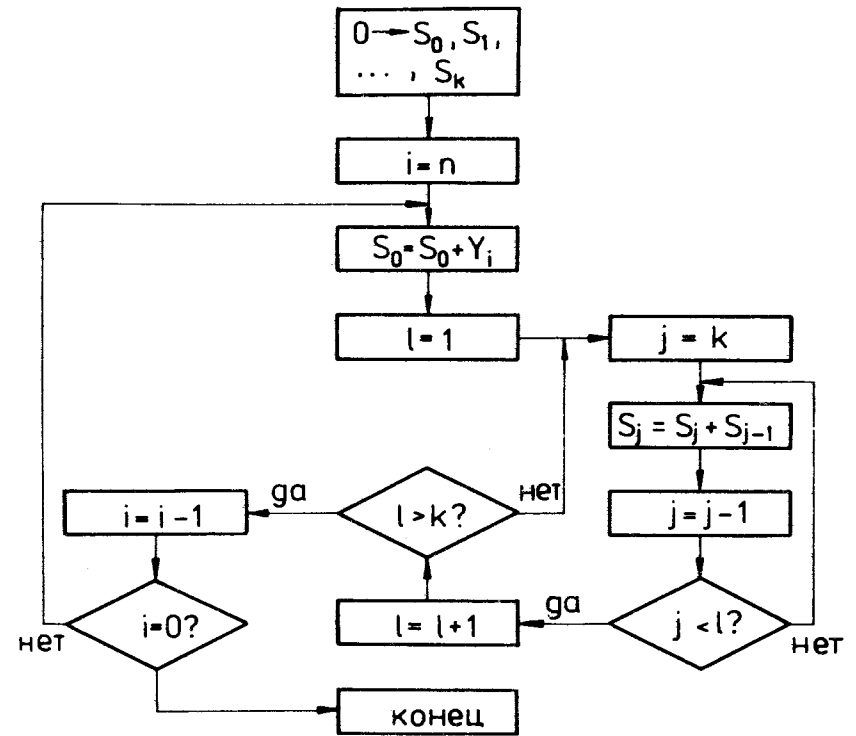


Рис. 2

Поскольку сложение выполняется быстрее, чем умножение, экономится время вычисления моментов спектра. На некоторых малых ЭВМ вообще нет схемной операции даже целочисленного умножения /например, на ЭВМ типа PDP-8/. В этом случае применение такого алгоритма позволяет не обращаться к подпрограмме умножения, которая выполняется во много раз медленнее, чем схемная операция сложения, всегда реализованная в ЭВМ.

В основе алгоритма лежит замена $\sum_1^n i^k y_i$ суммой более низкого порядка по k , $\sum_1^n i^{k-1} y_i + \sum_{n-1}^n i^{k-1} y_i + \dots + \sum_1^n i^{k-1} y_i$,

последовательные члены которой являются частными суммами $(k-1)$ -го порядка. Таким образом, при вычислении s_{k-1} одновременно можно получить и s_k , суммируя еще раз возникающие частные суммы. Повторяя эту процедуру, можно свести вычисления к суммам s_0 .

Схема алгоритма для одновременного вычисления моментов приведена на *рис. 2*.

*Рукопись поступила в издательский отдел
14 февраля 1977 года.*