



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

99-191

P10-99-191

М.В.Алтайский, А.В.Захаров, В.В.Иванов,
С.С.Моисеев, И.В.Пузынин, В.В.Черник

**МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ИЗОБРАЖЕНИЙ СПУТНИКА ЕВРОПА**

Направлено в журнал
«Труды Института космических исследований»

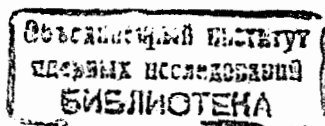
1999

ВВЕДЕНИЕ

Экспедиция автоматической станции "Galileo" к Юпитеру дала возможность получить изображения не только самой планеты, но и ее спутников. Наиболее интригующими представляются изображения Европы, полученные с разрешением до 21 м/пиксел, которые показывают поверхность не только с тектоническими деформациями и ударными кратерами, но и явными указаниями на то, что основным материалом, из которого она состоит, является лед и, возможно, в некоторых случаях, жидкость [1].

Впервые указания о «ледяной» природе поверхности Европы были получены В.И.Морозом из анализа отражательных спектров в результате наземных наблюдений [2]. Затем Pilcher [3] и Fink [4], по данным наземной ИК-спектрометрии показали, что поверхность Европы в основном состоит из водяного льда. Данные NIMS - картирующего спектрометра в ближнем ИК-диапазоне на КА "Galileo" дали возможность авторам обнаружить в некоторых местах «ледяной» поверхности вкрапления, состоящие в основном из сульфатов [5] (McCord et al., 1998). Анализ гравитационного поля Европы, полученного по данным экспедиции Galileo, указывает, что спутник дифференцирован и состоит из внешней оболочки - преимущественно водяного льда толщиной 100-200 км [6] и основного тела из каменного и металлического материала, возможно, включая металлическое ядро [7]. Часть внешней оболочки, возможно, жидкая [8].

Происхождение ледяной оболочки ассоциируется, по-видимому, с эндогенным нагревом, дегидратацией и дифференциацией основного тела. В дополнение к внутренним источникам, спутник нагревается в результате приливной диссипации из-за



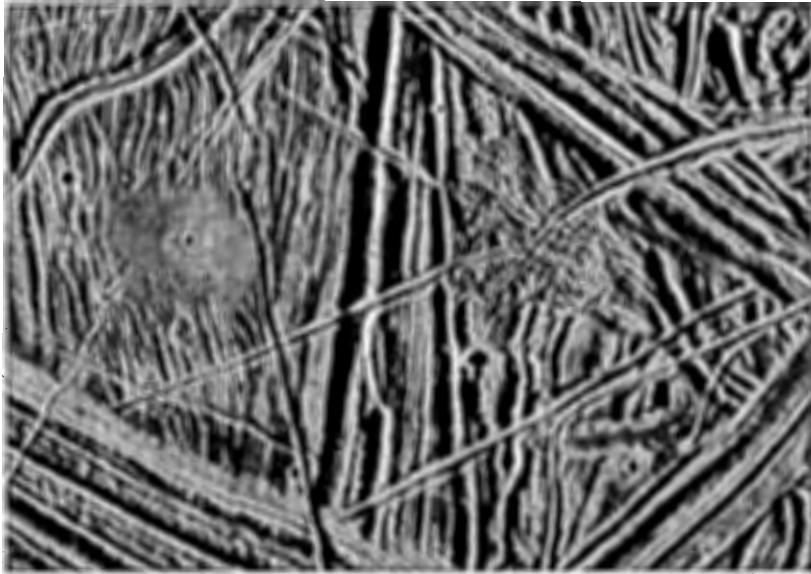


Рис. 1. Изображение поверхности спутника Европа PIA 00592. Взято из фотоальбома NASA <http://www.jpl.nasa.gov>. Размер изображения 16x11км, разрешение 26м.

эксцентриситета орбиты Европы около массивного Юпитера и резонансов с Ганимедом и Ио [8,9].

Исследование этих и других вопросов, связанных со структурой, составом, динамикой «ледяной» оболочки Европы стало возможным благодаря изображениям высокого разрешения, полученным SSI-камерой (Solid State Imaging system) КА «Galileo» [10,11]. Два типичных изображения, проанализированных в данной работе, представлены на рис.1 и рис.2. В данной работе представлен метод мультифрактального анализа изображений поверхности Европы с целью восстановления динамики формирования поверхности.

Результатом такого анализа являются фрактальные (геометрические) характеристики поверхности, спектры размерностей, которые при сравнении со спектром размерностей поверхностей, полученных при экспериментальном разрушении нагруженных образцов в земных условиях, могут помочь при выборе моделей формирования сети линейчатых структур, характеризующих поверхность Европы



Рис. 2. Изображение поверхности спутника Европа PIA00589. Взято из фотоальбома NASA <http://www.jpl.nasa.gov>. Размер изображения 17x14 км, разрешение 20м.

1. МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Простейшим методом определения размерности геометрических объектов является метод подсчета клеточной размерности (box-counting method). Размерность в этом случае определяется из соответствия между мощностью покрытия и размером покрывающих объект клеток (n -мерных кубов) $N(\delta) \propto \delta^{-d}$. Box-counting method достаточно хорошо работает при описании гладких множеств, таких, как линии и поверхности, а также универсальных (т.е. имеющих везде одну и ту же размерность) фракталов. Он, однако, оказывается недостаточным для исследования объектов с сильно меняющимися характеристиками, прежде всего потому, что приписывает один и тот же вес (равный единице) плотно заселенным клеткам и клеткам, содержащим лишь одну точку исследуемого множества.

Для дифференцированного учета вклада клеток с различной заселенностью используется метод *взвешенного свертывания* (weighted curdling):

$$M_d(q, \delta) = \sum_i \mu_i^q \delta^d \propto \delta^{d-\tau(q)}. \quad (1)$$

Функцию $\tau(q)$, скейлинговую экспоненту q -го момента меры μ , часто называют *показателем массы*. Мультифрактальный анализ получил широкое распространение в физике после его успешного применения к описанию каскадных процессов в гидродинамике. Это так называемая *p-модель* [12]. *P-модель* описывает биномиальный мультипликативный процесс диссипации энергии турбулентных пульсаций путем каскадной передачи энергии от больших вихрей, размера r , к малым, размера $r/2$. При этом в пространстве d -

измерений из одного большого вихря образуется 2 в степени d малых. Простейшая гипотеза о неравном распределении энергии (половина дочерних вихрей получает p_1 часть энергии исходного вихря, а другая половина $p_2=1-p_1$ часть) приводит к простому закону подобия для q -го момента диссипируемой энергии:

$$\sum E_r^q = E_L^q \left(\frac{r}{L} \right)^{(q-1)D_q}. \quad (2)$$

Здесь L – размер наибольшего вихря, с которого начался каскадный процесс. Для n -й стадии каскадного процесса в системе будут присутствовать вихри с энергиями $E_r = p_1^{n-m} p_2^m E_L, m \leq n, r = L/2^n$. Размерность Реньи для данного процесса, следовательно, равна

$$D_q = \log_2 [p_1^q + p_2^q]^{1-q}. \quad (3)$$

Особый интерес представляют предельные случаи очень больших и очень малых q :

$$D_\infty = \log_2 p_1^{-1}, D_{-\infty} = \log_2 p_2^{-1}.$$

В этих двух случаях размерность фактически определяется клетками с очень большой и очень малой заселенностью, соответственно. Таким образом, D_∞ отвечает доминирующему вкладу областей с наиболее сильной диссипацией, а $D_{-\infty}$ – доминирующему вкладу областей со слабой диссипацией. Типичный вид зависимости D от q для $p_1=0.8$ показан на рис.3. Важной характеристикой каскадных процессов является зависимость размерности $f(\alpha)$ подмножеств фрактального множества I_α от степени их сингулярности (показателя Липшица-

Гельдера) α . Для покрытия фрактального множества I_α (с индексом между α и $\alpha+d\alpha$) требуемое число δ -ячеек равно

$$N(\alpha, \delta) = \rho(\alpha) d\alpha \delta^{-f(\alpha)}.$$

Следовательно, взвешенная мера (2) подмножества со степенью сингулярности α равна

$$M_d(q, \alpha) = \int \delta^{q\alpha - f(\alpha) + d} \rho(\alpha) d\alpha.$$

Эта мера конечна, если массовая экспонента

$$\tau(q) = f(\alpha(q)) - q\alpha(q) \quad (4)$$

не превосходит d .

С помощью преобразования Лежандра можно выразить показатель сингулярности α и размерность $f(\alpha)$ отвечающего ему множества через массовые экспоненты

$$\alpha(q) = -\frac{d}{dq} \tau(q), f(\alpha) = q\alpha + \tau(q). \quad (5)$$

Максимум кривой $f(\alpha)$ отвечает $q=0$, т.е. размерности носителя всего множества.

Таким образом, зная моменты функции распределения и используя соотношение (5), мы получаем информацию о геометрических свойствах сингулярностей, т.е. о геометрии диссипации энергии в случае каскадного процесса.

Физика распространения трещин, безусловно, отличается от физики явлений, имеющих место в турбулентности. Более того, в некотором смысле, каскадный процесс распространения трещин как бы является обратным к турбулентному каскаду: слияние малых трещин в большие идет от минимального масштаба l (размера зерна,

или минимального масштаба, ниже которого информация о системе отсутствует) к максимальному масштабу L , размеру системы. Тем не менее, оба каскада объединяет наличие двух предельных масштабов (η, L) , между которыми процессы диссипации энергии можно с хорошей точностью считать самоподобными. Мы можем также предположить, что и процессы хрупкого разрушения являются универсальными по отношению к скорости диссипации энергии E (подобно тому, как это имеет место в турбулентности).

Процессы хрупкого разрушения, однако, представляют более сложную проблему, чем каскадные процессы в турбулентности. Проблема имеет два аспекта — динамический и статический. Под динамическим аспектом мы понимаем описание распространения фронта разрушения, под статическим — описание геометрии сети трещин и действующих напряжений [13]. В данной работе мы касаемся лишь статической проблемы. Наблюдаемые поверхности спутников Юпитера мы считаем статическими, или, во всяком случае, слабо меняющимися, поскольку характерные времена эволюции здесь весьма велики и по порядку величины превышают 10^8 сек [14].

Существуют как минимум два инварианта, которые могут быть использованы для мультифрактального анализа [15], — полная диссипируемая энергия и полная сила, действующая на образец; они не зависят от масштаба наблюдения:

$$\Delta W = E_L A_L = \dots = E_l A_l$$

$$F = \sigma_L = \dots = \sigma_l.$$

Здесь A_δ — площадь сети трещин, измеренная на масштабе δ ;

σ_δ — напряжение, измеренное на том же масштабе. Для моно-

фрактала плотность энергии и напряжения на разных масштабах связаны простыми соотношениями подобия:

$$E_r = E_L (r/L)^{d_E}, \sigma_r = \sigma_L (r/L)^{-d_\sigma}.$$

Таким образом, в случае простого фрактала зависимости энергии и напряжений от масштаба линейны в логарифмических координатах, в реальных же экспериментах эти зависимости не линейны, т.е. геометрия разрушения мультифрактальна [17].

При наблюдении отдаленных космических объектов мы не можем непосредственно измерить ни диссипируемую энергию, ни действующие напряжения. Единственной доступной характеристикой поверхности являются условные цвета изображения, передаваемые телеметрической аппаратурой. Мы можем использовать величину условного цвета (в градации 0..255 от серого к белому) в качестве меры сингулярности ландшафта, и надеяться, что именно эта характеристика связана с распределением высот. В этом случае, используя взвешенный box-counting алгоритм с мерой $\mu_i(\delta) = N_i / N$, где N_i – число пикселей данного цвета в данной ячейке размера δ , а N – число пикселей этого цвета во всем изображении, мы можем вычислить показатели массы и найти спектр сингулярностей.

Теоретический анализ показывает, что броуновские поверхности (поверхности случайного сложения, $d=2.5$) глобально минимизируют диссипацию энергии при хрупком разрушении [16]. Для случая космических тел, таких, как спутники Юпитера, как чисто визуальный анализ, так и теоретическое рассмотрение указывает на существенную роль нелинейных процессов тепло- и масс-переноса. Наблюдаемым проявлением этих процессов является видимое

сглаживание сети трещин на поверхности спутников. Эти наблюдаемые объекты, однако, нуждаются в количественной оценке.

В настоящее время не существует теоретических моделей образования сети трещин, позволяющих явно определить спектр размерностей или массовые экспоненты, которые можно было бы сравнить с соответствующими характеристиками, полученными на основе анализа изображений. Можно, однако, проводить численное моделирование разрушения непрерывных сред, используя решетки с различной геометрией [17,18]. Спектр размерностей, полученный в результате моделирования, может быть сравнен с результатами обработки изображений реальных поверхностей.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Мы проанализировали изображения, полученные космическим аппаратом "Галилео" для нескольких участков поверхности Европы. Для приведенных здесь изображений, см. рис. 1 и рис. 2, анализ проводился по доминирующим условным цветам 96 и 150, формат изображений 700x800 и 580x465, соответственно. Используя меру (1), мы определяли мощность покрытия $N(q, \delta)$, а затем размерность

$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q}.$$

Графики зависимости D_q от q приведены на рис.4. Характер этих зависимостей существенно отличается от каскадного мультипликативного процесса, представленного на рис. 3. Размерности для положительных q превосходят размерности для отрицательных. Это означает, что доминирующий вклад в фрактальную размерность дают области, компактно заселенные данным цветом. К такой структуре могут приводить вязкие нелинейные

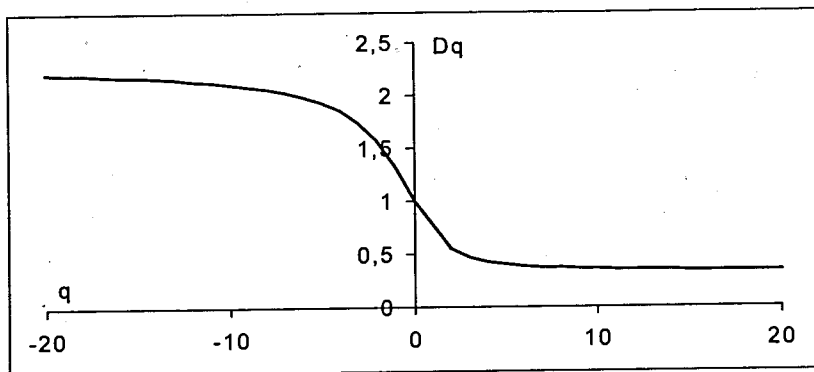


Рис. 3. Зависимость D_q от q , для мультифрактального каскадного процесса, $p_1=0.8$, $p_2=1-p_1$, даваемая выражением (3).

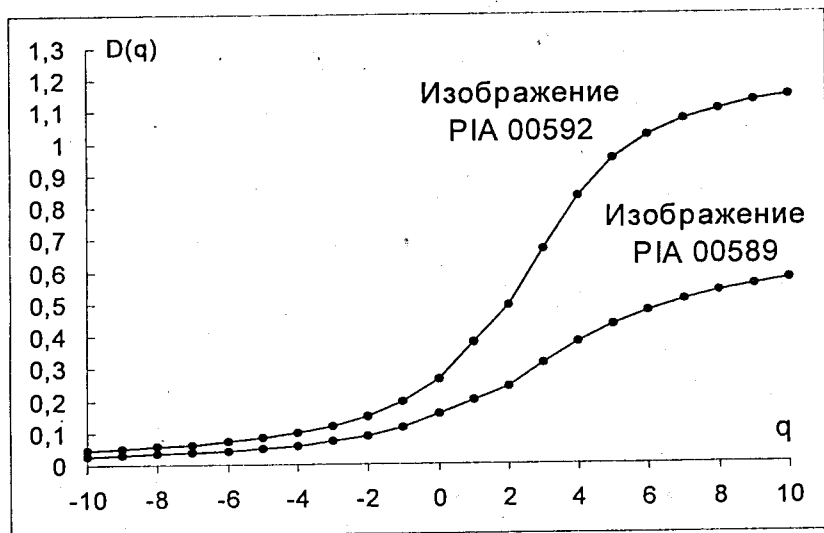


Рис. 4. Зависимости D_q от q для изображений представленных на Рис. 1 и 2. Счет размерностей проводился по условному цвету 96 для изображения PIA 00592 и по цвету 150 для изображения PIA 00589.

процессы. Возможно, мультипликативным каскадным процессом p -типа описываются не сами исследованные множества, а их дополнения, имеющие размерность $2 - D_q$: как нетрудно видеть график функции $2 - D_q$ весьма схож с приведенным выше модельным процессом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Миннауки РФ, грант «Ганимед» и РФФИ, грант 98-02-17509.

ЛИТЕРАТУРА

1. Greeley R., Sullivan R., Klemaszewski J., Homan K., Head J., Pappalardo R., Veverka J., Clark B., Johnson T., Klaasen K., Belton M., Moore J., Asphaug E., Carr M., Neukum G., Denk T., Chapman C., Pilcher C., Geissler P., Greenberg R., Tufts R. Europa: Initial Galileo Geological Observations. *Icarus*, 1998. V.135. P.4-24.
2. Мороз В.И. Опыт инфракрасной спектроскопии спутников Луна и Галилеевские спутники Юпитера. *Астрономический журнал*. 1965. Т.42, С.1289-1295.
3. Pilcher C.B., Ridgway S.T., McCord T.B. Galilean satellites: Identification of water frost. *Science*. 1972. V.178. P.1087-1089.
4. Fink U., Dekkers N.H., Larson H.P. Infrared spectra of the Galilean satellites of Jupiter. *Astrophys.J.* 1973. V.179, P.L154-L155.
5. McCord T.B., Hansen G.B., Fanale F.P., Carlson R.W., Matson D.L., Johnson V., Smythe W.D., Crowley J.K., Martin P.D., Ocampo A., Hibbitts C.A., Granahan J.C. and the NIMS Team. Salts on Europa's surface detected by Galileo's near infrared mapping spectrometer. *Science*. 1998. V.280, P.1242-1245.
6. Ojakangas G.W., Stevenson D.J. Thermal state of the shell on Europa, *Icarus*. 1989. V.81, P.220-241.
7. Anderson J.D., Lau E.L., Sjorgen W.L., Schubert G., Moore W.B., Europa's differentiated internal structure: Inferences from two Galileo encounters. *Science*. V.276, P.1236-1239.
8. Cassen P.M., Reynolds R.T., Peal S.J., Is there liquid water on Europa?, *Geophys. Res. Lett.* 1976. V.6, P.731-734.

9. Schubert G., Spohn T., Reynolds R.T. Thermal histories, compositions, and internal structures of the moons of the Solar System, In *Sattelites* (J.A. Burns and M.S. Matthews, Eds.), 224-297, Univ. of Arizona Press, Tucson, 1986.
10. Klaasen K.P., Clary M.C., Janesick J.R. Charge-coupled device television camera for NASA's Galileo mission to Jupiter. *Opt. Eng.* 1984. V.23, P.334-342.
11. Belton M.J.S. and 22 colleagues. The Galileo solid-state imaging experiment, *Space Sci. Rev.* 1992. V. 60.P.413-455.
12. Meneveau C. and Sreenivasan K.R.. Simple multifractal cascade model for fully developed turbulence. *Phys.Rev.Lett.* 1987. V.59. P.1424-1427.
13. Newman W.I. and Knopoff L. Scale invariance in brittle fracture and the dynamics of crack fusion. *Int. J. of Fracture*, 1990. V.43.P.19-24.
14. Kirk R.L. and Stevenson D.J. Thermal evolution of a differentiated Ganymede and implications for surfaces features. *Icarus*. 1987. V.69.P.91-134.
15. Carpinteri A. and Chiata B. Multifractal scaling laws in breaking behavior of disordered systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1997. V.8.P.135-302.
16. Chudnovsky A. and Kunin P. A probabilistic model of brittle crack formation. *J. Appl. Phys.* 1987. V.62.P.4124-4129.
17. Meisner M.J. and Frantziskonis G. Multifractal fracture-toughness properties of brittle heterogeneous materials. *J. Phys. A.* 1996. V. 29.P.2657-2670.
18. Hinrichsen E.L., Hansen A., and Roux S.. A fracture growth model. *Europhys. Lett.* 1989. V.8.P.1-7.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июля 1999 года.