

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

99-118

P10-99-118

К.А.Зубов, В.Ю.Каржавин, С.А.Мовчан, П.В.Мойсенз

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
МНОГОПРОВОЛОЧНОЙ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ
КАМЕРЫ С КАТОДНЫМ СЧИТЫВАНИЕМ
ИНФОРМАЦИИ

1999

Многопроволочная пропорциональная камера с катодным считыванием информации (МПК) выбрана в качестве базового элемента первой мюонной станции (ME1/1) (см. рис. 1) торцевой части создаваемой установки компактный мюонный соленоид (КМС) [1].

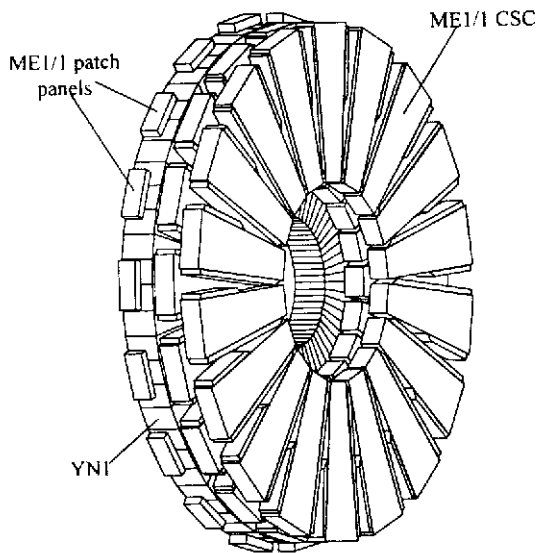


Рис. 1. Первая мюонная станция ME1/1 торцевой части установки КМС

Успешный анализ физических процессов возможен при условии, что ME1/1 удовлетворяет следующим основным требованиям:

- эффективность регистрации мюонов выше 99%,
- пространственная точность не хуже 75 мкм,
- устойчивое функционирование в условиях высокого уровня некоррелированного фона (сотни килогерц на канал электроники) и наличия магнитного поля величиной порядка 3 Т,
- абсолютная ошибка времени столкновения встречных пучков не хуже 25 нс для 99% событий,
- эффективность триггера первого уровня не хуже 99%.

Для выполнения перечисленных требований ME1/1 изготовлена в виде набора из 36 трапециевидальных МПК, образующих кольцевой детектор с внутренним радиусом 1060 мм и внешним радиусом 2565 мм. Отдельная МПК собрана из 6 регистрирующих слоев, в каждом из которых расстояние между катодами (2h) составляет 6 мм, шаг анодных проволочек (s) – 2,5 мм, диаметр анодной проволоки (2r_a) – 30 мкм. Одна из катодных плоскостей разрезана вдоль радиуса на одинаковые радиальные полоски (стрипы). Для выравнивания уровня некоррелированного фона вдоль радиуса и уменьшения его влияния на радиусе 1,5 м сделан поперечный разрез катодной плоскости. Верхняя часть катодной плоскости состоит из 80 радиальных стрипов с угловым размером $\gamma=2,33$ мрад

(75 стипов составляют 10 градусов, 5 стрипов образуют зону перекрытия соседних МПК), нижняя часть состоит из 48 стрипов с угловым размером $\gamma=3,88$ мрад (45 стрипов составляют 10 градусов, 3 стрипа образуют зону перекрытия). Объем камеры между катодными плоскостями заполнен газовой смесью из Ar, CO₂, CF₄.

Мюоны, проходя через газ, рождают электроны первичной ионизации, которые дрейфуют к анодным проволокам вдоль силовых линий электрического поля. Вблизи анодных проволок исходные электроны порождают электронно-ионную лавину. В результате движения положительных ионов от анода к катодам на последних индуцируется заряд, плотность распределения которого можно описать функцией [2]

$$\Gamma(\lambda) = K_1 \frac{1 - \tanh^2 K_2 \lambda}{1 + K_3 \tanh^2 K_2 \lambda},$$

$$\lambda = (x - x_0)/h, \quad K_3 = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{K_3^{1/2}}\right), \quad K_1 = \frac{1}{4} K_2 \cdot K_3^{1/2} / \text{arctg} K_3^{1/2},$$

где x_0 - координата мюона относительно центра стрипа,
 x - координата в направлении, перпендикулярном оси стрипа,
 K_3 - параметр, определяемый отношением r_a/s и h/s .

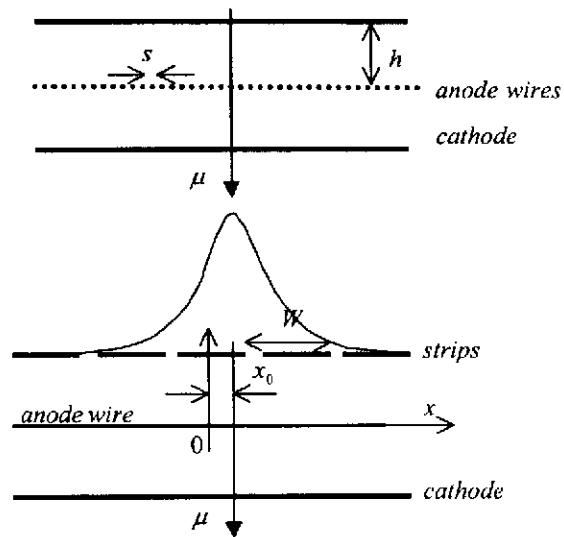


Рис. 2. Принцип измерения координаты в многопроволочной пропорциональной камере с катодным считыванием информации

Для вычисления параметра K_3 подготовлена специальная программа, на рис. 3 представлена зависимость K_3 от r_a/s и h/s .

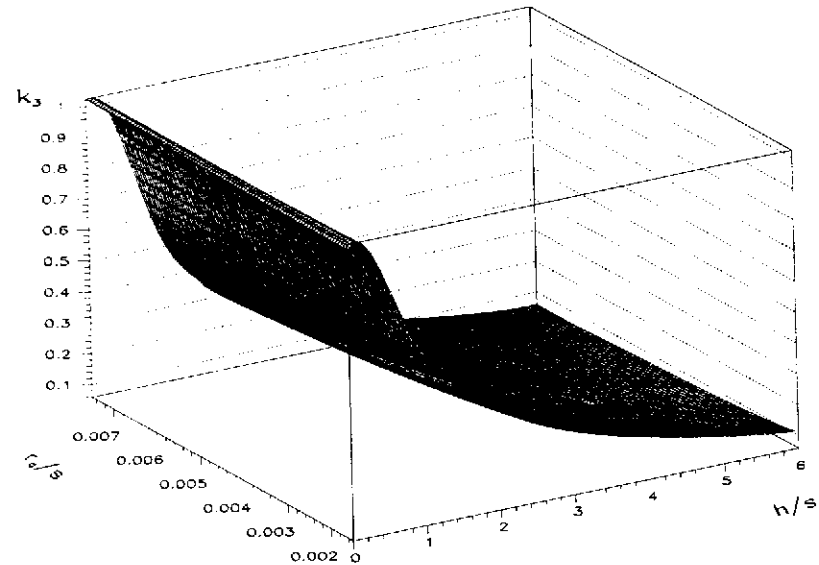


Рис. 3. Зависимость параметра K_3 от r_a/s и h/s

Плотность распределения индуцированного заряда на катод для МПК с различным расстоянием анод-катод представлена на рис.4.

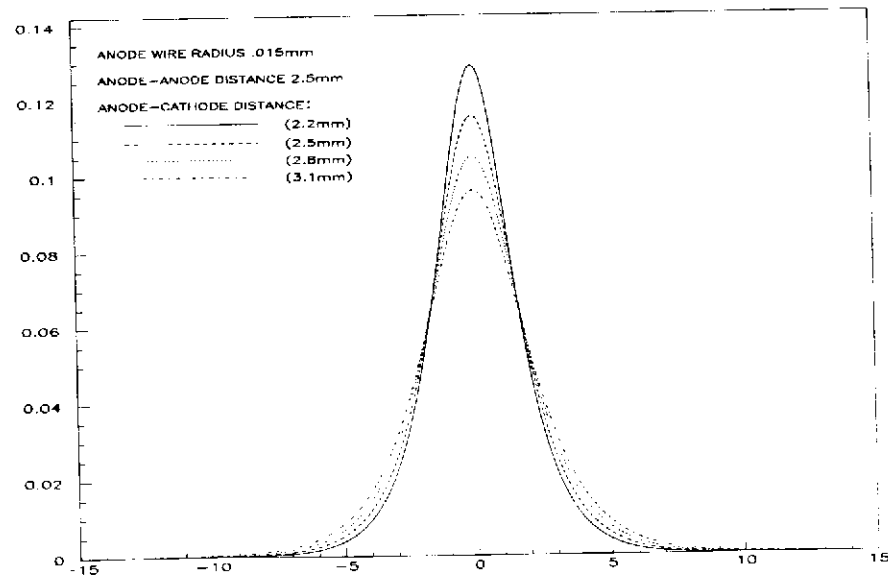


Рис. 4. Плотность распределения индуцированного заряда на катод для МПК с различным расстоянием анод-катод

Доля индуцированного заряда на стрипах может быть вычислена как

$$q_i = \frac{(2i+1)W - 2x_0}{2h} \int \Gamma(\lambda) d(\lambda) = \frac{K_1}{K_2 K_3^{1/2}} \left[\operatorname{arctg} \left(K_3^{1/2} \tanh \left(K_2 \frac{(2i+1)W - 2x_0}{2h} \right) \right) - \operatorname{arctg} \left(K_3^{1/2} \tanh \left(K_2 \frac{(2i-1)W - 2x_0}{2h} \right) \right) \right],$$

где W – ширина стрипа, $i = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$ – количество стрипов, принимаемых в рассмотрение (предполагается, что мюон пересекает стрип номер 0). Окончательно индуцированный на i -м стрипе заряд $Q_i = Q \cdot q_i$, где Q – заряд, образованный на анодной проволоке. Именно множество Q_i является исходной информацией для анализа экспериментальных данных с МПК. На рис. 5 представлено типичное событие в условиях отсутствия фона.

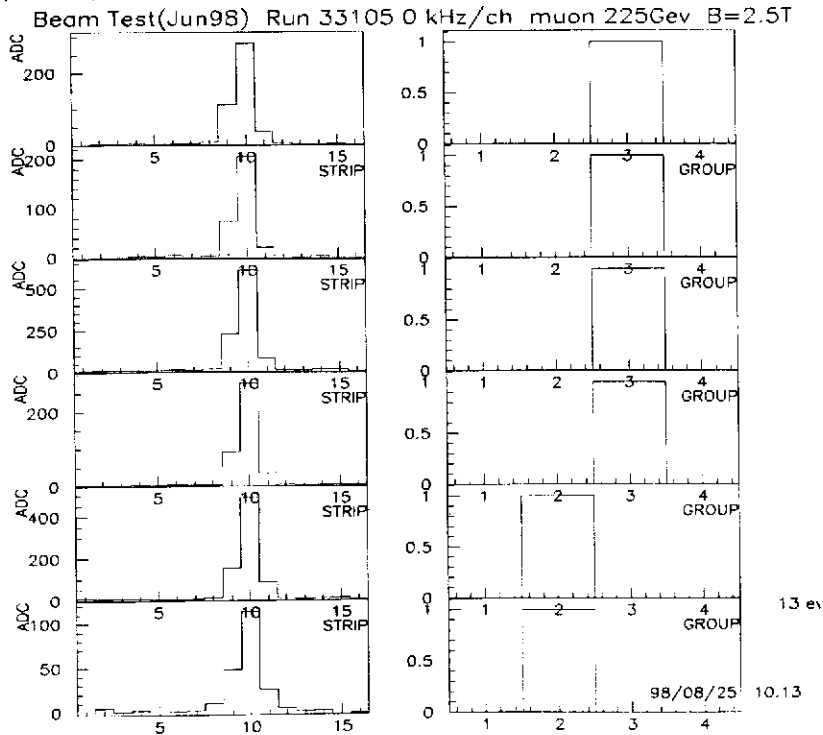


Рис. 5. Регистрация одиночного мюона МПК в условиях отсутствия фона. Слева – информация с шести катодных плоскостей, справа – сработавшие анодные группы, состоящие из набора анодных проволок

Выделим основные задачи анализа экспериментальных данных с МПК:

- определение передаточной функции, обеспечивающей переход от результатов измерений к координатам частиц,
- определение координатной точности,
- реконструкция траекторий и определение эффективности регистрации мюонов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Рассмотрим два подхода к восстановлению передаточной функции – метод отношений (Ratio method) [3] и метод фитирования (Fitting method) [1]. На практике в качестве исходной информации мы располагаем не Q_i , а $Q_i + P_i + \epsilon$, где P_i – пьедестал канала электроники, ϵ – случайная ошибка (шум электроники). $P_i + \epsilon$ – случайная величина, обычно распределенная по нормальному закону. В условиях отсутствия регистрируемых частиц, анализируя плотность распределения $P_i + \epsilon$, легко найти P_i и дисперсию $\sigma^2(\epsilon)$. После учета величины P_i в качестве исходной информации, мы располагаем $Q_i + \epsilon$, в дальнейшем эту величину обозначим Q_i .

Назовем кластером непрерывную последовательность стрипов с уровнем $Q_i > 3\sigma$, ограниченную справа и слева парой стрипов с уровнем $Q_i \leq 3\sigma$. Через Q_c обозначим наибольший (центральный) Q_i в кластере, а правый и левый соответственно $Q_r = Q_{i,r}$, $Q_l = Q_{i,l}$. Очевидно, что соотношение Q_c и Q_i характеризует положение мюона относительно центра стрипа с зарядом Q_c . Суть различных вариантов метода отношений состоит в том, что конструируется величина α , передающая соотношение Q_c и Q_i , и затем восстанавливается передаточная функция $x = f(\alpha)$, где x – координата мюона относительно центра стрипа с зарядом Q_c . Например, рассмотрим α в виде

$$\alpha = \frac{Q_r - Q_l}{2Q_c - Q_r - Q_l},$$

очевидно, что α не зависит от уровня ионизации, пропорционального или систематического изменения зарядов и изменяется в интервале $[-1, 1]$, а передаточная функция $f(\alpha)$ – непрерывная, нечетная, монотонно возрастающая, изменяющаяся в интервале $[-0,5W, 0,5W]$. Задача восстановления $f(\alpha)$ при условии, что x – известная величина традиционна и хорошо разработана. Рассмотрим случай, когда x – неизвестно. Пусть $p(\alpha)$ – плотность распределения α , $P(x)$ – плотность распределения x и $\alpha = \psi(x)$. Тогда, как это известно из теории вероятностей,

$$P(x) = p(\psi(x)) \cdot \psi'(x).$$

Когда $P(x)$ – равномерна, для произвольного α , легко найти соответствующий x через функции распределения x и α :

$$x = \frac{-W}{2} + W \int_{-1}^{\alpha} p(\alpha) d\alpha.$$

Таким образом, передаточная функция представляет собой функцию распределения α , умноженную на ширину стрипа и сдвинутую на половину стрипа для случая равномерной плотности распределения координат мюонов поперек стрипа. Последнее условие достаточно мягкое для большинства экспериментов. На рис. 6 представлены плотность распределения и функция распределения (ядро передаточной функции) α .

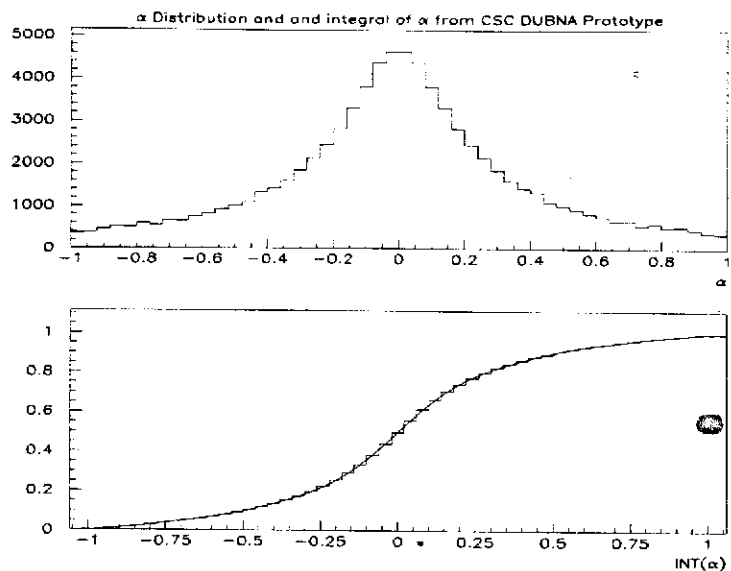


Рис. 6. Плотность распределения и функция распределения α

Для аппроксимации функции распределения α достаточно полинома седьмого порядка. Точность определения координаты σ_R можно представить как

$$\sigma_R = \frac{\sigma \sqrt{(Q_c - Q_r)^2 + (Q_r - Q_l)^2 + (Q_l - Q_c)^2}}{Q'_r(Q_c - Q_l) - Q'_l(Q_c - Q_r) - Q'_c(Q_r - Q_l)}$$

где Q_c, Q_r, Q_l – измеренные на стрипах заряды, а σ^2 – дисперсия шума электроники. Рассмотрим два специальных случая, когда $x = 0$ и $x = \pm 0,5W$, т.е. мюон проходит через центр стрипа и между стрипами. В этих случаях

$$\sigma_R = \frac{\sigma}{\sqrt{2} \cdot Q'_r} = \frac{\sigma}{\sqrt{2} \cdot Q \cdot q'_r},$$

где Q – полный заряд, измеренный на катоде,

q'_r – производная от доли индуцированного в правом стрипе заряда.

Таким образом, координатная точность определяется отношением сигнала к шуму Q/σ и скоростью изменения доли заряда в боковом стрипе. С известной долей упрощения Q определяется высоким напряжением и газовым составом, q'_r – геометрией детектора, σ – качеством исполнения электронного канала. Рассмотрим подробнее поведение q'_r . Например, на рис. 7 представлено распределение доли индуцированного в стрипе заряда в зависимости от расстояния между координатой мюона и центром стрипа (прототип P4 [1], $W=5,6$ мм).

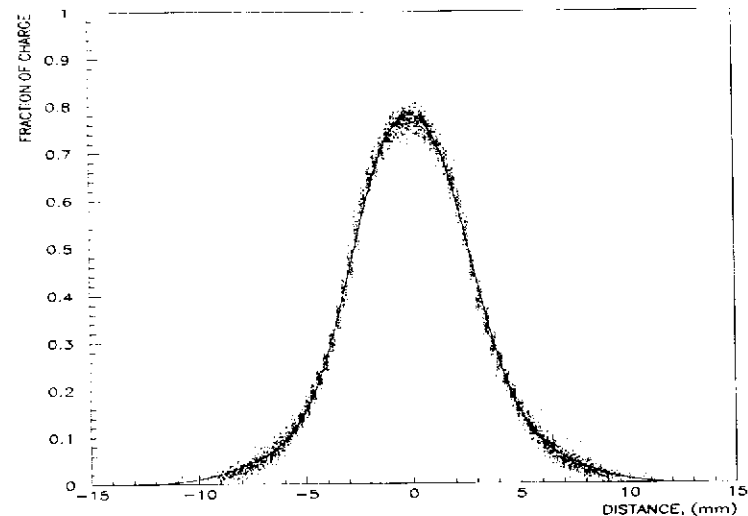


Рис. 7. Зависимость доли измеренного в стрипе заряда q от расстояния между координатой мюона и центром стрипа

Для случая $x=0$ необходимую производную следует взять в точке $-5,6$ мм, для $x=2,8$ мм в точке $-2,8$ мм. Легко заметить, что производная в первом случае меньше, чем во втором. Отсюда следует, что координатная точность поперек стрипа не постоянна, более того, точность в центре хуже точности между стрипами. Подвергнем детальному анализу поведение q'_r , когда мюон проходит между стрипами:

$$q'_r = \frac{2K_1}{h} \left[1 - \frac{2}{(1+K_2) \cdot ch \frac{2K_2 W}{h} + (1-K_2)} \right]$$

Из этой формулы следует, что точность между стрипами улучшается с ростом ширины стрипа, в пределе она стремится к

$$\sigma_r = \frac{\sigma \cdot h}{2\sqrt{2} \cdot Q \cdot K_1}$$

Поведение q'_r в зависимости от ширины стрипа W и расстояния между анодной проволокой и катодной плоскостью h представлено на рис. 8.

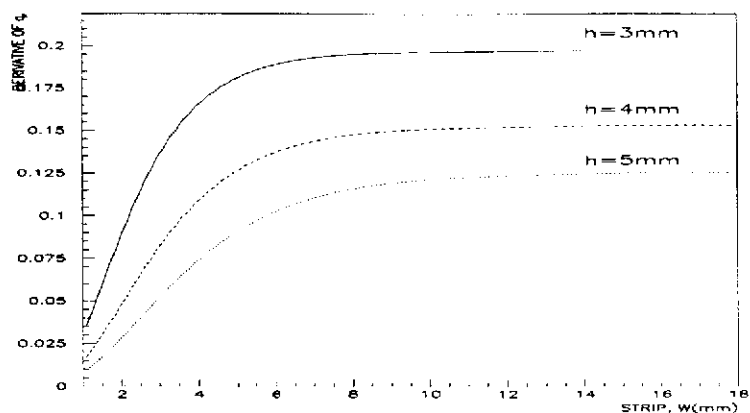


Рис. 8. Зависимость q' от W и h для $s=2,5$ мм (мюон проходит между стрипами)

Из рис. 8 хорошо видно, что для $W \geq 3h$, координатная точность выходит на плато. На рис. 9 представлено поведение q' для случая, когда мюон проходит через центр стрипа.

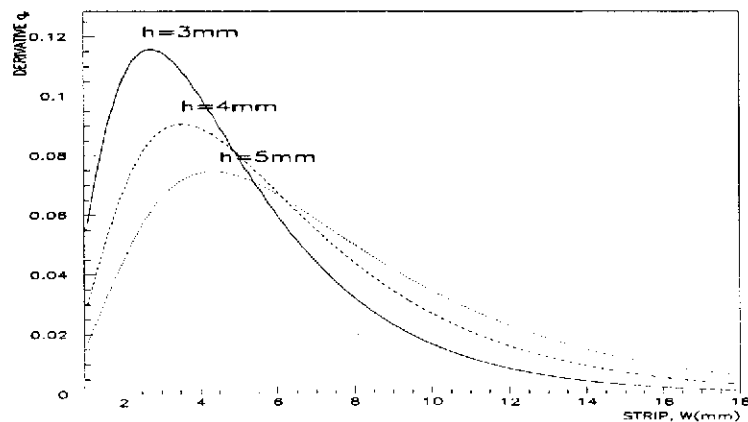


Рис. 9. Зависимость q' от W и h для $s=2,5$ мм (мюон проходит через центр стрипа)

Из рис. 9 следует, что максимальное значение q' достигается при $W \approx 0,9h$ и монотонно падает с ростом W . Окончательно для $W < 0,83h$ координатная точность в центре стрипа лучше, чем между стрипами, для $W \approx 0,83h$ точности совпадают, и для $W > 0,83h$ координатная точность в центре стрипа хуже точности между стрипами. Аналитические оценки координатной точности поперек стрипа для $W = 5$ мм (прототип P4) и отношения сигнала к шуму равному 125 представлены на рис. 10.

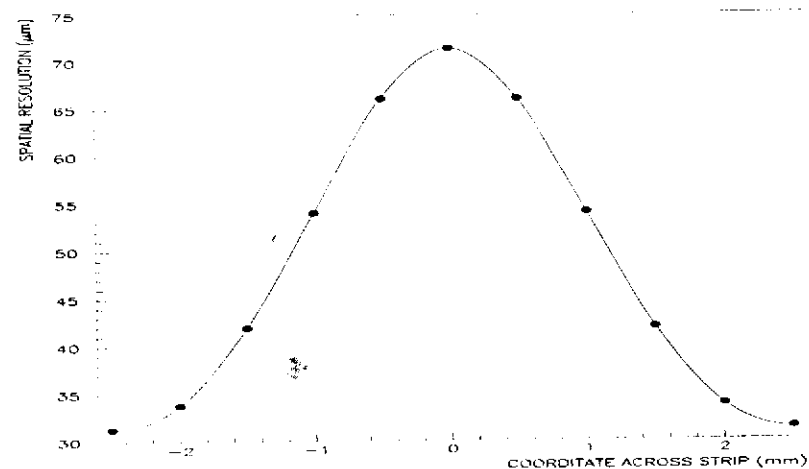


Рис. 10. Изменение координатной точности поперек стрипа

Итак, координатная точность зависит как от величины измеренного на катоде заряда (при фиксированном уровне шума), так и от места прохождения мюона через стрип. Плотность распределения измеренного заряда $P(Q)$ подобна плотности распределения Ландау (см. рис. 11).

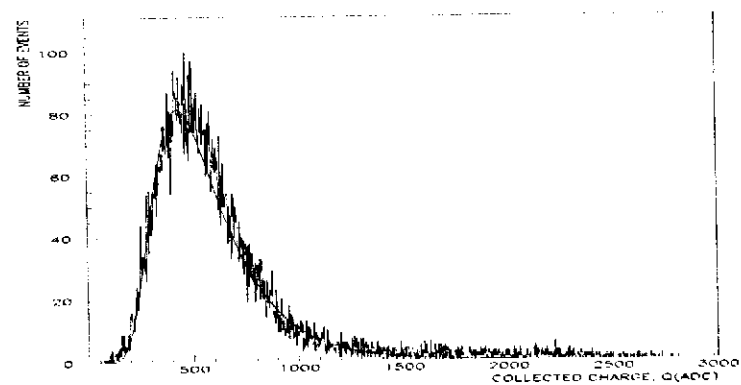


Рис. 11. Плотность распределения (ненормализованная) $P(Q)$, измеренного на катоде заряда

Пусть $P(x)$ – плотность распределения координат мюона поперек стрипа, тогда усредненную координатную точность можно найти как

$$\overline{\sigma}_R = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_R^2(x, Q) P(x) P(Q) dx d(Q)}$$

На рис. 12 показана зависимость средней точности от ширины стрипа при равномерной плотности $P(x)$ для различных МПК.

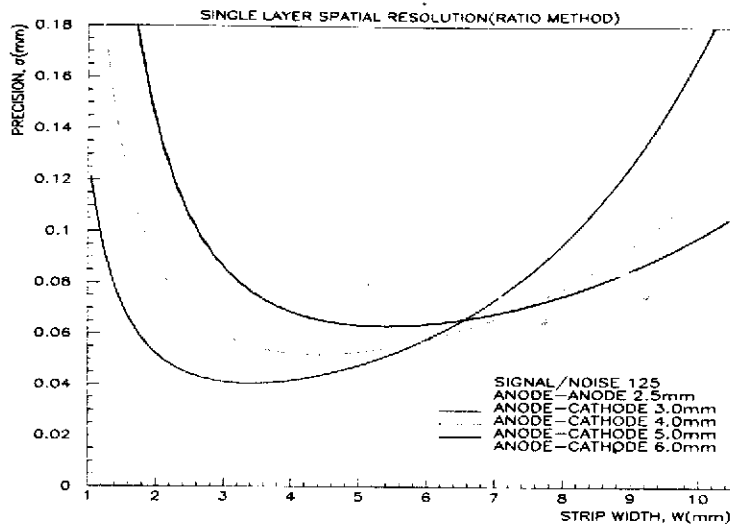


Рис. 12. Зависимость средней координатной точности метода отношений от ширины стрипа для МПК с различным расстоянием анод-катод

Из рис. 12 видно, что наилучшая точность достигается при $W \approx h$, далее, в интервале $W \leq 7$ мм точность ухудшается с увеличением h , а для $W > 7$ мм наоборот точность улучшается с увеличением h .

Для случая, когда относительно наибольшего заряда в стрипе (Q) известно только, что заряд превысил некий предельно допустимый уровень, в качестве α можно рекомендовать

$$\alpha = \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{Q_{i+1} + Q_{i-1} - Q_{i+2} - Q_{i-2}}$$

Отметим основные преимущества и недостатки метода отношений. Очевидно, что предложенный метод прост в реализации, обладает высоким быстродействием, значение α не зависит от систематического либо пропорционального изменения измеренных на стрипах зарядов, однако его использование предполагает, что кластеры не перекрываются и ширина стрипа (W) известна, последнее условие не всегда выполнимо для МПК с радиальной структурой стрипа.

Перейдем ко второму методу восстановления передаточной функции. В рамках метода фитирования необходимая координата мюона (x) и заряд, измеренный на катоде (Q), определяются из условия минимума F , где

$$F(x, Q) = \sum_{i=1}^n (Q_i^{mea} - Q q_i(x))^2$$

n – число стрипов в кластере, принятых в рассмотрение,

i – номер стрипа в кластере,

Q_i^{mea} – измеренный заряд в стрипе,

q_i – доля индуцированного на стрипе заряда.

Принимая во внимание, что ошибки измерения распределены по нормальному закону, полученные оценки Q и x являются несмещенными и эффективными. Точность восстановления координаты σ_G можно представить как

$$\sigma_G = \frac{\sigma}{Q \sqrt{\sum_{i=1}^n q_i'^2 \cdot \left(1 - \frac{(\sum_{i=1}^n q_i q_i')^2}{\sum_{i=1}^n q_i'^2 \cdot \sum_{i=1}^n q_i^2} \right)}}$$

Для случая, когда мюон проходит через центр стрипа либо между стрипами, легко найти, что

$$\sigma_G = \frac{\sigma}{\sqrt{2} Q \sqrt{\sum_{i=1}^{n/2} q_i'^2}}$$

далее, для n , равных 2 либо 3, получим

$$\sigma_G = \frac{\sigma}{\sqrt{2} \cdot Q \cdot q_i'}$$

Таким образом, для кластеров, шириной 2 либо 3 стрипа, координатные точности метода отношений и метода фитирования совпадают, если мюон проходит через центр стрипа либо между стрипами. Все основные замечания относительно точности метода отношений поперек стрипа качественно можно перенести на метод фитирования. На рис. 13 представлены аналитические оценки координатной точности поперек стрипа для двух методов ($W = 5$ мм).

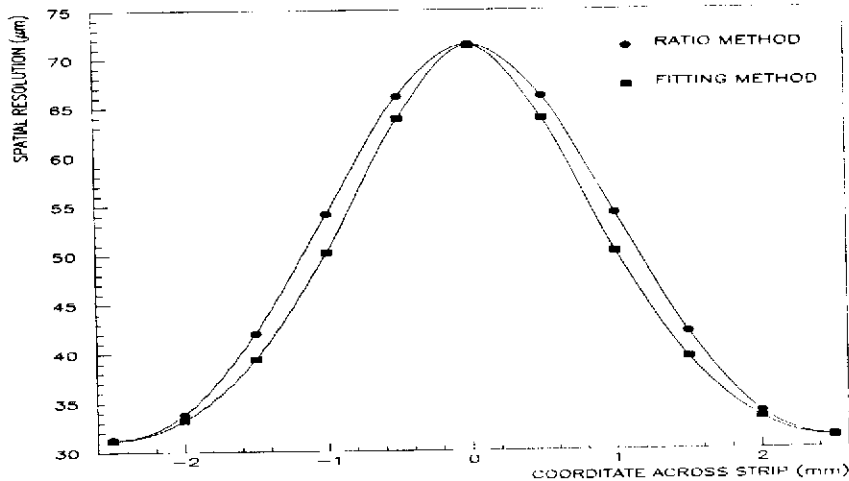


Рис. 13. Изменение координатной точности поперек стрипа для метода отношений и метода фитирования

Заметим, что улучшение точности поперек стрипа для многослойной МПК (как единого детектора) может быть достигнуто за счет сдвига регистрирующих плоскостей на половину ширины стрипа [1]. На рис. 14 представлена зависимость средней точности метода фитирования от ширины стрипа для МПК с различным расстоянием анод-катод.

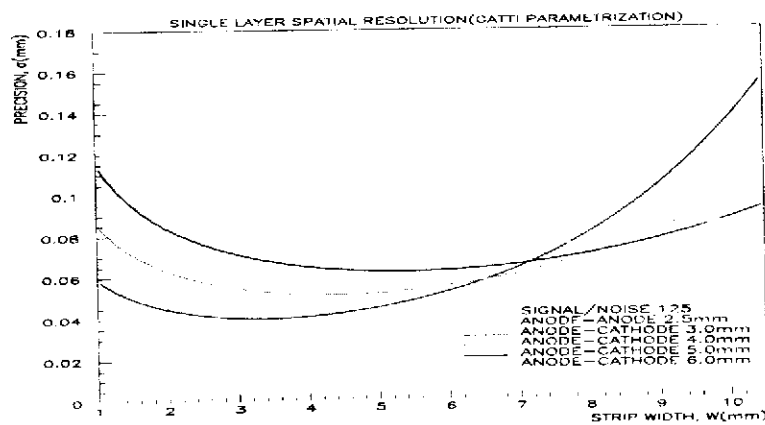


Рис. 14. Зависимость средней точности метода фитирования от ширины стрипа для МПК с различным расстоянием анод-катод

Можно показать, что в общем случае

$$\overline{\sigma_G} \leq \overline{\sigma_R}$$

Изложенная схема метода фитирования идеализирована и применима для случаев, когда не требуется достижения предельно допустимой точности. Проблема состоит в том, что плотность распределения заряда ($\Gamma(\lambda)$) найдена из уравнений электростатики без учета емкостной связи между стрипами и влияния электроники, подсоединенной к стрипам, далее, заряд, собираемый на анодной проволоке, изменяет измеренный на стрипах заряд на общую для всех стрипов величину, пропорциональную собранному заряду. Ширина радиальных стрипов зависит от радиуса (R) и может быть представлена как γR , где γ - угловой размер стрипа в радианах. Окончательно минимизируемая функция F в этом случае выглядит как

$$F(x, Q, R, \Delta) = \sum_{i=1}^n \left\{ Q_i^{new} - Q \left[(1 - 2(k_1 + k_2))q_i + k_1(q_{i-1} + q_{i+1}) + k_2(q_{i-2} + q_{i+2}) + \Delta \right] \right\}^2,$$

где k_1 и k_2 - доли заряда, передаваемые соседним стрипам,

ΔQ - общее для всех стрипов смещение измеренного заряда,

q_i - доля индуцированного на стрипе заряда, зависящая от x и R .

Замечательно то, что исключительно по информации с катода удается найти не только координату мюона, но и радиус, на котором мюон пересек МПК. Иными словами, однокоординатный по своей природе детектор становится как бы двухкоординатным. Подчеркнем, что параметры k_1 и k_2 определяются предварительно. Точность определения радиуса можно повысить, если принять во внимание то, что мюон пересекает шесть плоскостей. На рис. 15 представлена гистограмма восстановленных значений радиуса для отдельной регистрирующей плоскости при условии, что мюоны проходили через область 2×2 см.

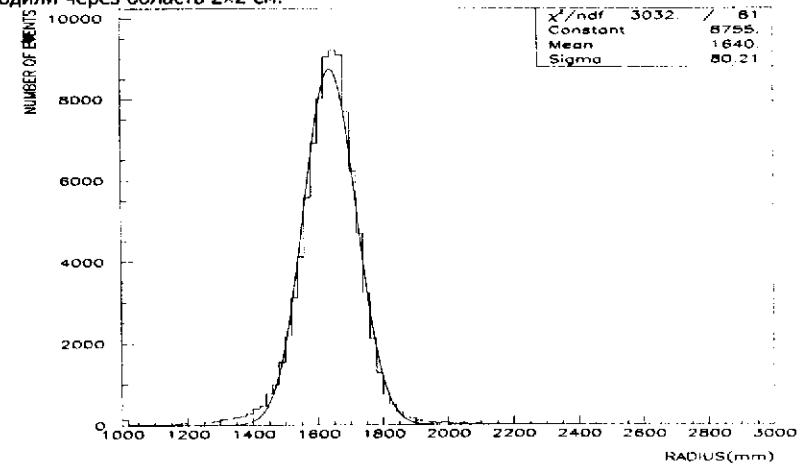


Рис. 15. Распределение восстановленных радиусов

Отметим основные преимущества и недостатки метода фитирования. Этот метод обладает высокой точностью, адаптивностью, позволяет обрабатывать перекрывающиеся кластеры, допускает систематическое изменение измеренных зарядов, однако по быстрдействию он уступает методу отношений. В качестве оптимальной можно предложить альтернативную схему анализа кластера, т.е. по методу фитирования анализируются кластеры, не допускающие анализа по методу отношений.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТНОЙ ТОЧНОСТИ

В упрощенной модели точность восстановления координаты мюона σ_x можно представить как

$$\sigma_x^2 = \sigma_{мет.}^2 + \sigma_{диф.}^2 + \sigma_{м.п.}^2 + \sigma_{угл.}^2 + \sigma_{мес.}^2,$$

где $\sigma_{мет.}$ – точность метода для перехода от измеряемых сигналов к координате, подробно эта величина обсуждалась выше,

$\sigma_{диф.}$ – вклад, определяемый диффузией электронов [4] при их движении к анодной проволоке в газовом объеме МПК. Для единичного электрона $\sigma_{диф.1e}$ можно найти как

$$\sigma_{диф.1e} = \sqrt{2Dt}, \quad D = \frac{2e\tau}{3m} = \frac{e_k\tau}{m},$$

где t – время движения электрона, e – энергия электрона, τ – среднее время между столкновениями электрона с молекулами газа, e_k – характерная энергия, m – масса электрона. Для N электронов $\sigma_{диф.}^2 = \sigma_{диф.1e}^2 / N$. Например, для прототипа Р4, газового состава $Ar(30\%) + CF_4(20\%) + CO_2(50\%)$ и напряжения 2,8 кВ, $\sigma_{диф.} \approx 13$ мкм,

$\sigma_{м.п.}$ – вклад, определяемый влиянием магнитного поля на движущийся электрон [1], [5], подробно об этом вкладе в последующих работах,

$\sigma_{угл.}$ – вклад, определяемый углом между треком мюона и направлением, перпендикулярным к оси стрипа. Природа этого вклада состоит в том, что форма индуцированного на катоде заряда заметно искажается с ростом ширины интервала на анодной проволоке, где собираются электроны ионизации,

$\sigma_{мес.}$ – вклад, определяемый качеством изготовления МПК.

Изложим подробнее основные этапы и результаты оценки координатной точности прототипа Р4 МПК. Выбранные экспериментальные условия обеспечивали $\sigma_{мет.} = 35$ мкм и $\sigma_{угл.} = 0$. Вначале решим вопрос о том, как распределены ошибки измерений координаты мюона. Можно показать, что с уменьшением расстояния между регистрируемыми частицами точность заметно ухудшается. Мюоны, пересекающие МПК, рождают δ -электроны, которые, сопровождая мюоны, значительно ухудшают точность [6]. Таким образом, ошибки измерений разбиваются на два множества. К первому отнесем случаи, когда мюон не испытал влияния δ -электронов, ко второму – когда мюон испытал влияния δ -электронов. Таким образом, задача оценки координатной точности сводится к оценкам точности в каждом из множеств и к оценке количественного соотношения этих множеств. Будем исходить из того, что мы не располагаем внешним источником информации о координате мюона, иными словами, мы найдем координатную точность регистрирующего слоя МПК, используя только информацию с МПК. Для решения поставленной задачи необходимы реконструированные треки мюонов, но для реконструкции треков необходимо знать точность детектора. Эту трудность можно преодолеть, анализируя события, содержащие один и только один кластер в слое (см. рис. 5), т.е. содержащие только один мюонный трек. Из анализа подобных событий следует, что плотность распределения ошибок измерений координат удовлетворительно параметризуется выражением

$$P(x) = p_1 \cdot N(0, \sigma_1^2) + (1 - p_1) \cdot N(0, \sigma_2^2),$$

где N – плотность нормального закона распределения, $\sigma_1^2 (\sigma_2^2)$ – дисперсии ошибок измерений, p_1 – вероятность ошибки измерения с дисперсией σ_1^2 . Дисперсия $D(x)$ плотности распределения $P(x)$ равна

$$D(x) = p_1 \cdot \sigma_1^2 + (1 - p_1) \cdot \sigma_2^2,$$

и может быть легко вычислена в рамках метода наименьших квадратов, так как координатная точность всех слоев МПК одинакова. Для определения p_1 , σ_1 и σ_2 необходимы параметры треков. Пусть $x_i (i=1, 2, \dots, 6)$ – координаты трека, z_i – положение i -ого детектирующего слоя в некоторой общей системе координат и $x = a_0 + a_1 z + a_2 z^2$ – модель трека. Так как плотность $P(x)$ не является нормальной, для определения параметров трека будем использовать метод максимума правдоподобия [7], который обеспечивает при достаточно общих предположениях эффективность оценок. Окончательно получим следующую систему уравнений относительно a_0, a_1, a_2 :

$$\begin{aligned} a_0 \sum_{i=1}^6 (1 - k_i) + a_1 \sum_{i=1}^6 z_i (1 - k_i) + a_2 \sum_{i=1}^6 z_i^2 (1 - k_i) &= \sum_{i=1}^6 x_i (1 - k_i), \\ a_0 \sum_{i=1}^6 z_i (1 - k_i) + a_1 \sum_{i=1}^6 z_i^2 (1 - k_i) + a_2 \sum_{i=1}^6 z_i^3 (1 - k_i) &= \sum_{i=1}^6 x_i z_i (1 - k_i), \\ a_0 \sum_{i=1}^6 z_i^2 (1 - k_i) + a_1 \sum_{i=1}^6 z_i^3 (1 - k_i) + a_2 \sum_{i=1}^6 z_i^4 (1 - k_i) &= \sum_{i=1}^6 x_i z_i^2 (1 - k_i), \end{aligned}$$

где

$$k_i = \frac{\frac{(1 - p_1) \sigma_1}{p_1 \sigma_2} e^{\frac{(x_i - a_0 - a_1 z_i - a_2 z_i^2)^2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{2 \sigma_1^2 \sigma_2^2}}}{1 + \frac{(1 - p_1) \sigma_1}{p_1 \sigma_2} e^{\frac{(x_i - a_0 - a_1 z_i - a_2 z_i^2)^2 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{2 \sigma_1^2 \sigma_2^2}}} \cdot \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{\sigma_2^2}.$$

Данная система уравнений является нелинейной. Для ее решения используется итерационная процедура, на каждом шаге которой после уточнения $k_i (i=1, 2, \dots, 6)$ переисчисляются a_0, a_1, a_2 . Оказалось, что для сходимости процесса достаточно трех шагов. Начальные значения p_1, σ_1, σ_2 определяются по результатам аппроксимации $x_i (i=1, 2, \dots, 6)$ методом наименьших квадратов. Принимая во внимание тот факт, что функция правдоподобия имеет несколько локальных максимумов особое внимание уделялось качеству начальных приближений a_0, a_1, a_2 . Следующая процедура дала наилучший результат:

- рассматривались всевозможные сочетания из трех элементов для x_i (или двух элементов для прямолинейной модели трека) и определялись a_0, a_1, a_2 (или a_0, a_1),
 - выбирался набор, обеспечивающий максимальное значение функции правдоподобия.
- Найденные параметры треков использовались для окончательного уточнения p_1, σ_1, σ_2 . Следует подчеркнуть, что изложенный метод обладает высоким быстродействием благодаря тому, что на каждом шаге решается линейная система из трех (двух)

уравнений. На рис. 16 представлено поведение k , в зависимости от ошибки вычисления координаты для случая $P_1 = 0,9$, $\sigma_1 = 80$ мкм, $\sigma_2 = 600$ мкм.

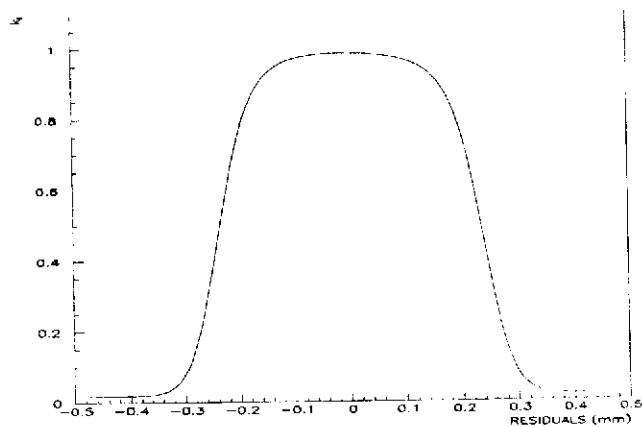


Рис. 16. Зависимость k , от ошибки вычисления координаты мюона

На рис. 17 (верхняя часть), представляющим корреляцию между координатой трека и ошибкой вычисления этой координаты, хорошо видны систематические ошибки, подчиняющиеся синусоидальному закону на ширине стрипа. На нижнем рисунке та же корреляция, но после введения необходимых поправок ($W = 5$ мм).

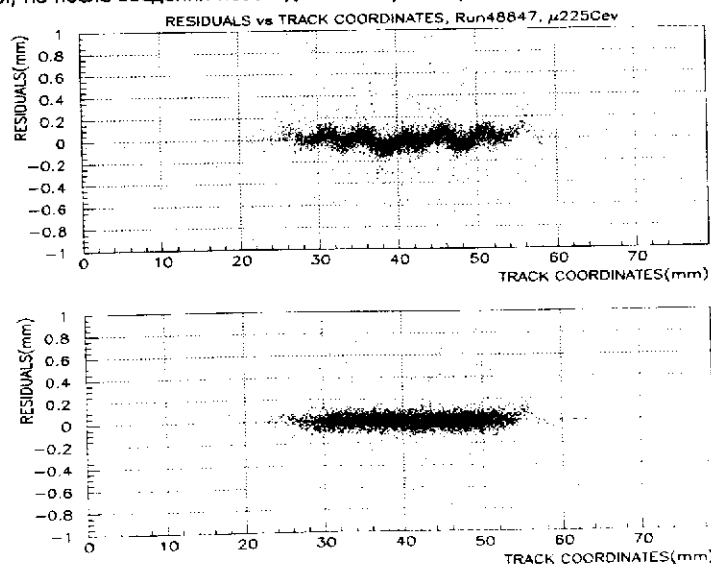


Рис. 17. Корреляция между координатой трека мюона и ошибкой вычисления этой координаты до и после введения поправок

На рис. 18 представлена окончательная плотность распределения ошибок вычисления координаты мюона для прототипа P4 МПК.

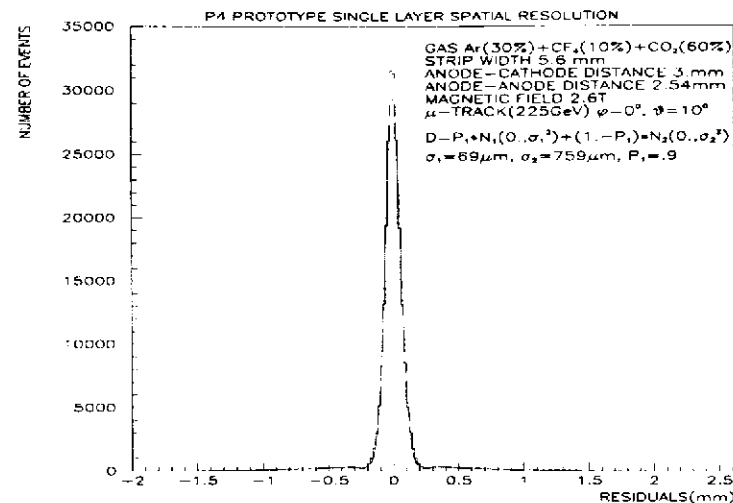


Рис. 18 Плотность распределения (ненормализованная) ошибок вычисления координаты мюона для прототипа P4 МПК

Ранее было показано, что координатная точность обратно пропорциональна измеренному на катоду заряду, который, как известно, зависит от высокого напряжения. На рис. 19 представлена зависимость σ_1 от высокого напряжения, поданного на прототип P4 МПК.

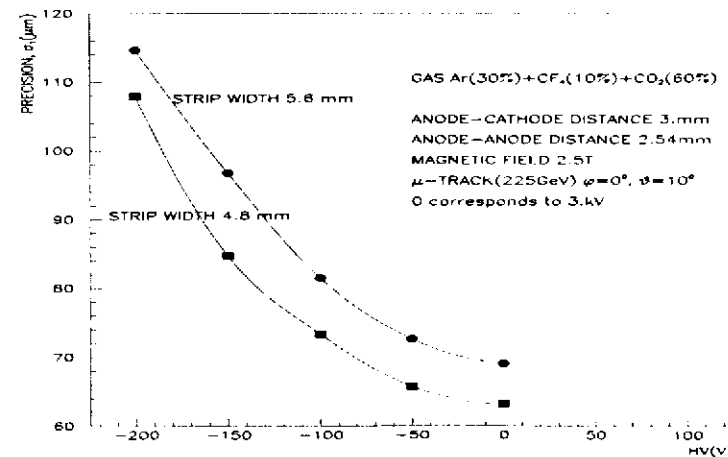


Рис. 19. Зависимость σ_1 от высокого напряжения, поданного на прототип P4 МПК

РЕКОНСТРУКЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ

В общем случае алгоритм реконструкции траекторий в ME1/1 является частью единого алгоритма поиска мюонных треков и, безусловно, учитывает результаты реконструкции в соседних элементах торцевой части КМС. В данной работе ограничимся случаем поиска прямолинейных траекторий для изолированной МПК, что является типичным условием на этапе создания детектора.

Найденная плотность распределения ошибок измерений координат мюона предопределяет выбор необходимого алгоритма в виде метода построения дороги для трека [8]. На первом этапе, в области возможно содержащей трек, путем перебора отыскивается фрагмент будущего трека как набор координат (≥ 3), лежащий внутри дороги с полушириной примерно равной $3,9\sigma_1$ (считается, что эти координаты измерены с точностью σ_1), затем найденный фрагмент дополняется координатами в предположении, что они измерены с точностью σ_2 при этом по χ^2 -критерию для заданного уровня ошибки первого рода контролируется качество трека. Окончательно мы располагаем набором координат, образующих трек, и для каждой координаты указано, с какой точностью она измерена. Последнее позволяет заметно улучшить точность вычисления параметров трека в рамках метода наименьших квадратов по сравнению с предположением равноточности измерений координат.

Под эффективностью регистрирующего слоя МПК будем понимать вероятность присутствия координаты с данного слоя на треке. На рис. 20 представлена зависимость эффективности слоя от высокого напряжения, поданного на прототип Р4 МПК.

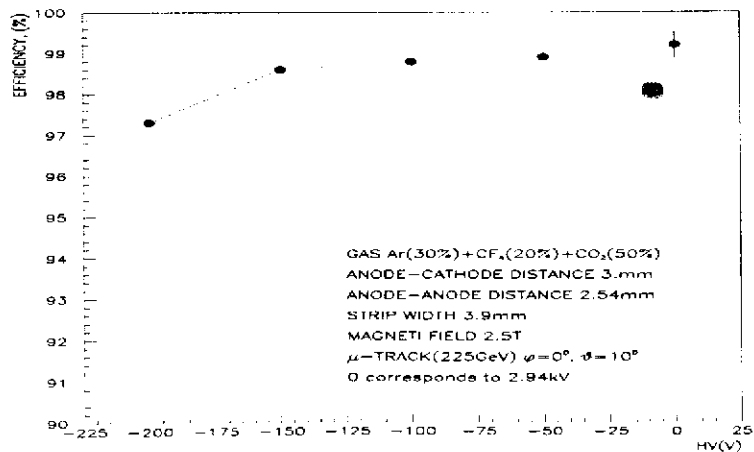


Рис. 20. Зависимость эффективности регистрирующего слоя для прототипа Р4 МПК от высокого напряжения

На рис. 21 представлена эффективность реконструкции мюонного трека, содержащего как минимум 3 (4) координаты (из шести возможных), измеренные с точностью σ_1 в зависимости от высокого напряжения (в качестве монитора использовалась информация

с анодных плоскостей МПК (см. рис. 5), величина σ_1 изменялась в зависимости от высокого напряжения).

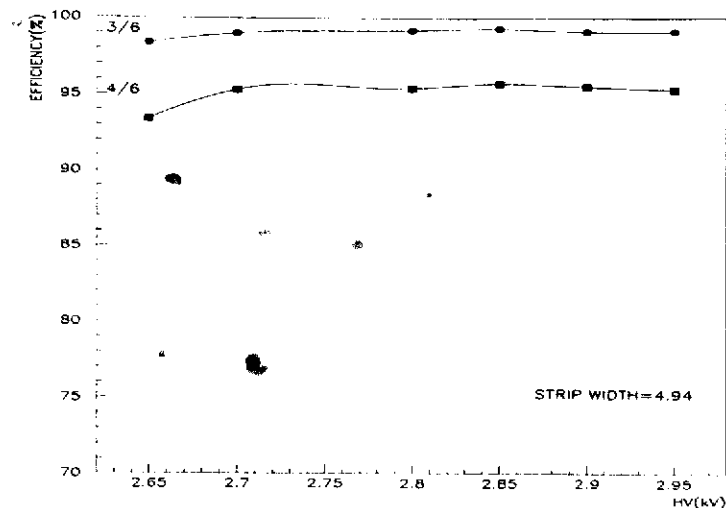


Рис. 21. Зависимость эффективности реконструкции трека для прототипа Р3 МПК от высокого напряжения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанное математическое обеспечение позволяет успешно решать основные задачи анализа данных с МПК и не зависит от параметров детектора. Предложенные методы апробированы на различных прототипах МПК, полученные результаты широко использовались для анализа экспериментальных данных и выбора параметров будущего детектора.

Авторы выражают благодарность И.А. Голутвину, Р.Г. Позе, И.В. Пузынину за постоянный интерес и поддержку работы, а также коллегам из ЛФЧ и ЛВТА за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] CMS. The Compact Muon Solenoid. Technical Proposal. CERN/LHCC 94-38, LHCC/P1, Geneva, Switzerland, 1994.
CMS. The Muon Project. Technical Design Report. CERN/LHCC 97-32, CMS TDR 3, Geneva, Switzerland, 1997.
- [2] E. Gatti et al., Nucl. Instr. And Meth. 163 (1979) 83.
- [3] G. Charpak, F. Sauli, High Resolution Electronic Particle 1984 by Annual Reviews Inc., Geneva, Switzerland, 1984, 285.
E. Gatti et al., Nucl. Instr. and Meth. 188 (1981) 327.
I. Endo et al., Nucl. Instr. and Meth. 188 (1981) 51.
J. Chiba et al., Nucl. Instr. and Meth. 206 (1982) 451.
H. van der Graaf et al., Nucl. Instr. and Meth. A 307 (1991) 220.

- K. Lau, J. Puriik, Nucl. Instr. and Meth. A 366 (1995) 298.
- A. Chyrov et al., The Spatial Resolution of $3 \times 3 \text{ m}^2$ Dubna Prototype CSC. GEM TN-93-466, 1993.
- V. Gratchev et al., Position and Timing Resolution of Interpolating Cathode Strip Chamber in a Test Beam. BNL-CSC-94-2, USA, 1994.
- M.M. Baarmand et al., Test of Cathode Strip Chamber Prototypes. CMS Note 1997/078, CERN, Geneva, Switzerland, 1997.
- [4] A. Peisert, F. Sauli, Preprint CERN 84-08, Geneva, Switzerland, 1984.
- E. Wagner, F. Davis, G. Hurst, J. Chem. Phys., vol.47,3138,1967.
- J. Parker, J. Lowke, Physd. Rew., vol. 181, 290, 1969.
- H. Skullerud, J. Phys. B., vol. 2, 696, 1969.
- F. Piuz, Nucl. Instr. and Meth. 205 (1983) 425.
- М.И. Дайон, О.К. Егоров, С.А. Крылов и др., Приборы и техника эксперимента №5, 1970, стр. 64.
- [5] П.В. Мойсенз, Е.М. Негодаева. Катодно-стриповые камеры ENDCAP CMS. Работа в магнитном поле. Препринт №47, ФИАН, Москва, 1998.
- [6] C. Albajar et al., Nucl. Instr. and Meth. A 364 (1995) 473.
- [7] R. Fisher, On an Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves, Messenger of Math., 41.
- [8] Методы анализа данных в физическом эксперименте под ред. М. Реглера, Москва, Мир, 1993.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 апреля 1999 года.