

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

97-109

P10-97-109

А.В.Даниэль, Г.С.Попеко, Г.М.Тер-Акопьян

ВОЗМОЖНОСТИ АНАЛИЗА  
ДВОЙНЫХ  $\gamma$ -СОВПАДЕНИЙ

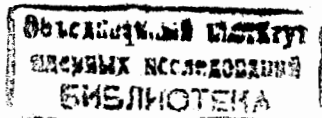
1997

## 1. Введение

Создание новых 4π-установок (GAMMASPHERE, EUROGAMM, GASP), сочетающих высокую эффективность регистрации  $\gamma$ -квантов с хорошим энергетическим разрешением, не только расширило возможности исследования высокоспиновых состояний атомных ядер, но также сделало возможным реализацию нового подхода к исследованию процессов низкоэнергетического деления [1]. А именно, исследование совпадений множественных  $\gamma$ -квантов, испущенных парными осколками деления  $^{252}\text{Cf}$ , позволило получить новый класс данных, характеризующий собственно процесс деления [1, 2]. Основные результаты были получены из анализа двойных  $\gamma\gamma$ -совпадений, возможности использования событий с большей кратностью, на сегодня, только обсуждаются.

Традиционно анализ двойных  $\gamma\gamma$ -совпадений сводится к построению двумерной матрицы совпадений с последующей оценкой интенсивностей двумерных  $\gamma$ -пиков. Подобная оценка может быть выполнена известным методом «ворот», широко используемым в  $\gamma$ -спектроскопии, когда выполняется срез матрицы вдоль одной из осей, причем ширина среза задается характерной шириной  $\gamma$ -пиков. Вдоль полученного среза выполняется свертка данных, и таким образом задача сводится к анализу одномерного  $\gamma$ -спектра. Принципиальная трудность, возникающая в данном подходе, связана со сложной формой фона, содержащегося в двумерной матрице и состоящего из двух различных компонент. Первая, гладкая компонента фона, обусловлена совпадением регистрации комптоновских  $\gamma$ -квантов. Вторая, наблюдаемая в виде двух серий гребней, параллельных осям координат, обусловлена совпадением регистрации комптоновских  $\gamma$ -квантов и  $\gamma$ -квантов дискретного спектра, родившихся в источнике. Без корректного учета второй компоненты фона интенсивности слабых  $\gamma$ -пиков будут заметно завышены, а на пересечениях фоновых гребней могут быть обнаружены ложные пики.

Одним из возможных путей оценки фона в методе «ворот» является открытие дополнительных «ворот» вблизи исследуемого двумерного  $\gamma$ -пика и оценка вклада фоновых гребней в интенсивность самого пика.



Однако на практике часто невозможно выделить область вблизи исследуемого пика, свободную от вклада слабых пиков.

Существуют два иных подхода, а также их возможная комбинация к анализу подобных данных. Первый, предложенный в работе [3] и модифицированный в последние годы [4], основан на вычитании фона из двумерной матрицы. После применения данного вычитания фона становится возможным использование метода «ворот». Второй подход основан на разложении двумерной области на фоновую компоненту и сумму вкладов от  $\gamma$ -пиков [5, 6]. Комбинация этих двух подходов обсуждалась в работе [7], где разложение двумерной области предлагалось проводить после вычитания фона.

Нашей задачей являлось создание специального программного обеспечения для анализа  $\gamma\gamma$ -совпадений применительно к экспериментам в области изучения низкоэнергетического деления ядер. Характерными особенностями данных, получаемых в подобных экспериментах, является большая статистика и исключительно высокая плотность  $\gamma$ -пиков.

## 2. Математическая модель

В основе нашей модели лежит предположение, что любая локальная область двумерной матрицы  $\gamma\gamma$ -совпадений может быть описана суммой трех аналитических функций, две из которых  $F_{b1}$ ,  $F_{b2}$  описывают фоновые компоненты, а последняя  $F_{\gamma\gamma}$  - вклад от искомым пиков  $\gamma\gamma$ -совпадений. Подобный подход использовался ранее в работах [5-7]. Отличие моделей связано с явным видом используемых аналитических функций и, в первую очередь, с методами оценки свободных параметров модели. Нами было использовано следующее представление для функции  $F(x_i, y_j)$ , описывающей содержимое одной ячейки  $(x_i, y_j)$  локальной области двумерной матрицы:

$$F(x_i, y_j) = F_{b1}(x_i, y_j) + F_{b2}(x_i, y_j) + F_{\gamma\gamma}(x_i, y_j), \quad (1)$$

где

$$F_{b1}(x_i, y_j) = B_0 + B_1 \cdot (x_i - \bar{x}_i) + B_2 \cdot (y_j - \bar{y}_j) + B_3 \cdot (x_i - \bar{x}_i) \cdot (y_j - \bar{y}_j), \quad (2)$$

$$F_{b2}(x_i, y_j) = \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} A_\alpha \cdot G(x_i, x_\alpha, \{p\}_\alpha) + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} A_\beta \cdot G(y_j, y_\beta, \{p\}_\beta), \quad (3)$$

$$F_{\gamma\gamma}(x_i, y_j) = \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} A_{\alpha\beta} \cdot G(x_i, x_\alpha, \{p\}_\alpha) \cdot G(y_j, y_\beta, \{p\}_\beta). \quad (4)$$

Здесь  $N_\alpha$ ,  $x_\alpha$  и  $N_\beta$ ,  $y_\beta$  - числа и центры всех  $\gamma$ -линий, расположенных вдоль двух ортогональных направлений  $x$  и  $y$  соответственно, которые могут давать вклад в рассматриваемую локальную область;  $\{p\}_\alpha$  и  $\{p\}_\beta$  являются множествами параметров, определяющих форму  $\gamma$ -пика в зависимости от энергии, их число зависит от явного вида функции  $G$ ; параметры  $B_0 - B_3$  определяют уровень гладкого фона;  $A_\alpha$ ,  $A_\beta$  - интенсивности фоновых гребней;  $A_{\alpha\beta}$  - интенсивности искомым  $\gamma\gamma$ -совпадений.

Известно, что для детекторов из высокочистого германия с антикомптоновской защитой, типа используемых на  $4\pi$  установках, форма  $\gamma$ -пика хорошо описывается простым гауссианом. Таким образом, в нашем случае множество параметров  $\{p\}$  сводится к одной дисперсии  $\sigma$ . Другими словами, функция  $G$  имеет следующий вид:

$$G(x_i, x_\alpha, \sigma_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_\alpha} \int_{x_i - 0.5}^{x_i + 0.5} \exp\left[-\frac{(x - x_\alpha)^2}{2 \cdot \sigma_\alpha^2}\right] \cdot dx \quad (5)$$

$$= \operatorname{erfc}\left(\frac{x_i + 0.5 - x_\alpha}{\sqrt{2} \cdot \sigma_\alpha}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{x_i - 0.5 - x_\alpha}{\sqrt{2} \cdot \sigma_\alpha}\right).$$

Необходимость использования интеграла от распределения Гаусса по ширине канала обусловлена характерными значениями дисперсии  $\sigma \cong 1,3 \div 1,6$  канала, а также достаточно высокой статистикой наших данных, что в совокупности делает заметным (больше статистической ошибки) отклонение функции  $G$  от чистого распределения Гаусса.

Свободными параметрами модели в таком представлении являются  $N_\alpha$ ,  $x_\alpha$ ,  $N_\beta$ ,  $y_\beta$ ,  $B_0 - B_3$ ,  $A_\alpha$ ,  $A_\beta$ ,  $A_{\alpha\beta}$ . Здесь, естественно, предполагается, что зависимость дисперсии  $\sigma$  от энергии  $\gamma$ -квантов может быть определена из калибровочных данных. В таком приближении полное число свободных параметров, необходимых для описания локальной области размером порядка  $30 \times 30$  каналов, при характерной для делительных экспериментов плотности  $\gamma$ -пиков, дает величину порядка 200. Подобная оценка практически исключает возможность прямого применения нелинейного фитирования для оценки параметров модели. Однако задача сильно упрощается, если решать ее последовательно в два этапа. Так, из

уравнений (1-4) видно, что если возможна независимая оценка параметров  $N_{\alpha}$ ,  $x_{\alpha}$ ,  $N_{\beta}$ ,  $x_{\beta}$ , то оценка оставшихся параметров сводится к решению линейной задачи с наложенными естественными ограничениями:  $A_{\alpha}$ ,  $A_{\beta}$ ,  $A_{\alpha\beta} \geq 0$ . Решение последней задачи хорошо изучено [8] и не должно вызывать серьезных затруднений при числе параметров порядка двухсот.

### 3. Поиск $\gamma$ -пиков

Разнообразные подходы предлагались для оценки параметров  $N_{\alpha}$ ,  $x_{\alpha}$ ,  $N_{\beta}$ ,  $x_{\beta}$ , другими словами, для определения всех  $\gamma$ -линий, расположенных вдоль двух ортогональных направлений и дающих вклад в рассматриваемую локальную область. Одним из возможных подходов является использование априорной информации об известных  $\gamma$ -переходах [5, 7], которые могут реализоваться в эксперименте и совпадение между которыми можно ожидать. Однако часто информация о  $\gamma$ -переходах является неполной, а введение априорного ограничения на возможные  $\gamma\gamma$ -совпадения может быть не желательным. Иной подход [6] основан на прямом анализе окрестности каждой точки рассматриваемой области с целью выявления возможных двумерных  $\gamma$ -пиков.

Наш подход к оценке параметров  $N_{\alpha}$ ,  $x_{\alpha}$ ,  $N_{\beta}$ ,  $x_{\beta}$  включает построение двух ортогональных проекций рассматриваемой локальной области и независимую оценку параметров  $N_{\alpha}$ ,  $x_{\alpha}$  и  $N_{\beta}$ ,  $x_{\beta}$  по полученным проекциям. Данный подход требует только задания априорной информации о зависимости дисперсии  $\gamma$ -пика от энергии.

Оценка параметров  $N_{\alpha}$ ,  $x_{\alpha}$  по одной из проекций выполняется с помощью специально созданной итерационной процедуры, позволяющей автоматически фитировать одномерный спектр суммой гауссианов, с переменным числом членов суммы и линейной функцией  $B_0 + B_1 \cdot (x_i - \bar{x}_i)$ , достаточной для описания гладкого фона на узком участке спектра. Подобная идея не является принципиально новой, однако ее реализация стала возможной только с появлением быстродействующих рабочих станций.

Каждый шаг итерации включает:

- выбор начального положения и интенсивности нового гауссиана, если условие завершения итераций не выполнено;
- нелинейное фитирование спектра по методу наименьших квадратов, при этом варьируются положения и интенсивности всех гауссианов и параметры  $B_0$  и  $B_1$ ;
- анализ результатов фитирования с целью исключения из дальнейшего рассмотрения плохо обусловленных гауссианов.

Последнее подразумевает анализ взаимного положения всех гауссианов, который позволяет избежать возможные ложные расщепления линий, а также анализ полученных в результате фитирования оценок ошибок положения и интенсивности каждого гауссиана. На практике гауссиан, интенсивность которого не превышает оценки его ошибки, либо оценка ошибки положения центра гауссиана превышает ширину канала, исключается из дальнейшего рассмотрения. Также каждые два гауссиана, расстояние между центрами которых оказывается менее половины величины дисперсии  $\sigma$  объединяются в один. Результатом работы итерационной процедуры является список положений всех  $\gamma$ -пиков, обнаруженных в линейном спектре.

Возможности рассмотренной процедуры по обнаружению  $\gamma$ -пиков в зависимости от статистики и уровня фона проверялись на специально моделируемых спектрах. Моделирование одного спектра включало следующие последовательные шаги.

- 1) Задание исходных параметров:  $N_{\max}$ - значение спектра в области максимума;  $V_{rel}$ - относительный уровень фона, в долях от  $N_{\max}$ ; число  $\gamma$ -пиков в спектре - один или два, в последнем случае задавалось расстояние  $\delta s$  между пиками и отношение их интенсивностей  $A_2/A_1$ .
- 2) Розыгрыш случайного положения одного  $\gamma$ -пика и расчет его интенсивности для заданных значений  $N_{\max}$  и  $V_{rel}$ .
- 3) Расчет вклада в каждый канал спектра от фона и одного или двух  $\gamma$ -пиков, положение и интенсивности которых определены на шаге 2.
- 4) Значение в каждом канале модифицируется случайным образом в соответствии с распределением Пуассона.

Для каждого набора значений исходных параметров  $N_{\max}$ ,  $V_{rel}$ ,  $\delta s$ ,  $A_2/A_1$  разыгрывалось 50 спектров и определялась вероятность обнаружения  $\gamma$ -пика и точность определения положения его центра.

Результаты анализа для случая одиночного  $\gamma$ -пика приведены на рис. 1a,b. Кривые, приведенные на данном рисунке и на рис.2-4, являются результатом сглаживания расчетных данных. Максимальное значение спектров варьировалось в широком диапазоне от 100 до 50000, что соответствует изменению статистической ошибки от 10% до 0,45%.

Обсуждаемая процедура поиска  $\gamma$ -пиков в первую очередь создавалась для анализа спектров, являющихся проекциями локальных областей, т.е. для спектров, получаемых сверткой данных по 25-30 каналам. Учитывая высокую статистику, свойственную экспериментам с источником спонтанного деления [1, 2], характерное число отсчетов на канал в обсуждаемых спектрах превышает 5 тысяч и часто достигает величины 50-100 тысяч. Для подобной статистики, как видно из рис. 1, вероятность обнаружения одиночного  $\gamma$ -пика равна 100% при возрастании

уровня фона до 95% от максимального значения спектра, а точность определения положения центра пика оказывается не хуже  $0,1\sigma$ . Подобные ошибки в определении центра  $\gamma$ -пика  $0,1 - 0,2\sigma$  дают вклад в ошибку оценки интенсивности порядка  $0,7 - 1,7\%$  соответственно. Более строгая оценка их вклада будет зависеть от соотношения интенсивностей  $\gamma$ -пика и фоновой компоненты, имеющей форму гребня.

Случай одиночного  $\gamma$ -пика является, в определенном смысле, предельным. При наличии двух  $\gamma$ -пиков в спектре результат может только ухудшиться, и он, безусловно, зависит от расстояния между центрами  $\gamma$ -пиков. Следует также отметить, что наиболее сложный случай наблюдается для двух  $\gamma$ -пиков равной интенсивности. Результаты анализа подобного случая для  $N_{\max}=50000$  приведены на рис.2а,б. Как видно, при удалении пиков на расстояние порядка  $3\sigma$  результаты практически совпадают с результатами, полученными при поиске одиночного пика. Предел обнаружения двух одинаковых по интенсивности  $\gamma$ -пиков наступает при их сближении на расстояние порядка  $1\sigma$ , при этом точность определения положения центра пика остается приемлемой. Поведение анализируемых величин  $R$  и  $\delta x$  в случае меньшей статистики продемонстрировано на рис.3а,б для двух значений  $\delta s = 1,1\sigma$  и  $2,0\sigma$ . Как видно, в предельном случае  $\delta s = 1,1\sigma$ , даже для низкого уровня фона  $\approx 10\%$  вероятность обнаружения  $\gamma$ -пика быстро снижается при ухудшении статистики, примерно на 20% при изменении статистической точности в области максимума спектра на 0,6%. Однако в реальности два близкие по интенсивности  $\gamma$ -пика, расположенные на расстоянии порядка  $1\sigma$ , встречаются редко. Значительно чаще можно наблюдать различные по интенсивности  $\gamma$ -пики. В этом случае ситуация с вероятностью обнаружения  $\gamma$ -пика несколько улучшается, как показано на рис.4а,б.

Рассмотренная процедура прошла длительную апробацию при анализе реальных спектров и продемонстрировала хорошие результаты.

#### 4. Программа обработки

На основе изложенного выше подхода к анализу больших матриц  $\gamma\gamma$ -совпадений была написана программа, реализующая все стадии анализа от выбора локальной области до получения конечного результата - списка всех совпадений в пределах локальной области ( $E_{\gamma\alpha} - E_{\gamma\beta}$ ) и их интенсивностей  $A_{\alpha\beta}$ .

Программа может работать как в диалоговом, так и в фоновом режимах. В первом случае задание локальной области осуществляется с клавиатуры (задается положение центра области и ее размер) или с

помощью графического окна и курсора. В последнем случае можно легко передвигаться по всей матрице, выбирая на экране положение нового центра локальной области, или изменять размер отображаемой области, что используется в основном для просмотра. Максимальный размер просматриваемой области ограничен только доступной оперативной памятью компьютера. После выбора области все стадии поиска пиков, через анализ двух проекций, динамически отображаются на графическом экране. Если пользователь удовлетворен результатами поиска, он может позволить программе перейти к фитированию двумерной области. В фоновом режиме в исходных данных может задаваться либо список локальных областей для просмотра, либо положение «полосы» вдоль одной из координат, по которой последовательно будут просмотрены все локальные области с заданным шагом. Последний способ, отчасти, напоминает метод «ворот», только ворота в данном случае открываются шириной 25-30 каналов, а не 3-4 канала, и анализируется непосредственно двумерная поверхность, а не линейный спектр, получаемый сверткой данных.

Пример работы программы с модельным спектром представлен на рис. 5, 6. Был смоделирован двумерный спектр  $\gamma\gamma$ -совпадений размером  $31 \times 31$  канал. Предполагалось наличие трех  $\gamma$ -линий, расположенных на оси  $x$ , и двух  $\gamma$ -линий, расположенных на оси  $y$ . Расстояние между двумя ( $x_2, x_3$ ) из трех  $\gamma$ -линий на оси  $x$  было выбрано относительно малым -  $1,4\sigma$ . В расчет двумерного спектра было заложено существование только двух реальных совпадений между  $\gamma$ -линиями, расположенными вдоль осей  $x$  и  $y$ , а именно ( $x_1 - y_1$ ) и ( $x_2 - y_2$ ). Дополнительно был задан постоянный гладкий фон  $B_0 = 1000$ . На рис. 5а представлен общий вид полученного двумерного спектра, наглядно видны ложные пики, возникающие на пересечении фоновых гребней ( $x_2, x_3 - y_1$ ) и ( $x_1 - y_2$ ). Результат разложения данного спектра на реальные пики и две компоненты фона: гладкую составляющую и фоновые гребни, представлены на рис. 5б, с, d. Из соображений наглядности все четыре спектра приведены в одинаковом масштабе.

На рис. 6 продемонстрирована обсуждавшаяся в данной работе методика обработки двумерного спектра. В значительной степени рисунок совпадает с изображением на графическом экране, создаваемом программой. Двумерный спектр представлен здесь в виде изолиний, в реальности используется цветовая шкала, позволяющая не только легко выделять пики, но и визуально оценивать их относительную величину. Поиск  $\gamma$ -пиков в проекциях позволяет разложить одну из них на три  $\gamma$ -пика - верхний рисунок, а вторую на два  $\gamma$ -пика - правый рисунок. И наконец, аппроксимация всей двумерной области позволяет оставить только два реальных пика, как показано на рис. 5б.

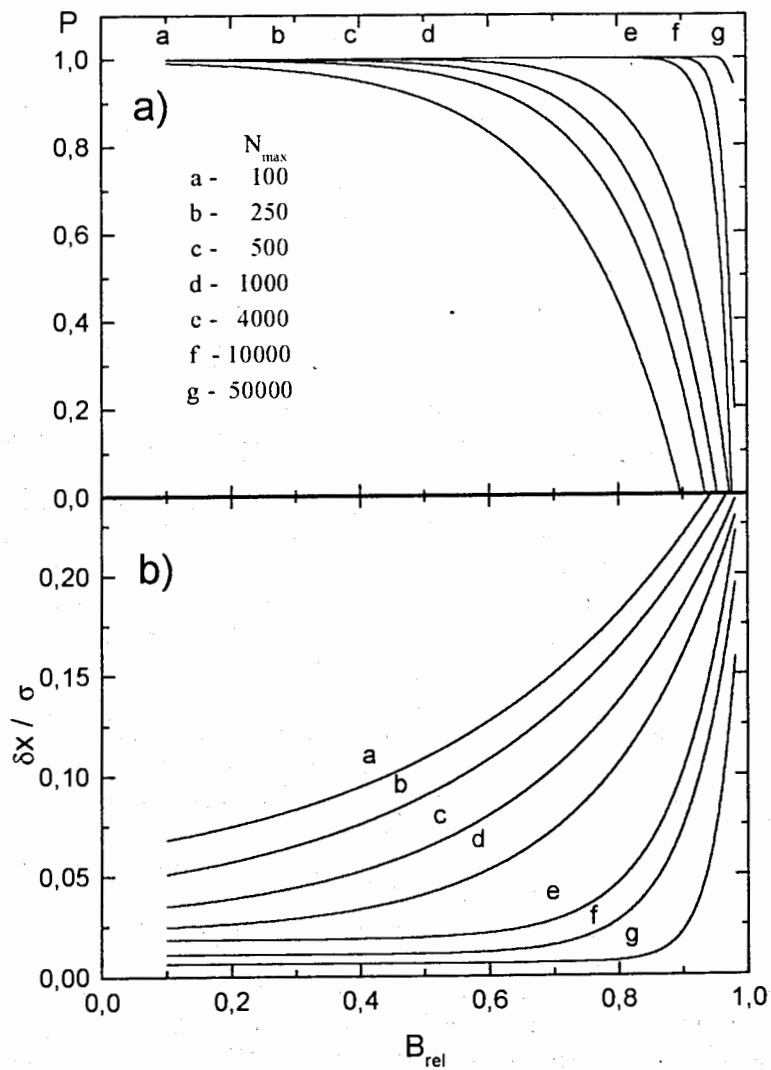


Рис. 1. Вероятность обнаружения одиночного  $\gamma$ -пика (а) и точность определения положения его центра (б) в зависимости от уровня фона для различных значений  $N_{max}$

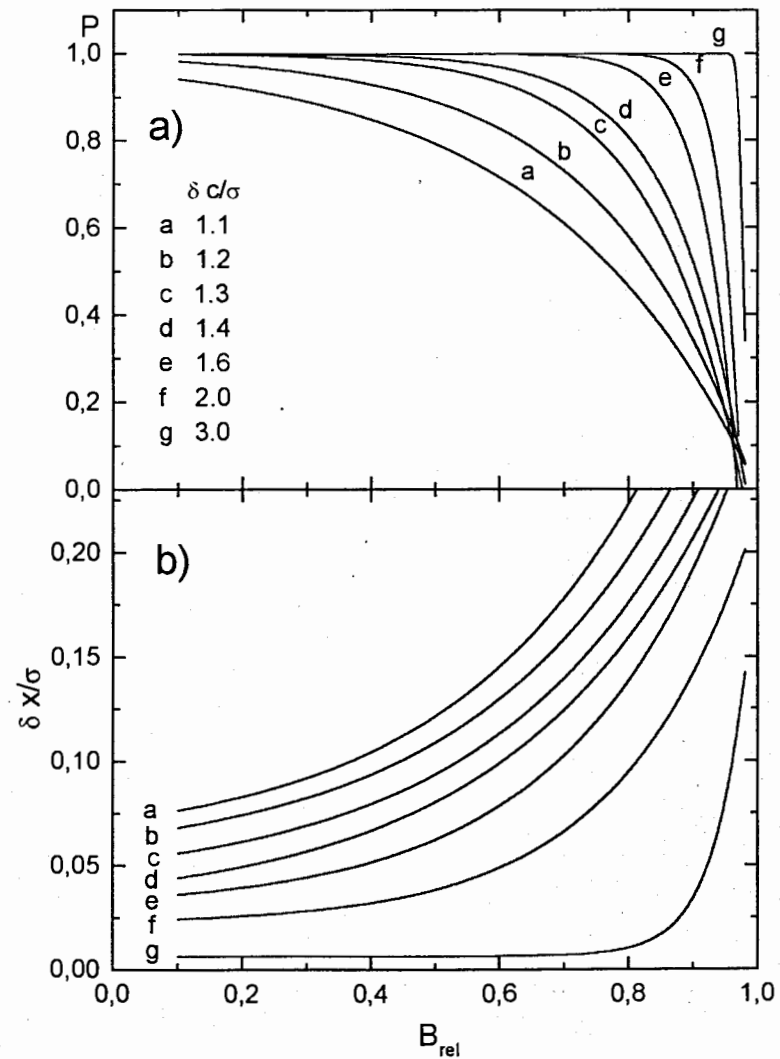


Рис. 2. Вероятность обнаружения одного из двух одинаковых  $\gamma$ -пиков (а) и точность определения его центра (б) в зависимости от уровня фона для  $N_{max}=50000$  и различных расстояниях между центрами  $\gamma$ -пиков.

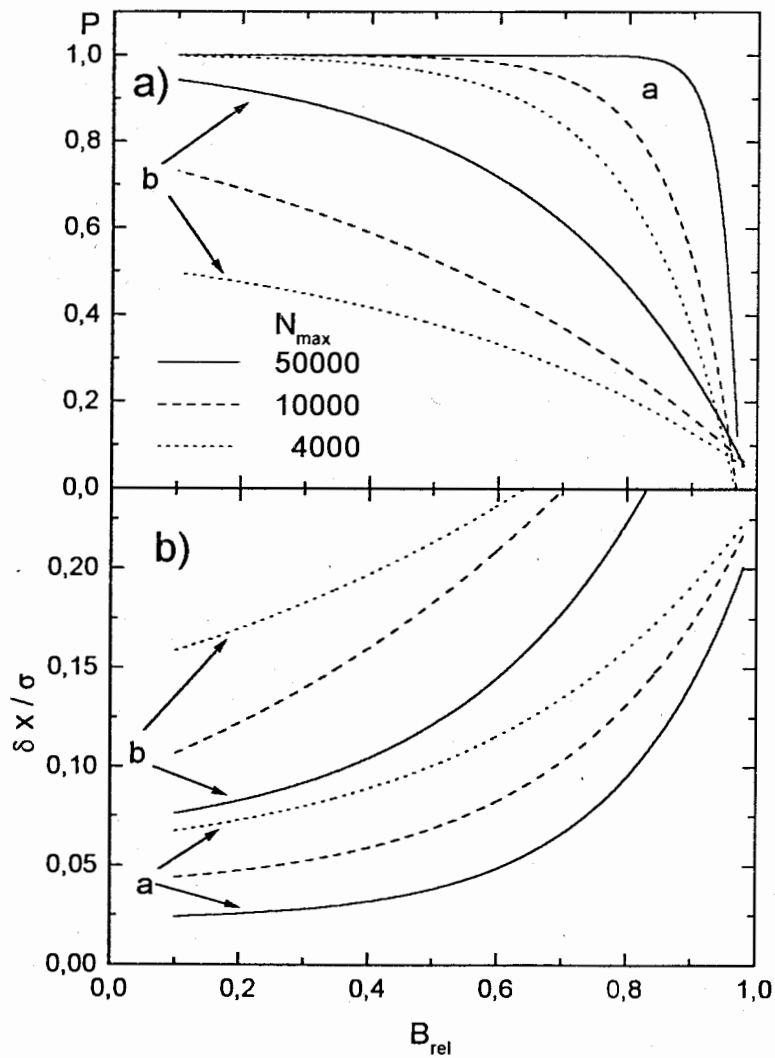


Рис. 3. Вероятность обнаружения одного из двух одинаковых  $\gamma$ -пиков (а) и точность определения положения его центра (б) в зависимости от уровня фона для различных значений  $N_{\max}$  и для двух расстояний между центрами  $\gamma$ -пиков:  $\delta s = 2.0\sigma$  - группа линий а;  $\delta s = 1.1\sigma$  - группа линий б

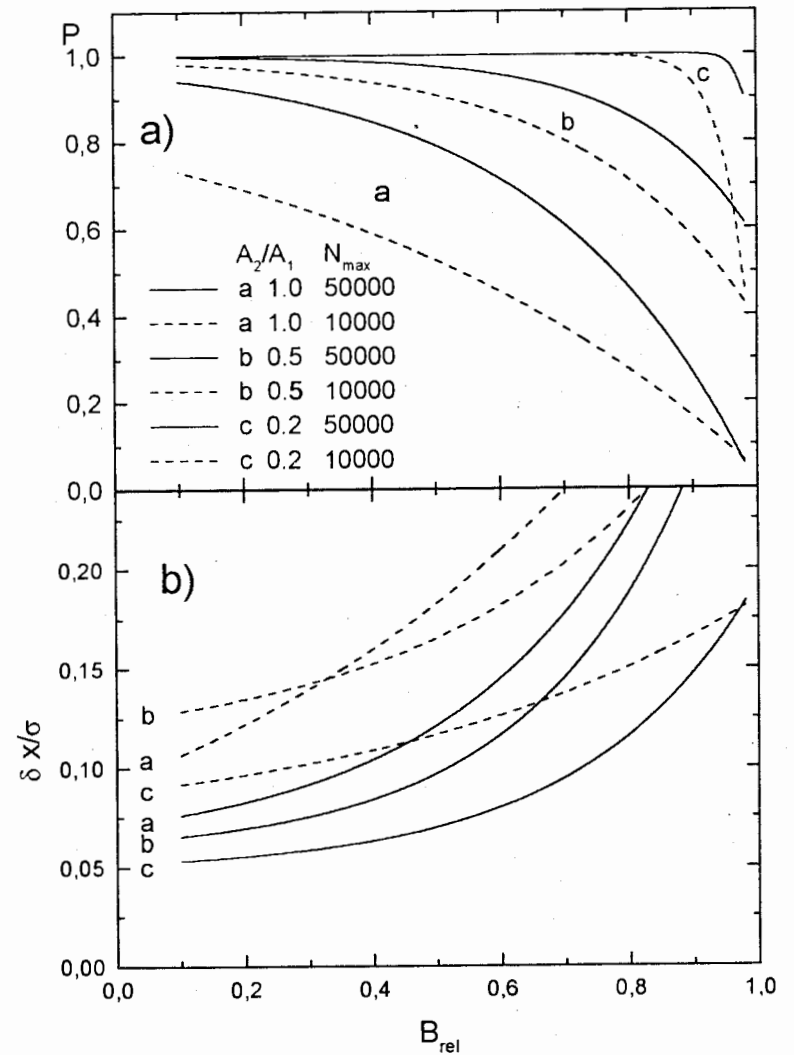


Рис. 4. Вероятность обнаружения большего из двух  $\gamma$ -пиков (а) и точность определения положения его центра (б) в зависимости от уровня фона для различных значений  $N_{\max}$  и различных соотношений между интенсивностями

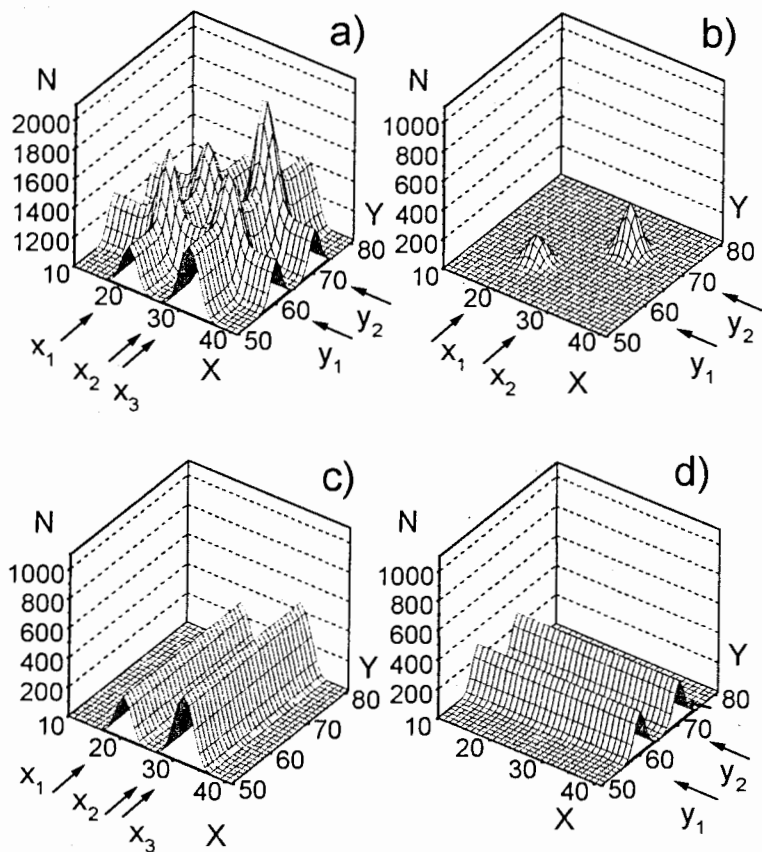


Рис. 5. а - общий вид двухмерного  $\gamma$ -спектра; б - реальные двухмерные  $\gamma$ -пики, полученные в результате разложения общего спектра; с, д - вид фоновых гребней, полученных в результате разложения спектра а. Стрелками показаны положения  $\gamma$ -линий, расположенных вдоль двух осей

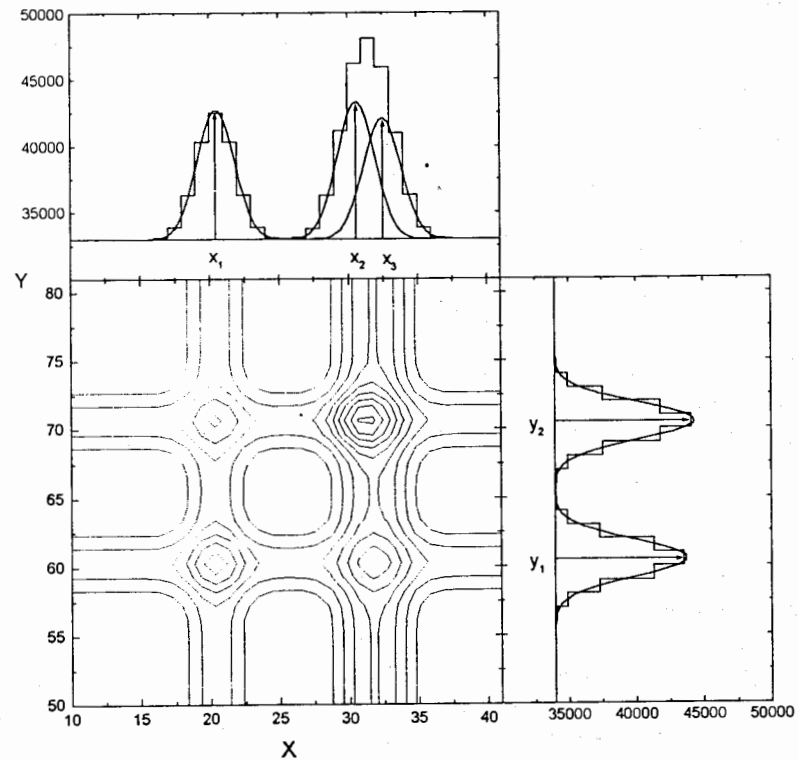


Рис. 6. Вид смоделированного двухмерного  $\gamma$ -спектра, представленного в форме изолиний, две его ортогональные проекции и результат их разложения на сумму гауссиан.



Мы сознательно не приводим и не обсуждаем здесь реальные спектры  $\gamma\gamma$ -совпадений, примеры которых можно найти в работе [9].

Рассмотренная программа написана на языке C++, она использует графические библиотеки X11 и программу DLSEI [10], написанную на языке фортран. Последняя программа используется для решения переопределенной линейной задачи с наложенными ограничениями на величины параметров модели, возникающей при фитировании двухмерной области и обсуждавшейся выше. Программа была реализована на рабочих станциях Sun (операционная система SunOS 4.1.3) и Alpha (операционная система Digital UNIX, транслятор g++ 2.7.2).

## 5. Заключение

Обсуждаемая в работе методика обработки двойных  $\gamma\gamma$ -совпадений, и созданная программа были широко использованы для анализа новых экспериментальных данных, полученных при изучении спонтанного деления  $^{252}\text{Cf}$  [1, 2, 9].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ter-Akopian, et al., Phys. Rev. Lett., Vol. 73, p. 1477, 1994.
2. Ter-Akopian, et al., Phys. Rev. Lett., Vol. 77, p. 32, 1996.
3. G. Palmeta and J. Waddington, Nucl. Instr. and Methods, Vol. 234, p. 476, 1985.
4. D. Radford, Nucl. Instr. and Methods A, Vol. 361, p. 306, 1995.
5. B. Emelianov et al., Nucl. Instr. and Methods, Vol. 178, p. 555, 1980.
6. A. Smith and W. Vermeer, Nucl. Instr. and Methods A, Vol. 350, p. 314, 1994.
7. D. Radford, Nucl. Instr. and Methods A, Vol. 361, p. 297, 1995.
8. C. L. Lawson and R. J. Hanson, Solving Least Squares Problems, Prentice-Hall, 1974.
9. G. Ter-Akopian, et al., Phys. Rev. C, Vol. 55, p. 1146, 1997.
10. K. H. Haskell and R. J. Hanson, Report SAND77-0552, Sandia Lab., 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел  
31 марта 1997 года.

Даниэль А.В., Попеко Г.С., Тер-Акопьян Г.М.  
Возможности анализа двойных  $\gamma\gamma$ -совпадений

P10-97-109

Рассмотрена методика и программа, используемая для обработки двойных  $\gamma\gamma$ -совпадений, получаемых в экспериментах по изучению низкоэнергетического деления атомных ядер на  $4\pi$ -установках. Обсуждается методика поиска пиков в двумерной области. В широком диапазоне изменения статистики и уровня фона представлены возможности программы по обнаружению  $\gamma$ -пиков и оценке их интенсивности.

Программа написана на языке C++, используются графические библиотеки X11. Она была реализована на рабочих станциях Sun (SunOS 4.1.3) и Alpha (Digital UNIX).

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н.Флерова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Daniel A.V., Popeko G.S., Ter-Akopian G.M.  
Possibilities of the  $\gamma\gamma$ -Coincidences Analysis

P10-97-109

Technique and code, used for processing of double  $\gamma\gamma$ -coincidences, obtained in experiments to study low energy fission of atomic nuclei on  $4\pi$  experimental setups are considered. A technique of peaks search in the two-dimensional area is discussed. In a wide range of statistics and level of a background change opportunities of the code to search the  $\gamma$ -peaks and to estimate their intensity are discussed.

The code is written in language C++. It has been realized on workstations Sun (SunOS 4.1.3) and Alpha (Digital UNIX). The graphic libraries X11 are used.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1997