

91-444



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

P10-91-444

Г. А. Ососков, А. С. Поспелов\*

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ  
В ЗАДАЧЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ  
РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В ФИЗИКЕ  
ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

---

\*Московский институт электронной техники

1991

1. Рассматривается следующая математическая модель. Пусть  $\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_s)$  - случайный вектор параметров и  $g_1(t), g_2(t), \dots, g_s(t)$  - упорядоченный набор неслучайных функций переменной  $t$ . Обозначим через

$$\eta(t) = a_1 g_1(t) + a_2 g_2(t) + \dots + a_s g_s(t) \quad (1)$$

случайную функцию, реализации которой - неслучайные функции  $z(t) = a_1 g_1(t) + a_2 g_2(t) + \dots + a_s g_s(t)$ , в дальнейшем называемые траекториями, измеряются в точках  $t_1 < t_2 < \dots < t_N$  с аддитивными ошибками  $\epsilon_k, k = 1, 2, \dots, N$ . Таким образом, в точке  $t_k$  получаем

$$x_k = z(t_k) + \epsilon_k = a_1 g_1(t_k) + \dots + a_s g_s(t_k) + \epsilon_k \quad (2)$$

Будем предполагать, что случайный вектор ошибок  $\bar{\epsilon} = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_N)^T$  независим от вектора  $\bar{\eta} = (\eta(t_1), \dots, \eta(t_N))^T$  и имеет известное распределение (ковариационную матрицу  $K_{\epsilon}$ ).

Если в результате эксперимента было реализовано  $r$  траекторий случайной функции вида (1), то в результате измерений в каждой из точек  $t_k, k = 1, 2, \dots, N$ , получаем неупорядоченное множество  $X_k = \{x_k\}$  чисел.

Наконец, полагаем  $\mathcal{M} = \otimes_{k=1}^N X_k$ . Элементами множества  $\mathcal{M}$  являются векторы  $\bar{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$ , где  $y_k \in X_k, k = 1, 2, \dots, N$ . Их число равно  $|\mathcal{M}| = r^N$ . Вообще говоря, компонентами векторов  $\bar{y}$  являются числа, полученные в результате измерений разных траекторий. Вместе с тем множество  $\mathcal{M}$  содержит также векторы измерений каждой из  $r$  реализаций случайной функции  $\eta(t)$ . Будем обозначать их через  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$ , где в соответствии с (2)  $x_k = z(t_k) + \epsilon_k, k = 1, 2, \dots, N$  ( $z(t)$  - определенная реализация  $\eta(t)$ ), и называть треками. Полагаем  $\mathcal{M}^{(0)} = \{\bar{x}\}$ , так что  $|\mathcal{M}^{(0)}| = r$  и  $\mathcal{M}^{(0)} \subset \mathcal{M}$ .

Задачей предварительной обработки будем называть метод и алгоритм, позволяющий выделить во множестве  $\mathcal{M}$  некоторое подмножество  $\mathcal{M}_0$ , удовлетворяющее следующим условиям:

1.  $|\mathcal{M}_0| \leq C \cdot r$  ( $C$  - постоянная, не зависящая от  $N$ );
2.  $\mathcal{M}^{(0)} \subset \mathcal{M}_0$  (или более слабое условие:  $\mathcal{M}^{(0)} \cap \mathcal{M}_0 \approx r$ );
3. Алгоритм метода требует реализации порядка  $C_1 N$  операций на произвольный вектор из  $\mathcal{M}$ .

К необходимости решения задачи предварительной обработки приводят эксперименты в области физики высоких энергий, результаты которых представляют собой информацию с координатных детекторов, а большая множественность частиц в конечном состоянии требует предварительного сжатия данных сканирования в линейные трек-элементы<sup>1,2/</sup>. В настоящее время существует большое число работ, использующих разные подходы к решению этой задачи<sup>3-5/</sup>. Предлагаемый ниже метод основан на идеях теории распознавания образов<sup>6/</sup>.

2. Будем считать всякий вектор  $\bar{y} \in \mathbb{M}$  набором признаков. Следуя основным выводам теории распознавания, необходимо предложить решающее правило, основанное на величинах и комбинации этих признаков, которое позволяет выделить в множестве  $\mathbb{M}$  подмножество треков. Вместе с тем нетрудно видеть, что компоненты случайного вектора  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$ ,  $\xi_k = \eta_k + \epsilon_k$ , коррелированы. В связи с этим предварительно следует определить некоторое ортогональное преобразование, декоррелирующее эти компоненты, т.е. применить хорошо известное преобразование Карунена - Лоэва<sup>7/</sup>, диагонализирующее ковариационную матрицу случайного вектора  $\xi$ .

Обозначим через  $C$  - ковариационную матрицу вектора параметров  $\bar{a}$ . Пусть далее  $G = (g_{ij})$  - матрица порядка  $N \times s$ , векторами-столбцами  $\bar{g}_j$  которой являются наборы значений неслучайной функции  $g_j(t)$  в точках  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , т.е.  $g_{ij} = g_j(t_i)$ . Из (1) и (2) тогда следует, что

$$\bar{\eta} = G\bar{a}, \quad \bar{\xi} = G\bar{a} + \bar{\epsilon}. \quad (3)$$

Если  $K_M$  - ковариационная матрица вектора  $\bar{\eta}$  (т.е. модели) и  $K_\epsilon$  - ковариационная матрица вектора  $\bar{\xi}$ , то в силу независимости ошибок измерений от  $\bar{\eta}$ , получаем

$$K = K_M + K_\epsilon = G \cdot C \cdot G^T + K_\epsilon. \quad (4)$$

Всюду в дальнейшем мы предполагаем, что  $\det C \neq 0$  и система векторов  $\bar{g}_j = (g_j(t_1), \dots, g_j(t_N))^T$ ,  $j = 1, 2, \dots, s$  линейно независима. Обозначим через  $\lambda_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , собственные числа матрицы  $K$  из (4), так что  $0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_N$ , через  $L_M$  - подпространство (размерности  $s$ ), порожденное векторами  $\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_s$ , а через  $L^\perp$  - его ортогональное дополнение.

Т е о р е м а. Пусть  $K_\epsilon = \sigma^2 I$  ( $I$  - единичная матрица) и матрица  $K$  определена соотношением (4). Тогда:

- 1°.  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{N-s} = \sigma^2$ ;
- 2°.  $L^\perp = L(\sigma^2)$ ;

где через  $L(\lambda)$  обозначено подпространство собственных векторов, соответствующих собственному числу  $\lambda$ .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Обозначим через  $\lambda_k^{(0)}$  ( $0 \leq \lambda_1^{(0)} \leq \dots \leq \lambda_N^{(0)}$ ) собственные числа матрицы  $K_M$  и докажем предварительно, что

- 1'.  $\lambda_1^{(0)} = \dots = \lambda_{N-s}^{(0)} = 0$ ;
- 2'.  $L^\perp = L^{(0)}$ .

Действительно, т.к.  $\det C \neq 0$  и  $\text{Rang} G = s$  в силу линейной независимости векторов-столбцов этой матрицы, то получаем, что  $\text{Rang} K_M = s$ . Следовательно, многочлен  $\det |K_M - \lambda I|$  имеет корень  $\lambda = 0$  кратности  $N-s$ , т.е.  $\lambda_1^{(0)} = \dots = \lambda_{N-s}^{(0)}$  и пункт 1' доказан. Соответствующее собственному числу  $\lambda = 0$  подпространство собственных векторов  $L^{(0)}$  матрицы  $K_M$  имеет размерность  $N-s$ .

Предположим теперь, что вектор  $\bar{y} \in L^\perp$ . Тогда скалярное произведение  $(\bar{g}_j, \bar{y}) = 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, s$  и, следовательно,

$$G^T \cdot \bar{y} = \bar{0}.$$

Отсюда получаем, что

$$K_M \bar{y} = G \cdot C \cdot (G^T \bar{y}) = G \cdot C \cdot \bar{0} = 0 \cdot \bar{y},$$

т.е.  $\bar{y} \in L^{(0)}$ . Мы показали тем самым, что  $L \subseteq L^{(0)}$ . В силу равенства размерностей этих подпространств они совпадают, и пункт 2' доказан также.

Наконец, покажем, что если  $\bar{\lambda}$  - собственное число матрицы  $K_M$ , то число  $\lambda = \bar{\lambda} + \sigma^2$  является собственным для матрицы  $K$ . Действительно,

$$\det |K - \lambda I| = \det |K_M + K_\epsilon - \bar{\lambda} I - \sigma^2 I| = \\ = \det |(K_M - \bar{\lambda} I) + (K_\epsilon - \sigma^2 I)| = \det |K_M - \bar{\lambda} I| = 0,$$

т.к.  $K_\epsilon = \sigma^2 I$ .

Отсюда непосредственно получаем, что  $\lambda_1 = \dots = \lambda_{N-s} = \sigma^2$  и пункт 1° теоремы доказан.

Пусть теперь  $\bar{f}_\lambda$  - собственный вектор, соответствующий собственному числу  $\bar{\lambda}$  матрицы  $K_M$ . Докажем, что этот же вектор  $\bar{f}_\lambda$  является собственным для матрицы  $K$ , а соответствующее ему собственное число равно  $\bar{\lambda} + \sigma^2$ . Действительно,

$$K \cdot \bar{f}_\lambda = K_M \cdot \bar{f}_\lambda + K_\epsilon \bar{f}_\lambda = \\ = \bar{\lambda} \bar{f}_\lambda + \sigma^2 I \bar{f}_\lambda = (\bar{\lambda} + \sigma^2) \bar{f}_\lambda = \lambda \bar{f}_\lambda. \quad (5)$$

Отсюда получаем, что подпространство собственных векторов матрицы  $L(\sigma^2)$ , соответствующих собственному числу  $\sigma^2$ , совпадает с подпространством собственных векторов  $L(0)$  матрицы  $K_M$  с собственным числом 0, откуда с учетом пункта 2 и следует равенство  $L = L(\sigma^2)$ . Теорема доказана.

Полученный в теореме результат составляет основу следующего метода выделения (распознавания) треков из всей совокупности полученных измерений. Пусть  $\mathfrak{B} = \{\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_{N-s}, \bar{\phi}_{N-s+1}, \dots, \bar{\phi}_N\}$  - ортонормированный базис из собственных векторов матрицы  $K$ , построенный следующим образом. Векторы  $\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_{N-s}$  образуют произвольный базис подпространства  $L$ , т.е. соответствуют наименьшему собственному числу  $\lambda = \sigma^2$ , а каждый из векторов  $\bar{\phi}_j$ ,  $j = N-s+1, \dots, N$ , удовлетворяет равенству  $K\bar{\phi}_j = \lambda_j \bar{\phi}_j$  и, следовательно, принадлежит подпространству  $L_M$ . (Если кратность некоторого  $\lambda_j$ ,  $j > N-s$ , больше единицы, то в соответствующем подпространстве  $L(\lambda_j) \subset L_M$  выбираем произвольный ортонормированный базис!).

Если теперь  $\bar{y}$  - произвольный вектор из  $\mathfrak{M}$ , то получаем разложение

$$\bar{y} = \sum_{k=1}^{N-s} c_k \bar{\phi}_k + \sum_{k=N-s+1}^N c_k \bar{\phi}_k. \quad (6)$$

Набор координат  $(c_1, \dots, c_{N-s}, c_{N-s+1}, \dots, c_N)$  вектора в базисе  $\mathfrak{B}$  представляет собой некоррелированную совокупность признаков этого вектора. По признакам  $c_1, \dots, c_{N-s}$  и строится решающее правило задачи распознавания.

3. Для построения указанного правила в задаче распознавания (в задаче предварительной обработки результатов измерений) найдем распределения и некоторые характеристики некоррелированных случайных величин  $c_1, \dots, c_{N-s}$ .

Будем предполагать сначала, что случайный вектор  $\bar{\xi}$  является треком, т.е.  $\xi_k = \eta_k + \epsilon_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . С учетом (1) и (2) тогда находим, что для всякого  $j = 1, 2, \dots, N-s$

$$c_j = (\bar{\xi}, \bar{\phi}_j) = (\bar{\eta}, \bar{\phi}_j) + (\bar{\epsilon}, \bar{\phi}_j) = (\bar{\epsilon}, \bar{\phi}_j) = \sum_{i=1}^N \epsilon_i \phi_{ij}, \quad (7)$$

т.к.  $\bar{\eta} \in L_M$ . Если компоненты вектора ошибок независимы в совокупности и распределены по одному и тому же закону с плотностью  $f_\epsilon(u)$ , то плотность  $f_{c_j}(u)$  распределения случайного коэффициента  $c_j$  представляет собой свертку:

$$f_{c_j} = f_1 * f_2 * \dots * f_N(u), \quad (8)$$

где  $f_k(u) = f_{\epsilon_k \phi_{kj}}(u)$ .

Предположим теперь, что компоненты случайного вектора  $\bar{\xi}$  выбираются независимо. В этом случае с учетом (6) плотность  $f_{c_j}$  распределения является сверткой плотностей распределений компонент, т.е.

$$f_{c_j}(u) = f_{\xi_1 \phi_{1j}} * \dots * f_{\xi_N \phi_{Nj}}(u). \quad (9)$$

Проанализируем полученное соотношение (9). Т.к.  $\xi_k = \eta_k + \epsilon_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  (но компоненты  $\eta_k$  не формируют вектор-трек  $\bar{\eta}$ ) и ошибки измерений не зависят от измеряемых величин, то

$$f_{\xi_k \phi_{kj}}(u) = f_{\eta_k \phi_{kj}} * f_{\epsilon_k \phi_{kj}}(u), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Подставляя (10) в правую часть (9), находим, что

$$f_{c_j}(u) = (f_{\eta_1 \phi_{1j}} * \dots * f_{\eta_N \phi_{Nj}}) * (f_1 * \dots * f_N)(u), \quad (11)$$

где вторая скобка в (11) совпадает с правой частью (8). В результате получаем, что плотность распределения коэффициента  $c_j$  в случае независимого выбора компонент вектора  $\bar{\xi}$  отличается от плотности распределения того же коэффициента, когда  $\bar{\xi}$  является вектором измерений случайного трека, наличием дополнительного сверточного множителя вида

$$f_{\eta_1 \phi_{1j}} * \dots * f_{\eta_N \phi_{Nj}}(u). \quad (12)$$

Таким образом, решающее правило может быть построено (с учетом выражения (12)) по видам распределений.

4. Рассмотрим, как формируется решающее правило, исходя из видов распределений (8) и (11). Предположим, что реализациями случайной функции (1) являются прямые, исходящие из одной точки (начала координат  $t = 0$ ). Тогда  $s = 1$  и  $g_1(t) = t$ . Пусть измерения осуществляются в точках  $t_k = k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , причем ошибки измерений (компоненты вектора  $\bar{\epsilon}$ ) равномерно распределены на интервале  $[-\Delta, \Delta]$ . Наконец, предположим, что случайная величина  $\eta(t_1) = \eta(1)$  равномерно распределена на интервале  $[-a, a]$ . Из этих предположений получаем, что

$$f_{\epsilon}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta}, & u \in [-\Delta, \Delta], \\ 0, & u \in \bar{[-\Delta, \Delta]} \end{cases}$$

и

$$f_{\eta}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & u \in [-a, a], \\ 0, & u \in \bar{[-a, a]}. \end{cases}$$

Нетрудно видеть, что свертка двух функций, каждая из которых имеет конечный носитель, также является функцией с конечным носителем, причем если  $\text{supp } f = [a, b]$  и  $\text{supp } g = [c, d]$ , то  $\text{supp}(f * g) = [a + c, b + d]$ . Используя этот факт, находим, что плотность распределения случайной величины  $c_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , когда случайный вектор  $\xi$  является треком, в соответствии с выражением (8) имеет конечный носитель, сосредоточенный внутри интервала  $[-N\Delta, N\Delta]$  (т.к.  $|\phi_{ij}| \leq 1$  для  $\forall i, j = 1, 2, \dots, N$ ). Если же компоненты вектора  $\xi$  выбираются независимо, то носитель плотности распределения случайной величины  $c_j$  сосредоточен внутри интервала  $[-N(a + \Delta), N(a + \Delta)]$  в соответствии с (11).

Таким образом, если  $|c_j(\xi)| > N\Delta$  (12')

для некоторого  $j = 1, 2, \dots, N$ , то соответствующий вектор  $\xi$  не является треком.

Естественно, что решающее правило (критерий типа (12')) следует применять при фиксированном  $j$  не ко всем реализациям случайного вектора  $\xi$ , а только к тем из них, которые не удовлетворяют этому критерию на предыдущем шаге  $j - 1$ . Такая процедура позволяет значительно уменьшить среднее число операций на одну реализацию.

Было проведено несколько экспериментов с использованием ЭВМ. В каждом эксперименте генерировались 10 треков, каждый из которых представлял собой прямую  $\eta(t) = at$ , исходящую из начала координат так, что в точке  $t_1 = 1$  случайная величина  $\eta(t_1)$ , как и выше, была равномерно распределена на интервале  $[-a, a]$ . В точках  $t_k = k$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$  (так что  $N = 4$ ) производились измерения каждой из 10 прямых с ошибкой округления значения измерения, распределенной равномерно на интервале  $[0, \Delta]$ . В результате было получено 4 совокупности  $X_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ , по 10 измерений каждая. Комбинируем произвольные элементы полученных множеств, получаем  $10^4$  реализаций случайного вектора (среди которых содержатся и 10 треков!).

По условиям экспериментов подпространство  $L_M$  одномерно и, следовательно, порождено вектором

$$\bar{\phi}_4 = \frac{1}{\sqrt{30}} (1, 2, 3, 4).$$

Отсюда размерность ортогонального дополнения  $L$  равна трем. Базисные векторы  $\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3$  в  $L$  (в силу произвольности их выбора) определялись как дискретные многочлены, ортогональные на множестве из 4 элементов.

Для удобства изображения для каждой из реализаций вычислялся не соответствующий коэффициент  $c_j(\bar{y})$ , а величина  $\theta_j = c_j(\bar{y}) / \|\bar{y}\|$ ,  $\bar{y} \in \mathbb{R}$ , представляющая собой косинус угла между векторами  $\bar{y}$  и  $\bar{\phi}_j$ . В этом случае решающее правило не может быть записано в виде неравенства (12'). Вместо этого назначался некоторый порог  $h$ , и по критерию

$$c_j(\bar{y}) / \|\bar{y}\| \geq h \quad (13)$$

соответствующая реализация  $\bar{y}$  исключалась из дальнейшего рассмотрения как не являющаяся треком. Во всех экспериментах  $a = 0,1$ ,  $\Delta = 0,001$ . Некоторые результаты сведены в таблицу, в ячейках которой отмечается число отбрасываемых на каждом шаге векторов  $\bar{y}$ . В последней строке указано окончательное число оставшихся после применения критерия (13) векторов  $\bar{y}$ , т.е. треков, для каждого из рассматриваемых значений  $h$ .

В результате при  $h = 0,03$  алгоритм оставляет 38 треков, включая 10 исходных (что также проверялось алгоритмом в процессе проведения эксперимента). Наличие дополнительных треков вполне объяснимо, их сепарация должна осуществляться в последующем (а не на стадии предварительной обработки).

Таблица

№ эксп.	1	2	3	4	5
$h$	0,5	0,3	0,1	0,05	0,03
$\theta_1$	548	2715	6491	7662	7987
$\theta_2$	3035	4062	2696	1970	1669
$\theta_3$	7087	2274	544	308	306
число треков	2913	949	269	60	38

5. Рассмотрим теперь случай, когда ковариационная матрица ошибок измерений является диагональной, но не скалярной, т.е.  $K_{\epsilon} = \sigma^2 W$ , где  $W = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_N)$  и  $w_k > 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .



В этом случае подпространство, ортогональное  $L_M$ , никак не связано с подпространством, получаемым в результате декорреляции матрицы  $K = K_M + K_\epsilon$ .

Действительно, предположим, например, что  $s = 1$ , так что  $\eta(t) = \alpha g(t)$ , где  $D[\alpha] = d$ . Тогда  $K_M = \bar{g} \cdot d \cdot \bar{g}^T$  и

$$K = K_M + K_\epsilon = d \bar{g} \cdot \bar{g}^T + \sigma^2 W.$$

Покажем, что вектор  $\bar{g}$  не является собственным для матрицы  $K$ . Находим

$$K_M \bar{g} = d \cdot \bar{g} \cdot \bar{g}^T \cdot \bar{g} = d \|\bar{g}\|^2 \cdot \bar{g}.$$

Тогда

$$K \bar{g} = (K_M + \sigma^2 W) \bar{g} = d \|\bar{g}\|^2 \cdot \bar{g} + \sigma^2 W \bar{g}.$$

Для того чтобы вектор  $\bar{g}$  был собственным, необходимо и достаточно выполнение условия

$$K \bar{g} = \mu \bar{g},$$

или

$$(d \|\bar{g}\|^2 + \sigma^2 W) \bar{g} = \mu \bar{g}.$$

Следовательно,

$$W = \frac{1}{\sigma^2} (\mu - d \|\bar{g}\|^2) I,$$

т.е. является скалярной матрицей при любом  $\mu$ , что противоречит условию.

Рассматриваемый пример показывает, что непосредственное применение декоррелирующего преобразования Карунена - Лозва в случае диагональной ковариационной матрицы не дает правильного результата. Отметим, что этот факт является ограничением на применение метода, предложенного в работе [4].

Поэтому случай  $K_\epsilon = \sigma^2 W$  необходимо сводить к уже рассмотренному. Выполняется это следующим образом. Полагаем  $T = W^{-1/2}$  и рассматриваем новый случайный вектор  $\xi^{(1)} = T \xi$ . Его ковариационная матрица имеет вид:

$$K^{(1)} = T \cdot K \cdot T^T = (TG) C (TG)^T + \sigma^2 T W T^T = G^{(1)} \cdot C \cdot G^{(1)T} + \sigma^2 I.$$

Тем самым получается новая модель, порожденная матрицей векторов-столбцов  $G^{(1)}$ ; ошибки измерений имеют теперь одну и ту же дисперсию  $\sigma^2$ .

Последние рассуждения могут быть обобщены на произвольную матрицу ошибок  $K_\epsilon$ , которая в силу своей положительной определенности всегда представима в виде квадрата некоторой матрицы.

6. В заключение подсчитаем число операций, необходимых для реализации предложенного алгоритма предварительной обработки результатов экспериментов, а также рассмотрим вопрос о возможности проведения вычислений на специализированном процессоре.

В соответствии с решающим правилом (12) (или (13)) основной операцией алгоритма является вычисление коэффициентов  $c_j(\bar{y})$ ,  $j = 1, 2, \dots, N-s$  разложения произвольного вектора  $\bar{y} \in \mathbb{M}$  в построенном базисе  $\mathcal{B}$ . Из (7) следует, что эта операция требует  $N$  умножений и столько же сложений. Т.к. число вычисляемых коэффициентов равно  $N-s$ , то в результате получаем, что общее число операций типа "сложение - умножение", затрачиваемых на вектор  $\bar{y}$ , равно  $(N-s)N$ , что не соответствует сформулированному в начале статьи условию 3 (число операций не должно превышать  $C_1 N$  на вектор). Вместе с тем, как показано в п.4, решающее правило позволяет отбрасывать часть векторов  $\bar{y}$  из  $\mathbb{M}$  после вычисления каждого из коэффициентов  $c_j$  и, следовательно, не вычислять для этих векторов последующие коэффициенты. Это значительно сокращает число операций, т.к. основная часть векторов  $y$  из множества  $\mathbb{M}$  отбрасывается уже после вычисления коэффициента  $c_1(\bar{y})$ . В частности, в последнем из проведенных экспериментов (см. таблицу выше, последний столбец) после вычисления  $\theta_1$  и применения решающего правила в виде критерия (13), остается 2013 векторов (т.е. около 20%), а после вычисления  $\theta_2$  и снова применения критерия - всего 306. В результате на каждый из векторов затрачивается в среднем не более  $1,25 N (N = 4)$  операций типа "сложение - умножение".

Однотипность выполняемых операций наводит на мысль о возможности реализации данного алгоритма на специализированном процессоре. Можно предложить следующую структуру этого процессора. В  $N$  однотипных умножителей заносятся коэффициенты  $\phi_{11}, \phi_{12}, \dots, \phi_{1N}$ . Координаты  $y_1, y_2, \dots, y_N$  предъявленного вектора  $y$  умножаются на эти весовые коэффициенты и результат поступает на сумматор. Таким образом, на сумматоре формируется коэффициент  $c_1(\bar{y})$ . Далее происходит сравнение полученного числа с выбранным порогом и, если критерий (например, типа (12)) выполняется, то соответствующий вектор помещается в буферную память. После выполнения указанной процедуры для всех векторов из  $\mathbb{M}$  происходит перенастройка умножителей. В них заносятся весовые

коэффициенты  $\phi_{21}$ ,  $\phi_{22}$ , ...,  $\phi_{2N}$  соответственно. Далее описанная процедура выполняется снова, но уже только для векторов из буферной памяти, память очищается, а результат (т.е. векторы, удовлетворяющие критерию) снова заносится в нее. Наконец, после выполнения  $(N - s)$ -го цикла, в буферной памяти оказываются записанными отобранные алгоритмом предварительной обработки треки.

Такой специализированный процессор несложно реализовать и, очевидно, это позволяет сократить время обработки поступившего массива измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин В.А., Ососков Г.А. - Автоматизация измерений и обработки данных физического эксперимента. М.: Изд. Московского ун-та, 1986.
2. Bajla I., Ososkov G.A., Turznova M. - Comp. and Artif. Intelligence, 1984, v.3, No.6, p.527; 1985, v.4, No.1, p.45.
3. Стрэнд Р.С. - Распознавание оптических образов при экспериментах на трековых камерах с частицами высоких энергий. Тем. сб-к под ред. Л.Хармона "Распознавание образов при помощи цифровых вычислительных машин. М.: 1974, с.15.
4. Grote H. - Review of Pattern Recognition in High Energy Physics. CERN, DD/87/3, February, 1987.
5. Hansroul M., Tounsend P., Zanella P. - В сб.: Труды Совещания по программированию и математическим методам решения физических задач. ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1974, с.460.
6. Ту Дж., Гонсалес Р. - Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978.
7. Лоули Д., Максвелл А. - Факторный анализ как статистический метод. М.: Мир, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 октября 1991 года.