сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р10-89-149

Ю.Л.Вертоградова, И.М.Иванченко,
П.В.Мойсенз

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛОКАЛЬНЫХ СИСТЕМ КООРДИНАТ ДИСКРЕТНЫХ ДЕТЕКТОРОВ

1989

Для решения задачи реконструкции траекторий частиц необходимо знать параметры, определяющие положение детекторов в некоторой общей системе координат. Необходимые параметры обычно определяют геодезическими методами, но при этом их точность значительно уступает точностным характеристикам детектирующей аппаратуры. Для проведения качественной реконструкции регистрируемых событий необходимо уточнить геодезические оценки. Входной информацией для этого служат результаты регистрации траекторий частиц, прошедших через рабочую область детекторов.

Задаче определения параметров для различных условий экспозиций посвящено множество работ /I-6/. В данной работе предлагается экономичная процедура определения состоятельных оценок необходимых параметров.

Предположим, что задана некоторая декартова система координат XYZ, в которой расположены m детекторов. С каждым детектором связана локальная система координат $X_iY_i (i=1,2,\dots,m)$, такая, что для плоскости $X_iO_iY_i$ угол нутации равен нулю, при этом каждая локальная система координат X_iY_i повернута относительно XY на угол α_i, начало O_i имеет координаты $(S_i^x,\ S_i^y,\ Z_i)$. Не ограничивая общности рассуждений, заменим параметры Z_i на k_i $\left(k_i = \frac{Z_i - Z_1}{Z_1 - Z_m}\right)$.

Параметры α_i, S_i^x, S_i^y, k_i могут быть найдены из условия минимума функционала

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=2}^{m-1} \Big(y_{ij}\mathrm{Cos}\alpha_i + x_{ij}\mathrm{Sin}\alpha_i + S_i^y - (1-k_i)\big((y_{1j}+\varepsilon_{1j}^y)\mathrm{Cos}\alpha_1 + (x_{1j}+\varepsilon_{1j}^x)\cdot \mathrm{Sin}\alpha_1 + S_1^y\big) - k_i\big((y_{mj}+\varepsilon_{mj}^y)\mathrm{Cos}\alpha_m + (x_{mj}+\varepsilon_{mj}^x)\mathrm{Sin}\alpha_m + S_m^y\big)\Big)^2 +$$

$$+ \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=2}^{m-1} \Big(x_{ij}\mathrm{Cos}\alpha_i - y_{ij}\mathrm{Sin}\alpha_i + S_i^x - (1-k_i)\big((x_{1j}+\varepsilon_{1j}^x)\mathrm{Cos}\alpha_1 - (y_{1j}+\varepsilon_{1j}^y)\cdot \mathrm{Sin}\alpha_1 + S_1^x\big) - k_i\big((x_{mj}+\varepsilon_{mj}^x)\mathrm{Cos}\alpha_m - (y_{mj}+\varepsilon_{mj}^y)\mathrm{Sin}\alpha_m + S_m^x\big)\Big)^2 , \quad (I)$$

где N – количество прямолинейных треков, пересекающих m локальных систем координат;

$x_{ij}(y_{ij})$ – зарегистрированные координаты (j-номер трека, i-номер детектора);

$\varepsilon^x(\varepsilon^y)$ – случайная ошибка измерения $X(Y)$ координаты с нулевым средним.

Из условия минимума (I) получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i+(x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+S^y_i)\cdot((x_{lj}+\Delta^x_{lj})\mathrm{Cos}\alpha_l-(y_{lj}+\Delta^y_{lj})\mathrm{Sin}\alpha_l)c_{li}-$$

$$-\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+S^x_i)\cdot((x_{lj}+\Delta^x_{lj})\mathrm{Sin}\alpha_l+(y_{lj}+\Delta^y_{lj})\mathrm{Cos}\alpha_l)c_{li}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i+S^y_i)c_{li}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+S^x_i)c_{li}=0, \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{cos}\alpha_i+(x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+S^y_i)\cdot((y_{lj}+\Delta^y_{lj})\mathrm{Cos}\alpha_l+(x_{lj}+\Delta^x_{lj})\mathrm{Sin}\alpha_l+S^y_l-$$

$$-(y_{mj}+\Delta^y_{mj})\mathrm{Cos}\alpha_m-(x_{mj}+\Delta^x_{mj})\mathrm{Sin}\alpha_m-S^y_m)c_{li}+$$

$$+\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+S_i)\cdot((x_{lj}+\Delta^x_{lj})\mathrm{Cos}\alpha_l-(y_{lj}+\Delta^y_{lj})\mathrm{Sin}\alpha_l+S^x_l-$$

$$-(x_{mj}+\Delta^x_{mj})\mathrm{Cos}\alpha_m+(y_{mj}+\Delta^y_{mj})\mathrm{Sin}\alpha_m-S^x_m)c_{li}=0,$$

где $l = 1,2,\ldots,m$,

$$\Delta^x_{ij}=(\delta_{li}+\delta_{mi})\varepsilon^x_{ij},$$

$$\Delta^y_{ij}=(\delta_{li}+\delta_{mi})\varepsilon^y_{ij},$$

c_{li} – элементы матрицы C,

$$C=\begin{bmatrix} -\sum_{i=2}^{m-1}(1-k_i)^2 & (1-k_2) & (1-k_3) & \ldots & (1-k_{m-1}) & -\sum_{i=2}^{m-1}k_i(1-k_i) \\ -(1-k_2) & 1 & 0 & \ldots & 0 & -k_2 \\ \vdots & & & & & \\ -(1-k_{m-1}) & 0 & 0 & \ldots & 1 & -k_{m-1} \\ -\sum_{i=2}^{m-1}k_i(1-k_i) & k_2 & k_3 & \ldots & k_{m-1} & -\sum_{i=2}^{m-1}k_i^2 \end{bmatrix}.$$

Преобразуем систему (2) таким образом, чтобы в первом и четвертом уравнениях избавиться от членов, содержащих S^x_i и S^y_i. После чего система (2) принимает вид

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}c_{li}\mathrm{Sin}(\alpha_i-\alpha_l)((x_{lj}+\Delta^x_{lj})(x_{ij}+\Delta^x_{ij})+(y_{lj}+\Delta^y_{lj})(y_{ij}+\Delta^y_{ij})-$$

$$-(x_{lk}+\Delta^x_{lk})(x_{ij}+\Delta^x_{ij})-(y_{lk}+\Delta^y_{lk})(y_{ij}+\Delta^y_{ij}))=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}c_{li}\mathrm{Cos}(\alpha_i-\alpha_l)\cdot$$

$$\cdot((x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{lj}+\Delta^y_{lj})-(x_{lj}+\Delta^x_{lj})(y_{ij}+\Delta^y_{ij})+$$

$$+(x_{lk}+\Delta^x_{lk})(y_{ij}+\Delta^y_{ij})-(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{lk}+\Delta^y_{lk})),$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\mathrm{Sin}\alpha_i+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\mathrm{Cos}\alpha_i+S^y_i)c_{li}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}((x_{ij}+\Delta^x_{ij})\cos\alpha_i-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})\sin\alpha_i+S^x_i)c_{li} = 0, \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} c_{li}[\sin(\alpha_i-\alpha_l)((x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{lj}+\Delta^y_{lj})-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(x_{lj}+\Delta^x_{lj})+$$

$$+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(x_{lk}+\Delta^x_{lk})-(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{lk}+\Delta^y_{lk}))-$$

$$-\sin(\alpha_i-\alpha_m)((x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{mj}+\Delta^y_{mj})-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(x_{mj}+\Delta^x_{mj})+$$

$$+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(x_{mk}+\Delta^x_{mk})-(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(y_{mk}+\Delta^y_{mk}))] =$$

$$=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m} c_{li}\cos(\alpha_i-\alpha_l)[(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(x_{lj}+\Delta^x_{lj})+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(y_{lj}+\Delta^y_{lj})-$$

$$-(x_{lk}+\Delta^x_{lk})(x_{ij}+\Delta^x_{ij})-(y_{lk}+\Delta^y_{lk})(y_{ij}+\Delta^y_{ij})]-$$

$$-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} c_{li}\cos(\alpha_i-\alpha_m)[(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(x_{mj}+\Delta^x_{mj})+(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(y_{mj}+\Delta^y_{mj})-$$

$$-(x_{ij}+\Delta^x_{ij})(x_{mk}+\Delta^x_{mk})-(y_{ij}+\Delta^y_{ij})(y_{mk}+\Delta^y_{mk})] ,$$

а с учетом независимости ошибок измерений

$$\sum_{i=1}^{m} c_{li}\sin(\alpha_i-\alpha_l)[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{lj}x_{ij}+y_{lj}y_{ij}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})-$$

$$-(\delta_{il}+\delta_{ml})(\delta_{li}+\delta_{mi})N(N+1)(D^x_i+D^y_i)]=\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} c_{li}\cos(\alpha_i-\alpha_l)\cdot$$

$$\cdot(x_{ij}y_{lj}-x_{lj}y_{ij}+x_{lk}y_{ij}-x_{ij}y_{lk}),$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}\sin\alpha_i+y_{ij}\cos\alpha_i+S^y_i)c_{li} = 0, \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}\cos\alpha_i-y_{ij}\sin\alpha_i+S^x_i)c_{li} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} c_{li}[\sin(\alpha_i-\alpha_l)((x_{ij}y_{lj}-y_{ij}x_{lj}+y_{ij}x_{lk}-x_{ij}y_{lk})-$$

$$-\sin(\alpha_i-\alpha_m)(x_{ij}y_{mj}-y_{ij}x_{mj}+y_{ij}x_{mk}-x_{ij}y_{mk})] =$$

$$=\sum_{i=1}^{m} c_{li}\cos(\alpha_i-\alpha_l)[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}x_{lj}+y_{ij}y_{lj}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})]-$$

$$-\delta_{li}N(N+1)(D^x_i+D^y_i)-\sum_{i=1}^{m} c_{li}\cos(\alpha_i-\alpha_m)-$$

$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}x_{mj}+y_{ij}y_{mj}-x_{ij}x_{mk}-y_{ij}y_{mk})-\delta_{mi}N(N+1)(D^x_m+D^y_m)] ,$$

где D^x и D^y – дисперсии ошибок измерений. С учетом результатов юстировки детекторов можно считать, что величины $|\alpha_i-\alpha_l|$ малы(в случае неодинаковой ориентации детекторов необходимо перейти от поиска α_i к поиску поправок к α_i) и система (4) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{m} c_{li}(\alpha_i-\alpha_l)[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{lj}x_{ij}+y_{lj}y_{ij}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})-(\delta_{il}+\delta_{ml})\cdot$$

$$\cdot(\delta_{li}+\delta_{mi})N(N+1)(D^x_i+D^y_i)]=\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} c_{li}(x_{ij}y_{lj}-x_{lj}y_{ij}+x_{lk}y_{ij}-x_{ij}y_{lk}),$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}\sin\alpha_i+y_{ij}\cos\alpha_i+S^y_i)c_{li} = 0, \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}\cos\alpha_i-y_{ij}\sin\alpha_i+S^x_i)c_{li} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} c_{li}[(\alpha_i-\alpha_l)(x_{ij}y_{lj}-y_{ij}x_{lj}+y_{ij}x_{lk}-x_{ij}y_{lk})-(\alpha_i-\alpha_m)$$

$$(x_{ij}y_{ij}-y_{ij}x_{mj}+y_{ij}x_{mk}-x_{ij}y_{mk})]=$$

$$=\sum_{i=1}^{m} c_{li}[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}x_{lj}+y_{ij}y_{lj}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})-\delta_{li}N(N+1)(D_l^x+D_l^y)]-$$

$$-\sum_{i=1}^{m} c_{li}[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}x_{mj}+y_{ij}y_{mj}-x_{ij}x_{mk}-y_{ij}y_{mk})-\delta_{mi}N(N+1)(D_m^x+D_m^y)],$$

первые три уравнения системы (5) соответствуют задаче поиска α_i, S_i^x, S_i^y. Таким образом, решение этой традиционной задачи, связанное с решением нелинейной системы уравнений, практически свелось к решению линейных систем.

Рассмотрим подробнее систему уравнений для определения α_l $(l=1,2,\dots,m)$:

$$\sum_{i=1}^{m} c_{li}(\alpha_i-\alpha_l)\Big[\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{lj}x_{ij}+y_{lj}y_{ij}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})-(\delta_{ll}+\delta_{ml})\cdot$$

$$\cdot(\delta_{li}+\delta_{mi})N(N+1)(D_i^x+D_i^y)\Big]=\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} c_{li}(x_{ij}y_{lj}-x_{lj}y_{ij}+x_{lk}y_{ij}-x_{ij}y_{lk}). \tag{6}$$

Пусть $A_{li}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}(x_{lj}x_{ij}+y_{lj}y_{ij}-x_{lk}x_{ij}-y_{lk}y_{ij})$.

Нетрудно получить, что $A_{li}c_{li}=-A_{il}c_{il}$ для $(i\neq l)$, $(i=1,2,\dots,m)$, $(l=1,2,\dots,m)$. Матрица системы линейных уравнений (6) имеет вид

$$\begin{bmatrix} -\sum\limits_{i=2}^{m} c_{1i}A_{1i} & c_{12}A_{12} & \dots & c_{1m}A_{1m} \\ c_{21}A_{21} & -\sum\limits_{\substack{i=1\\ i\neq 2}}^{m} c_{2i}A_{2i} & \dots & c_{2m}A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1}A_{m1} & c_{m2}A_{m2} & \dots & -\sum\limits_{i=1}^{m-1} c_{mi}A_{mi} \end{bmatrix}$$

Ранг этой матрицы равен $m-1$. Таким образом, для определения всех углов поворота α_l $(l=1,2,\dots,m)$ необходимо, чтобы один из этих углов был задан. Учитывая, что ранг матрицы системы линейных уравнений для определения S_i^x $(i=1,2,\dots,m)$, $(l=1,2,\dots,m)$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{N}(x_{ij}\mathrm{Cos}\,\alpha_i-y_{ij}\mathrm{Sin}\,\alpha_i+S_i^x)c_{li}=0$$

равен $m-2$, получим, что для определения всех S_i^x (аналогично S_i^y) необходимо задать два из них. Аналогично найдем, что для определения всех z_i необходимо также задать два из них.

Предложенный алгоритм и программы, созданные на основе этого алгоритма, были протестированы с применением методов имитационного моделирования.

Литература

1. Барабаш Л.С. и др. В кн.: Материалы V Рабочего совещания по нейтринному детектору ИФВЭ-ОИЯИ. ОИЯИ, Д1,2,13-84-332, Дубна, 1984, с.108.
2. Говорун Н.Н. и др. ОИЯИ, Р5-5397, Дубна, 1970.
3. Вестергомби Д. и др. ОИЯИ,Р10-7284,Дубна,1973.
4. Виноградов В.Б. и др. ОИЯИ,Р10-85-77,Дубна,1985.
5. Аматуни Ц.А. и др. ИФВЭ,82-142,Серпухов,1982.
6. Джелядин Р.И. и др. ИФВЭ,84-70,Серпухов,1984.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 марта 1989 года.