

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

X 152

P10-88-275

В.А.Калинников

**ЦИФРОВОЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ
АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗАТОР
СПЕКТРА**

Направлено в журнал
"Приборы и техника эксперимента"

1988

Введение

Предыстория спектрального оценивания уходит своими корнями в древние времена и связана с изобретением календаря и часов. Однако по-настоящему тот огромный интерес, который известен нам сегодня, зародился лишь немногим более ста лет назад, когда Роберт Вильгельм Бунзен и Густав Роберт Кирхгоф обнаружили, что каждому химическому элементу присущ свой характеристический спектр, который не зависит от того, в каком соединении присутствует данный элемент ^{/1/}. Наиболее впечатляющие успехи в спектральном анализе связаны с работами Эрвина Шрёдингера - по квантовой механике и Шарля Штурма - по спектральной теории дифференциальных уравнений ^{/1/}.

В 1807 году Жан Батист Жозеф де Фурье показал, что любая функция, заданная на некотором конечном интервале, может быть представлена рядом ^{/2/}:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [b_k \cos(2\pi k t/T) + c_k \sin(2\pi k t/T)],$$

где $b_k = a_k \cos(\varphi_k)$, $c_k = a_k \sin(\varphi_k)$,

а $a_k = \sqrt{b_k^2 + c_k^2}$, $\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{c_k}{b_k}$.

Коэффициенты c_k и b_k определяются по формулам ^{/2/}:

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(2\pi k t/T) dt,$$

$$c_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(2\pi k t/T) dt,$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt.$$

Ряд Фурье может быть записан в комплексной форме следующим образом:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \exp(-j 2\pi k t/T),$$

где $2A_k = a_k e^{-j\varphi_k} = b_k - j c_k$; $a_k = 2|A_k|$, $a_0 = A_0$.

Величина $2A_k$ есть комплексная амплитуда, а A_k определяется как

$$A_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \exp(-j 2\pi k t/T) dt.$$

Таким образом, любая сложная периодическая функция может быть вполне однозначно определена совокупностью величин A_k и φ_k . Совокупность величин A_k носит название спектра амплитуд, а совокупность φ_k — спектра фаз. Для многих практических применений достаточно знать только спектр амплитуд. Он применяется настолько часто, что, когда говорят: просто спектр, то подразумевают обычно именно амплитудный спектр.

Различают три вида спектральных оценок.

1. Истинный спектр. Он дает функцию частоты; зависимость от времени выпадает, так как спектр отражает исследуемый процесс в целом, т.е.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \exp(-j\omega t) dt.$$

2. Текущий спектр. Когда функция $f(t)$ есть отображение некоторого реального физического процесса, а ход этого процесса не может быть в точности предсказан на основании теоретических соображений, то сведения о функции мы получаем лишь в результате наших наблюдений. Поэтому мы можем выполнить интегрирование не в бесконечных пределах, а лишь до настоящего текущего момента

$$S_t(\omega) = \int_{-\infty}^t f(t) \exp(-j\omega t) dt.$$

Величина $S_t(\omega)$, являющаяся функцией не только частоты, но и времени, носит название текущего спектра.

3. Мгновенный спектр. Это важнейшая оценка спектрального анализа. Без него невозможен анализ быстроизменяющихся процессов, в частности, анализ одиночных импульсов. Он дает понятие о спектре, изменяющемся во времени, и отражает "динамику" поведения контролируемого процесса. Мгновенный спектр — это спектр отрезка процесса длительно-

стью T , непосредственно предшествующего данному моменту времени t

$$S_T(\omega, t) = \int_{t-T}^t f(\tau) \cdot \exp(-j\omega \tau) d\tau.$$

В этом определении мы имеем дело со скользящим интегрированием, причем интервал интегрирования T имеет постоянную величину, но перемещается по оси времени. Эту операцию на практике осуществляют через весовую функцию $r(\tau-t)$ следующим образом:

$$S_r(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau-t) \cdot f(\tau) \cdot \exp(-j\omega \tau) d\tau.$$

В режиме динамического измерения спектра исследуемое явление для анализатора представляется отрезком на протяжении от момента включения до момента выключения. Следовательно, в этом режиме мы имеем дело с мгновенными спектральными оценками, а результат анализа принципиально зависит от времени интегрирования.

Практическое измерение спектральных оценок приводит к необходимости экспериментального разложения исследуемого процесса в ряд Фурье, т.е. к гармоническому анализу. Для стандартных методов, позволяющих использовать быстрое преобразование Фурье (БПФ) при вычислении мгновенного спектра, характерно то, что интервал вычисления БПФ не скользит, а скачет по временной последовательности ^{1/5-7/}. Очевидно, что эффективность скачущего БПФ зависит от величины скачка. Отмечено, что отсутствие перекрытия интервалов вычисления БПФ приводит к значительным частотным наложениям, в связи с чем появляются серьезные искажения спектральных измерений. При перекрытии 2:1 и особенно 4:1 эффект наложения существенно ослабляется, хотя и остается довольно значительным ^{3,11/}.

Поскольку в динамическом режиме невозможно аппаратно реализовать алгоритм БПФ с перекрытием интервалов вычисления, ^{то} ^{4,5/} для борьбы с этими явлениями используют метод взвешивания

На практике для кратковременного (динамического) спектрального анализа в качестве весовой функции используют функцию Фано (рис.1),

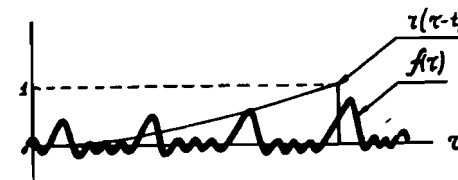


Рис.1 Кратковременный спектральный анализ.

которая учитывает все прошлое процесса, но с весом, экспоненциально убывающим по мере удаления от настоящего момента времени. Основанием для такого выбора весовой функции является то, что она выражает фактический результат спектрального анализа при помощи реальных фильтров ^{2,3/}. Но аппаратная реализация этого алгоритма связана с большими затратами, поскольку необходимо организовать параллельный алгоритм обработки, вида ^{4/}:

$$S_n(\omega) = \exp(-j2\pi\omega n/N) \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{S}(k, n) \exp(-j2\pi\omega k/N),$$

где: $\tilde{S}(k, n)$ - спектр сигнала на k -той выборке. На рис. 2 показан мгновенный спектральный анализ с помощью алгоритма БПФ.

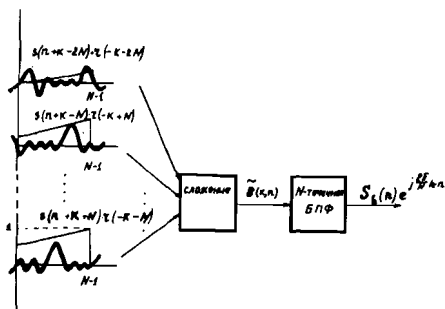


Рис.2 Мгновенный спектральный анализ с помощью алгоритма БПФ.

Таким образом, аппаратная реализация мгновенных спектральных измерений на базе алгоритмов БПФ, для быстроизменяющихся процессов, практически неосуществима. Для решения этого класса задач был разработан метод скользящего спектрального измерения. Для данного метода обобщенный спектр сигнала на плоскости в точке z_1 имеет вид ^{3/}:

$$S_n(z_1) = f(n) + f(n-1)z_1^{-1} + f(n-2)z_1^{-2} + \dots + f(n-N+1)z_1^{-(N-1)} = \sum_{k=n-N+1}^n f(k)z_1^{-(n-k)},$$

где N - число отсчетов, по которым находится оценка спектра, $f(k)$ - значение выборки сигнала.

Во многих практических приложениях, в частности, когда спектр сигнала меняется во времени, необходимо измерять $S_n(z_1)$ для последовательных значений n , т.е. значения $S_0(z_1), S_1(z_1), S_2(z_1)$ и т.д. Такой способ измерения называется скользящим

спектральным измерением. Оно обеспечивается за счет смещения на один дискрет временного окна, содержащего N -отсчетов, и повторения измерения. Этот способ позволяет вычислять текущее мгновенное значение спектра на n -ной выборке на базе вычисленного спектра на $(n-1)$ выборке, т.е. рекуррентно ^{3/}:

$$S_n(z_1) = S_{n-1}(z_1) + [f(n) - f(n-N)] \cdot z_1^{-1}, \quad (1)$$

где $S_{n-1}(z_1)$ - спектр сигнала для $(n-1)$ выборки, $f(n)$ и $f(n-N)$ - значения сигнала для (n) -й и $(n-1)$ -й выборок.

Скользящий метод спектрального измерения обеспечивает максимальное перекрытие интервалов вычисления, т.е. учитывает все прошлое анализируемого процесса, в связи с чем значительно уменьшаются частотные искажения ^{3/}. Кроме того, для вычисления спектра по выражению (1) требуется всего лишь $2N$ комплексных умножений, в то время как алгоритмы БПФ требуют $N \log_2 N$ умножений.

Таким образом, рекуррентный метод вычисления спектральных оценок превосходит по быстродействию все известные алгоритмы БПФ, обладает наименьшими частотными искажениями спектральных характеристик и позволяет проводить измерения спектра для быстроизменяющихся процессов.

ЦИФРОВОЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ

Известно, что построение системы цифрового спектрального анализа должно быть адекватно природе обрабатываемого сигнала и основной задаче спектральной обработки. Соответственно сигналу и задаче ограничивается частотный диапазон, устанавливаются частоты квантования по уровню и времени, размер выборки N , виды базисных функций и другие характеристики. Невнимание к этим характеристикам приводит к ошибкам и не дает желаемого результата для всей системы обработки.

При организации вычислений в скользящем режиме разложение сигнала на гармонические составляющие ведется в большинстве случаев с использованием равномерно расположенных на единичной окружности базисных функций, вида $\exp(-j2\pi m k/N)$, где k, m - соответственно идентификаторы номера коэффициента и номера дискретного значения сигнала в обрабатываемой выборке. В известных устройствах размер выборки окна наблюдения N не меняется, интервалы изменения m и k равны, а сами переменные принимают значения от 0 до $N-1$ с шагом 1.

Величина N чаще всего находится в пределах от 16 до 1024 [7-9].

Многие физические системы работают с действительными сигналами, поэтому интервал для K ограничивается числом $N/2 - 1$, т.е. учитывается комплексная сопряженность спектра. Поэтому $k = \{0, 1, \dots, N/2 - 1\}$.

Известны два вида рекуррентных формул для дискретного преобразования Фурье. Первая из них имеет вид [10]:

$$F_{m+1}(k) = \exp(-j\omega) \cdot [F_m(k) + \Delta f],$$

где $\Delta f = f(N) - f(0)$, $f(N)$ - вновь сформированное дискретное значение, $f(0)$ - значение, выходящее из наблюдаемой выборки при дополнении ее значением $f(N)$, m - идентификатор номера окна наблюдения $\omega = 2\pi k/N$, $k = \{0, 1, \dots, N/2 - 1\}$.

Формула требует выполнения $2N$ умножений.

Другая формула рекуррентного ДФ:

$$F_{m+1}(k) = F_m(k) + \Delta f \exp(-j\omega_1), \quad (2)$$

где $\omega_1 = 2\pi k(m+1)/N$, $m = \{0, 1, \dots, N-1\}$. Число умножений при обработке выборки действительных сигналов равно N .

Обе формулы дают равные результаты только при вычислении модулей коэффициентов в виде

$$A(k) = \sqrt{R_{m+1}^2(k) + J_{m+1}^2(k)},$$

где $R_{m+1}(k)$ и $J_{m+1}(k)$ - действительная и мнимая части комплексных коэффициентов. Вторая формула имеет линейный характер накопления погрешностей от неточности представления тригонометрических констант в цифровой аппаратуре, что благоприятно для их сброса при вычислениях.

Повышение быстродействия систем анализа с использованием второй формулы достигается следующими путями: использование принципа достаточности при операциях с тригонометрическими константами, т.е. вычисление результатов только первой четверти единичной окружности без точек 0 и $N/4$ для одной функции, например, косинуса. Проводятся умножения вида $\Delta f \cos(\omega_2)$, где $\omega_2 = 2\pi k_1/N$, $k_1 = \{1, 2, 3, \dots, N/4 - 1\}$, остальные результаты получаются простым переписыванием или коммутацией в аппаратуре. Например, для $N = 32$ достаточно выполнить всего 7 умножений.

Второй способ повышения быстродействия - это использование бинарной избыточности матрицы констант $\cos(\omega_2)$. Используя двоичные сходные группы, можно всего за несколько алгебраических сложений получить все результаты $\Delta f \cdot \cos(\omega_2)$.

Наконец, появление сверхплотных и сверхскоростных интегральных схем позволяет весь анализ строить главным образом на процедурах выборки из памяти готовых результатов ДФ. Однако такой подход имеет ограниченные возможности, т.к. помимо ДФ реальные системы проводят и большой ряд других операций: весовую обработку; вычисление энергетического спектра; параметров математической статистики и т.д. Все это может требовать при ограниченных допусках на время анализа недостижимо высокой вычислительной мощности.

При обработке комплексных сигналов две рекуррентные формулы принимают вид

$$R_{m+1}(k) = \beta_k \cdot \cos(\omega) - c_k \cdot \sin(\omega),$$

$$J_{m+1}(k) = c_k \cdot \cos(\omega) + \beta_k \cdot \sin(\omega),$$

где $\omega = 2\pi k/N$, $k = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $\beta_k = R_m(k) + \Delta c$.

$c_k = J_m(k) + \Delta \beta$, причем

$$R_{m+1}(k) = R_m(k) + c \cdot \sin(\omega_1),$$

$$J_{m+1}(k) = J_m(k) + c \cdot \cos(\omega_1),$$

где $c = [c(N) + \beta(N)] - [c(0) + \beta(0)]$, $\omega_1 = 2\pi k(m+1)/N$.

Отображение последующего спектрального состояния через предыдущее в общем виде для i -мерного сигнала имеет вид

$$F_{m+1}(k_1, \dots, k_i) = F_m(k_1, \dots, k_i) + \prod_{i=1}^{i-1} \left\{ \sum_{k_i=0}^{N_i-1} \exp(-j\omega_i k_i) \cdot \exp[-j\omega_i (p_i+1)] \cdot [f(k_1, \dots, k_{i+1}, N) - f(k_1, \dots, k_{i-1}, 0)] \right\},$$

где $\omega_i = 2\pi k_i/N$.

Отсюда нетрудно записать любые необходимые соотношения. Например, для двумерного рекуррентного ДФ составляющие комплексных коэффициентов Фурье вычисляются по формулам

$$R_{m+1}(k_1, k_2) = R_m(k_1, k_2) + \sum_{n_1=0}^{N-1} \Delta f_1 \cos(\omega),$$

$$J_{m+1}(k_1, k_2) = J_m(k_1, k_2) - \sum_{n_1=0}^{N-1} \Delta f_1 \sin(\omega),$$

где $\Delta f_1 = f(n_1, N) - f(n_1, 0)$, $\omega = 2\pi(k_1 n_1 + k_2 c)/N$, $\ell = m+1$.

При обработке одномерных действительных сигналов составляющие комплексных коэффициентов Фурье определяются по соотношениям

$$R_{m+1}(k) = R_m(k) + \Delta f \cdot \cos(\omega),$$

$$J_{m+1}(k) = J_m(k) - \Delta f \cdot \sin(\omega),$$

где $\omega = 2\pi k(m+1)/N$, $k = \{1, 2, \dots, N/2 - 1\}$, $m = \{0, 1, \dots, N-1\}$.

Для практической реализации можно пользоваться следующими выражениями:

$$R_{m+1}(k) = R_m(k) + \Delta f [\operatorname{sgn}(M1) \cdot R(M2)],$$

$$Y_{m+1}(k) = Y_m(k) + \Delta f [\operatorname{sgn}(M3) \cdot R(M4)], \quad (3)$$

где M1, M3 - идентификаторы знаков величин $\cos(\omega)$ и $\sin(\omega)$ относительно $\cos(2\pi k_1/N)$, где $k_1 = \{0, 1, \dots, N/4\}$, M2, M4 - идентификаторы номеров выбора $\cos(2\pi k_1/N)$ для формирования из них $\cos(\omega)$ и $\sin(\omega)$ в соответствии с текущими значениями k и m .

Основной оценкой спектрального измерения для практических систем в большинстве приложений является амплитудный и фазовые спектры, вычисляемые по соотношениям:

$$A_k = \sqrt{R_{m+1}^2(k) + Y_{m+1}^2(k)},$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg} \left(\frac{Y_{m+1}(k)}{R_{m+1}(k)} \right).$$

Сами операции вычисления \sqrt{x} и arctg проводятся в зависимости от прикладной направленности анализатора спектра.

Цифровой динамический спектральный анализ является самостоятельным направлением в области спектральной обработки и имеет развитой аппарат, существенно отличающийся от распространенных быстрых способов ДЦФ.

Своеобразие аппарата цифрового динамического спектрального анализа на базе рекуррентной обработки сигналов позволяет применять ряд эффективных приемов цифровой фильтрации, вычисления дополнительных параметров выборок. Так, например, через $R_{m+1}(k)$ может быть вычислена спектральная плотность мощности (СПМ) по формуле

$$S_{m+1}(k) = S_m(k) + \Delta f [R_{m+1}(k) + \Delta f].$$

Если базовая формула для вычисления СПМ

$$S_m(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{r=0}^{N-1} f(k) \cdot f(r) z^{-(r-k)},$$

где z - комплексная переменная, требует $N^2 + 2N$ умножений, то совмещенная с ДЦФ обработка - N умножений.

Ряд весовых функций (ВФ), вводимых для изменения формы лепестков цифровых фильтров, также целесообразней совмещать либо с рекуррентными видами ДЦФ, либо перемещать из временной области в частотную.

Например, для ВФ Тьюки:

$$x(l) = 0,5 - 0,5 \cdot \sin(2\pi \cdot l/N),$$

вычисления в частотной области проводятся по формуле

$$F_{m+1}^*(k) = 2^{-1} F_{m+1}(k) + 2^{-2} [F_{m+1}(k-1) + F_{m+1}(k+1)],$$

что сокращает количество операций от N умножений во временной области до $2N$ алгебраических сложений - в частотной, при обработке действительных выборок.

Анализаторов спектра для практических систем известно значительное количество, однако все они предназначены для обработки в скачущем режиме обработки цифровых сигналов, когда вначале идет накопление выборки, а затем к ней применяется алгоритм одного из видов БЦФ. Использование этих анализаторов спектра для обработки сигналов в режиме реального времени, то есть для скользящего наблюдения, приводит к резкому сокращению разрешающей способности анализатора относительно частоты обрабатываемого сигнала. Это затруднение является обоснованием разработки нового анализатора спектра на базе цифрового динамического спектрального анализа. При этом, с учетом потребности практических приложений, анализатор спроектирован для обработки сигналов в частотном диапазоне от 100 до 3200 Гц с разрешением на уровне 200 Гц. Входной сигнал квантуется по времени с частотой около 140 мкс при его 8-разрядном целочисленном представлении. На выходе анализатора формируются коэффициенты амплитудно-частотного спектра. Анализатор специализирован для наблюдения динамики частотных составляющих при некотором упрощении операций в аспекте точных спектральных измерений, т.к. важным является соотношение частот друг с другом и по разверткам во времени, но не их абсолютные значения.

ОПИСАНИЕ РАБОТЫ АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА

На рис.3 представлена блок-схема алгоритма работы динамического анализатора спектра, который реализует выражение (2):

$$F_{m+1}(k) = F_m(k) + \Delta f \cdot \exp(-j\omega_1),$$

где $\omega_1 = 2\pi k(m+1)/N$, $\Delta f = f(N) - f(0)$.

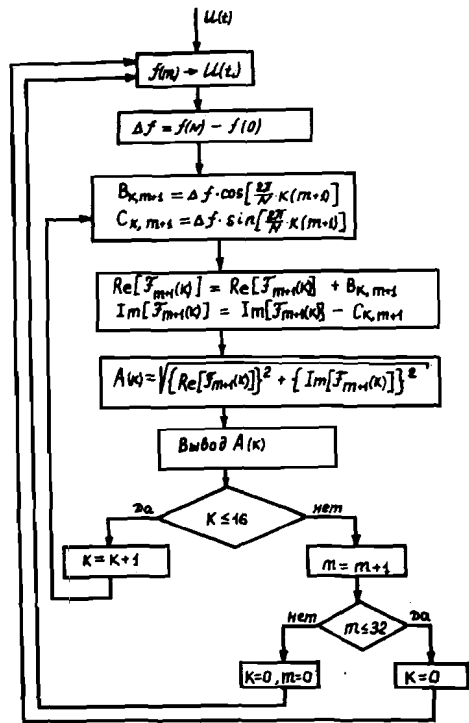


Рис.3. Блок-схема алгоритма работы анализатора спектра.

окна $\Delta f = f(m+1) - f(m+1-N)$.

В тригонометрическом блоке y_5 вычисляются величины

$$B_{k,m+1} = \Delta f \cdot \cos[2\pi(m+1)k/N],$$

$$C_{k,m+1} = \Delta f \cdot \sin[2\pi(m+1)k/N],$$

для всех $k = \{0, 1, \dots, 15\}$, $m = \{0, 1, \dots, 31\}$.

Затем эти значения $B_{k,m+1}$ и $C_{k,m+1}$ поступают на вход второго АЛУ y_6 , который в соответствии с выражениями

$$\operatorname{Re}[F_{m+1}(k)] = \operatorname{Re}[F_m(k)] + B_{k,m+1},$$

$$\operatorname{Im}[F_{m+1}(k)] = \operatorname{Im}[F_m(k)] - C_{k,m+1},$$

Входная информация $u(t)$ поступает на вход полосового фильтра y_1 , который снижает эффект утечки спектральных характеристик и явления подмены частот. С выхода этого фильтра сигнал поступает на устройство выборки и аналого-цифрового преобразования. Устройство выборки описывается выражением для ограниченной функции

$$x(i) = \frac{1}{a} \int_{it - \frac{a}{2}}^{it + \frac{a}{2}} x(t) dt,$$

где a — ширина выборки. Естественно, что ширина выборки должна быть как можно меньше, т.е. $a \ll T$. Затем эта величина $x(i)$ в АЦП преобразуется в двоичную информацию $f(m)$ и поступает на вход арифметико-логического (АЛУ) устройства y_4 , где вычисляется разность сигнала на границах временного

вычисляет текущие значения коэффициентов Фурье. В арифметическом блоке y_7 по значениям коэффициентов Фурье вычисляются амплитуды спектра на $m+1$ выборке для всех K частот, т.е.

$$A_{m+1}(k) = \sqrt{\operatorname{Re}[F_{m+1}(k)]^2 + \operatorname{Im}[F_{m+1}(k)]^2},$$

а результаты вычисления записываются в буферную память устройства вывода информации y_9 . Затем формируется новое значение выборки на интервале $\{2iT - a/2, 2iT + a/2\}$ и аналогично вычисляется амплитуда спектра $A_{m+2}(k)$ на всех частотах. Таким образом осуществляется скользящий алгоритм вычисления спектральных характеристик на базе рекуррентных выражений (2).

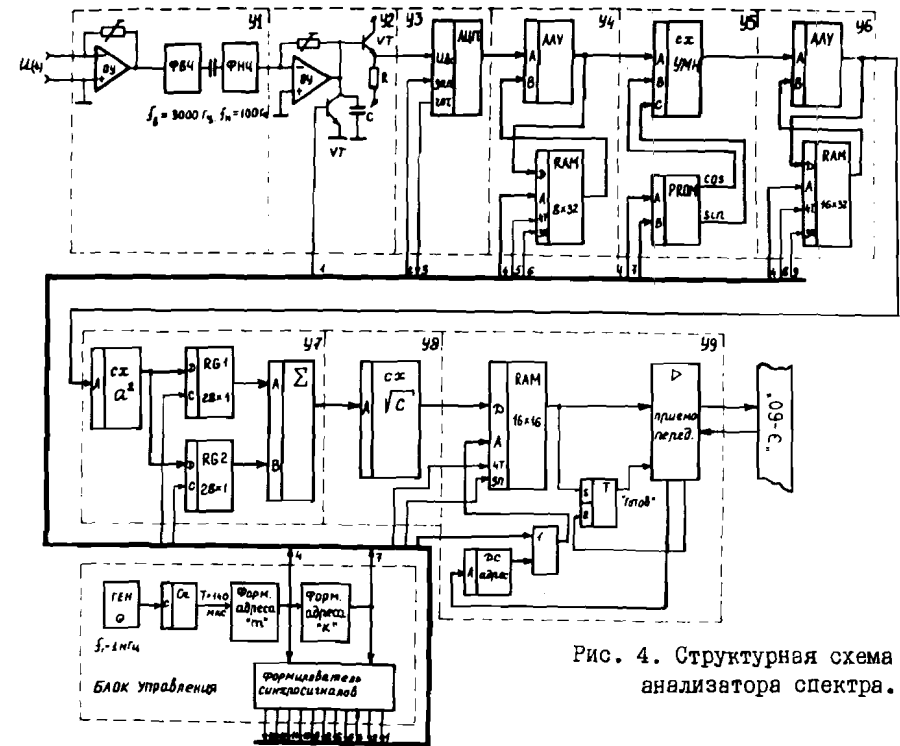


Рис.4. Структурная схема анализатора спектра.

Анализатор спектра, структурная схема которого приведена на рис. 4, включает в себя следующие функционально-законченные блоки: блок управления; блок выборки и оцифровки; блок вычисления коэффициентов Фурье; арифметический блок; блок связи с ЭВМ "Электроника-60".

Блок управления синхронизируется кварцевым генератором с частотой 1 МГц и формирует адреса выборок $m = \{0, 1, \dots, 31\}$ и коэффициентов Фурье $K = \{0, 1, \dots, 15\}$, а также управляющие синхросигналы для всех схем и узлов анализатора спектра.

Блок оцифровки и выборки содержит: фильтр верхних (ФВЧ) и нижних (ФНЧ) частот, которые формируют косинусное спектральное окно с частотами среза $f_H = 95$ Гц и $f_L = 3100$ Гц; схему целевой выборки и запоминания (пиковый детектор и быстродействующий 8-разрядный АЦП).

Блок вычисления коэффициентов Фурье содержит: две кольцевые памяти емкостью 32×8 и 32×16 разрядов, в которых запоминаются результаты вычислений Δf , $Re[F_m(k)]$, $Im[F_m(k)]$; два АЛУ для суммирования 8- и 28-разрядных чисел; схему умножения двух 8-разрядных чисел и устройство вычисления тригонометрических функций.

Арифметический блок содержит: 28-разрядную схему возведения в квадрат вычисленных коэффициентов Фурье $Re[F_{m+1}(k)]^2$ и $Im[F_{m+1}(k)]^2$; два 28-разрядных регистра; сумматор для вычисления $Re[F_{m+1}(k)]^2 - Im[F_{m+1}(k)]^2$ и схему извлечения квадратного корня из результатов суммирования.

Блок связи с ЭВМ содержит: кольцевую буферную память, где записаны все 16 амплитудно-частотных коэффициентов спектра и канал связи с ЭВМ "Электроника - 60".

Аппаратурная реализация скользящего спектрального анализа целесообразна, если время вычислений в анализаторе не более интервала между выборками, т.е. $t_{реш} < T$. Минимизация времени решения анализатора при вычислении спектральных характеристик проводилась по трем направлениям.

1. Предложен видоизмененный алгоритм рекуррентного вычисления коэффициентов Фурье (2), который в отличие от известного вычисляется на $m+1$ выборке. Это позволило уменьшить число комплексных умножений на величину N .

2. Поскольку операция умножения многоразрядных двоичных чисел вносит наибольший вклад в результирующее время вычислений, было предложено выполнять умножение по правилам умножения полиномов. Пусть

$$G = g_0 + g_1 d + g_2 d^2 + \dots + g_n d^n \quad \text{и}$$

$$H = h_0 + h_1 d + h_2 d^2 + \dots + h_n d^n,$$

тогда

$Z = GH = \sum_{i,j=0}^{2n} g_i h_j d^{i+j} = Z_0 + Z_1 d + \dots + Z_{2n} d^{2n}$,
 где g_i, h_j - двоичные коэффициенты, принимающие значения 0, 1; d^{2n} - степень числа 2, т.е. 2^{2n} . Это позволило операцию умножения свести к сложению по mod 2 для всех g_i, h_j с учетом веса складываемых величин. Таким образом, достигается высокое быстродействие при незначительных аппаратурных затратах. Так, например, схема возведения в квадрат 14-разрядного числа реализована на 49 микросхемах серии К500, а время решения не превышает 100 нс.

3. Для повышения быстродействия операция извлечения квадратного корня из 28-разрядного числа сведена к приближенному вычислению вида

$$A(k+1) = \sqrt{a_e, a_{e-1}, \dots, a_{e-s}} \cdot 2^{\frac{e-2s}{2}} \sqrt{a_e, a_{e-1}, \dots, a_{e-s}} \cdot \sqrt{a_{e-2}, a_{e-3}, \dots, a_{e-2s}} \cdot 2^{\frac{e-4s}{2}} \sqrt{a_{e-2}, a_{e-3}, \dots, a_{e-2s}} \dots \sqrt{a_s, a_{s-1}, \dots, a_0},$$

где S - разрядность используемого ПЗУ, в котором записана таблица вычисления квадратного корня из S -разрядного числа; e - степень числа, из которого вычисляется квадратный корень.

Аппаратурная реализация данного алгоритма обеспечивает вычисление с погрешностью не более 5% квадратного корня, а время решения при использовании микросхем серии К500 не превышает 30 нс.

Данная минимизация позволила аппаратурно вычислять 16 коэффициентов амплитудного спектра за время не более 40 мкс.

- Основные технические характеристики анализатора спектра.
- | | |
|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1. Уровень входного сигнала | $U_{вх} = 2,5$ В |
| 2. Дискретность АЦП | $\Delta U = 20$ мВ |
| 3. Полоса пропускания спектрального окна | $f_B = 3500$ Гц
$f_H = 110$ Гц
$f_L = 7143$ Гц |
| 4. Частота дискретизации | $T^* = 140$ мкс. |
| 5. Интервал выборок | |
| 6. Количество частот, на которых анализируется спектр | $K = 16$ |
| 7. Частотное разрешение | $B = 200$ Гц |
| 8. Общее время решения | |
| а) реализация на микросхемах ТТЛ, ЭСЛ | $t_{реш} = 40$ мкс |
| б) реализация на микросхемах ЭСЛ | $t_{реш} = 300$ нс |
| 9. Погрешность вычисления | $\delta \leq 5\%$ |

Ю. Элементная база	ТТЛ, ЭСЛ
И. Количество микросхем	297
И2. Потребляемая мощность	82 Вт

Анализатор выполнен на четырех платах КАМАК и занимает по объему блок 8 м.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Скользящий спектральный анализ является полноразмерным, т.к. по развертке каждой из частотных составляющих возможно однозначно восстановить исходный сигнал. Математическая адекватность полноразмерного анализа в отличие от построения систем скачущей обработки с шагом N , нарушающих теорему Котельникова в частотной области, позволяет утверждать о его перспективности. С резким ростом вычислительной мощности элементной базы устраняется главное ограничение применения нового научного направления – полноразмерного цифрового динамического спектрального анализа.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность И.А. Голутвину и Ю.Д. Никитскому за полезные обсуждения и содействие в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Робинсон Э.А. История развития спектрального оценивания. ТИЭР, 1982, т.20, № 9, с.6-21.
2. Харькевич А.А. Спектры и анализ. М.: ГИТТЛ, 1957.
3. Рабинер А., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
4. Оппенгейм Э. Применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1980.
5. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983, т.1, с.312.
6. Олдер Б., Фенбах С., Ротенберг М. Вычислительные методы в физике плазмы. М.: Мир, 1974.
7. Рошаль А.С. Быстрое преобразование Фурье для вычислительной физики. – В сб.: Известия вузов. Сер. Радиофизика, 1976, № 10, с.1425-1454.
8. Лебедев В.И. и др. Параллельные алгоритмы решения некоторых стационарных задач математической физики. М.: ОВМ АН СССР, 1984.
9. Отнес Р., Эконсон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
- Ю. Чайковский В.И. и др. Анализатор спектра Фурье. А.с. 560232 (СССР). – Опубликовано в ОИ, 1977, № 20, с.84.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 апреля 1988 года.

Калинников В.А. P10-88-275
Цифровой динамический амплитудно-частотный
анализатор спектра

Описывается математическое и аппаратное обеспечение для реализации цифрового динамического спектрального анализа. Применяется новый способ рекуррентного вычисления спектральных коэффициентов. Разработанное устройство выполнено на ТТЛ-ЭСЛ-микросхемах (всего 297 корпусов) в стандарте КАМАК. Функциональное быстродействие при вычислении 16 коэффициентов спектральной плотности – 30 мкс.

Работа выполнена в Общественном научно-методическом отделении ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод автора

Kalinnikov W.A. P10-88-275
Digital Dynamic Amplitude-Frequency
Spectral Analyser

A mathematic and apparatus means for the digital dynamic spectral analysis realization is described. A new method of recurrent calculation spectral coefficients is put into practice. The analyser is made in the CAMAC standard. ECL, TTL J C (297 chips) are used as an element base. The functional rapidity when 16 coefficients of spectral density power are calculated – 30 μ s.

The investigation has been performed at the Institute Scientific-Methodical Department, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988