

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Б734

P10-87-731

Н.Б.Богданова, Г.А.Ососков

**ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ АЛГОРИТМА
ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ
КАЛИБРОВОЧНЫХ КРЕСТОВ**

1987

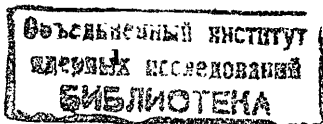
Среди приложений аппроксимационных методов в физике одним из актуальных является задача обработки калибровочных измерений, проводимых для определения точностных характеристик автоматических измерительных приборов и установления связи между системами координат, в которых ведутся измерения, и измеряемого объекта.

При калибровке таким объектом является эталонная пластина с нанесенным на ней множеством из n крестов. Координаты их центров (x_k, y_k) , $k=\overline{1, N}$, измеренные заранее с высокой точностью, принимаются за идеальные. С ними должны быть сопоставлены координаты (u_k, v_k) , $k=\overline{1, N}$ центров тех же крестов, вычисленные по данным автоматических измерений (сканирования).

Эти вычисления составляют первый этап обработки калибровочной информации, за которым следует второй этап нахождения калибровочных преобразований между системами координат (x, y) и (u, v) ^{/1/}. Аппроксимационные методы применяются на обоих этих этапах. На первом — для аппроксимации данных сканирования каждого из отрезков, составляющих крест, т.к. в системе координат прибора эти отрезки могут отличаться от прямых линий либо из-за нелинейностей системы (как это будет в случаях спирального сканирования^{/2/} или при биполярной системе координат^{/3/}, либо из-за нелинейных искажений, вызванных дисторсиями прибора (см., например, ^{/1/}), либо в силу обоих этих причин. На втором этапе аппроксимационные методы необходимы для установления прямого и обратного преобразования $(u, v) \leftrightarrow (x, y)$.

Реперные кресты встречаются и на обычных изображениях трековых камер, где они являются одной из самых массовых фигур и необходимы для привязки систем координат камеры и изображения^{/4/}.

В работе^{/5/} описана программа NORTCR, предназначенная для определения координат центров крестов (u_k, v_k) , $k=\overline{1, N}$ по данным параллельного сканирования калибровочной пластины методом аппроксимации отрезков, составляющих крест (плеч), полиномами от первого до третьего порядка с последующим решением совместных уравнений и вычислением среднеквадратичных погрешностей найденных величин. В работе^{/1/} была высказана идея о применимости программы NORTCR для обработки изоб-



ражений крестов при спиральном сканировании, прямо в полярных координатах прибора "Спиральный измеритель" (СИ)^{/2/}. Такое радикальное применение полиномиальных приближений сулит явные преимущества по сравнению с принятой методикой^{/6/}, так как позволяет избежать громоздких вычислений по переводу всех точек креста в локальную декартову систему координат, а также связанных с этим изменений матрицы ошибок, ведущих к усложнению вычислений на втором этапе. Это дает основу для упрощения общей программы калибровки спирального измерителя и перенесения ее на малую ЭВМ, управляющую работой СИ, для выполнения в он-лайн режиме.

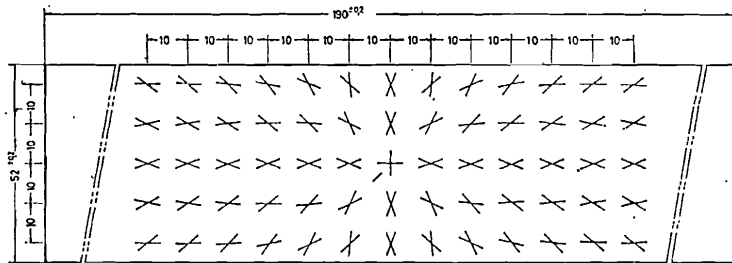


Рис.1.

На рис.1,2 показаны калибровочная пластина СИ и результаты измерения крестов в полярных координатах. Надо отметить угловое сужение крестов с радиусом r , откуда следует необходимость аппроксимации крестов кривыми второго и третьего порядка.

В работе^{/4/} описана процедура распознавания креста и выделения отрезков плеч без середины и концов, искаженных при сканировании.

В настоящей работе используется опубликованный ранее алгоритм^{/5/} определения центров крестов путем полиномиальной аппроксимации плеч.

Рассмотрим коротко этот алгоритм.

Предполагается, что предварительное распознавание образов выполнено, так что получены координаты точек двух групп; первого и второго плеча (M1 и M2 соответственно).

На основе встречающихся в практике нелинейностей (рис.2): уравнения первого и второго плеча

$$f_1 = 0 \quad (1)$$

$$f_2 = 0 \quad (2)$$

записываются в виде:

$$f_1 = \sum_{i=0}^{\ell_1} c_{1i} x_1^i - y_1, \quad \ell_1 = 1, 2, 3 \quad (3)$$

$$f_2 = \sum_{i=0}^{\ell_2} c_{2i} x_2^i - y_2, \quad \ell_2 = 1, 2, 3,$$

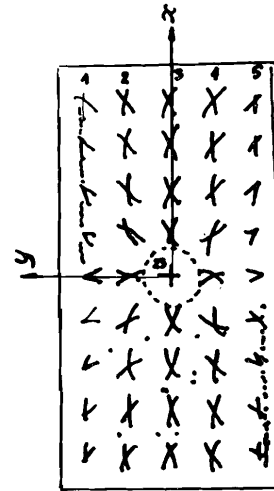


Рис.2а.

xy-координаты

Данные сканирования калибровочной пластины "Спирального измерителя".

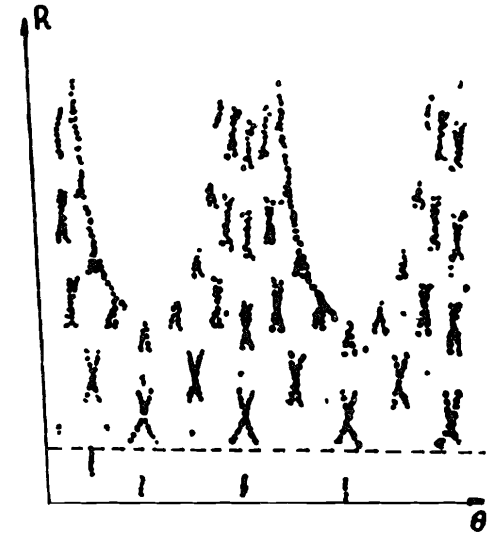


Рис.2б.

полярные R-θ-координаты

ℓ_1 и ℓ_2 заранее неизвестны и должны определяться алгоритмом нахождения координат центра (x_c, y_c) индивидуально и независимо для каждого из плеч.

Выбор геометрии: плечи пересекаются под определенным, но неизвестным (в общем случае) углом.

Выбор весов: $w_1 = 1 / (\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2)$, где Δx_1 и Δy_1 ошибки в определении координат.

Метод расчета координат центра реперного креста:

В центре удовлетворяются (1), (2) и

$$f_1(x, y) f_2(x, y) = 0 \quad (4)$$

где крест рассматривается как вырожденная кривая.

Если предположить, что c_{ji} из (3) известны и поставить их в уравнения плеч, получаем после вычитания уравнений друг из друга

$$\sum_{i=0}^l c_i x^i = 0 \quad (5)$$

$$c_i = c_{1i} - c_{2i}$$

$$l = \max(l_1, l_2)$$

(5) линейное, квадратное или кубическое уравнение.

Рассматриваются следующие возможные случаи:

- когда уравнение (5) квадратное - оно имеет два действительных корня x_{c1} и x_{c2} , приводящих соответственно к координатам y_{c1} и y_{c2} . Из двух пар координат центра истинной является та, которая при подстановке в

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{M_1} [f_1(x_{1i}, y_{1i}) - f_1(x_c, y_c)]^2 w_{1i} + \sum_{j=1}^{M_2} [f_2(x_{2j}, y_{2j}) - f_2(x_c, y_c)]^2 w_{2j} \quad (6)$$

дает меньшее значение χ^2 ;

- когда уравнение (4) кубическое, имеются две возможности:

1) один действительный и два комплексных корня - решение однозначно;

2) три действительных корня, приводящих к трем координатным парам, из которых истинная подбирается по \min величины χ^2 .

В любом случае первый действительный корень x_{c1} уравнения (4) можно найти по формулам Кардано, а затем свести к квадратному путем деления на разность $(x - x_{c1})$. Для этой цели создана программа CARDAN.

Наследственные ошибки координатной пары (x_c, y_c) нетрудно вычислить, используя стандартную процедуру метода наименьших квадратов, то есть по диагональным элементам матрицы $(J^T W J)^{-1}$, где J - матрица Якоби системы (4), записанной во всех точках (1) и (2). Если необходимо, учитываются и недиагональные (корреляционные) элементы матрицы $(J^T W J)^{-1}$.

Реализация алгоритма

Предложенный алгоритм был реализован на основе пакета одномерных ортонормированных полиномов, описанных в [7], к которым добавлены главная программа ncross и набор вспомогательных модулей ortcr, cardan, verify, defect, pli, queq. Подробная блок-схема алгоритма и описание последовательных шагов полученной программы ortcr, даны в [5].

Применение алгоритма для нахождения центров реперов спирального измерителя

Для этой цели используется пакет ortcr и добавлена новая главная программа spir.

Обрабатывались 45 крестов калибровочной пластины для нахождения координат центров в полярных координатах r, θ следующим образом:

1) в (r, θ) координаты при $l_j=3$: r_{c_k}, θ_{c_k} ;

2) моделируем старый способ - после разделения точек на две группы по плечам в (r, θ) координаты переводим все точки в локальную (x, y) систему и находим центры с помощью той же программы ortcr при $l_j=1$. Пересчитываем эти координаты обратно и получаем $r'_{c_k}/\delta_{c_k}, \theta'_{c_k}$ (их считаем достаточно точными в специальном исследовании [6]).

Разница $\Delta r = r_c - r'_c(\mu)$ составляет результаты, приведенные в табл. I. В табл. 2 содержится $\Delta \theta = (\theta_c - \theta'_c) \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ (только для крестов от одного до двадцати пяти).

Дополнительной обработке были подвергнуты кресты № 9, 14, 27, 43, 44, 45. Основная цель - робастная [7] фильтрация "плохих" точек, которые обычно находились близко от центра (см. [4]), в результате чего нормированный на степень свободы χ^2 при аппроксимации соответствующих плеч становится допустимо мал.

В итоге на каждом из этих крестов было выброшено от одной до двух точек, что привело к уменьшению χ^2 отдельного плеча в несколько раз (например, от $\chi^2=8$ в кресте № 14 до $\chi^2=1.1$).

Результаты вычисления

Минимальная $\Delta r = 0,1 \mu$ - в двадцать девятом и тридцать восьмом крестах, а максимальная $\Delta r = 7,9 \mu$ - в седьмом кресте.

Полученная из табл. I среднеквадратическая $\sigma_{\Delta r} = 3,4 \mu$.

Средняя $\Delta \bar{r}$ из табл. I = $-1,4 \mu$.

Минимальная из табл. 2 $\Delta \theta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$, а максимальная $\Delta \theta = 43 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$.

Рис. 3 показывает карту векторов $\Delta \vec{r}_k = \vec{r}_{c_k} - \vec{r}'_{c_k}$. Не замечается наличие статистических ошибок.

Из табл. I и 2 видно, что новый метод локального определения центров крестов путем полиномиальной аппроксимации совпадает с известным [6] в пределах среднеквадратической ошибки по всему полю калибровочной пластины.

В табл. 3 содержатся пары чисел, соответствующие порядку степени выбранных полиномов для каждого креста ($k = 35 \pm 44$).

Минимальная и максимальная Δr и $\Delta \theta$, средняя и среднеквадратическая Δr небольшие. Это указывает на то, что новый метод достаточно определяет центры крестов.

Таблица 1

4I	36	3I	26	2I	16	II	6	I
1,9	-1,6	0,6	2,2	-2,8	-1,2	0,9	-3,6	-1,18
-1,1	-4,0	4,3	-1,2	-0,2	0,1	-7,6	-7,9	0,4
-4,9	0,1	0,4	-7,8	⊗	5,78	-0,6	-7,4	-1,84
-6,5	4,6	1,8	-0,1	-0,86	4,0	-5,0	-1,3	-1,14
3,8	-1,1	-2,0	0,1	0,2	-6,3	-5,3	-4,8	-5,72

Таблица 2

- II	3	10	- I	2
- 18	2I	20	-13	I
⊗	-II	3	-0,4	-3
-22	43	-25	5	-0,5
-7	18	5	-2	-5

Таблица 3

35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
3:2	3:2	2:3	3:2	3:2	3:2	3:2	2:2	3:2	2:3

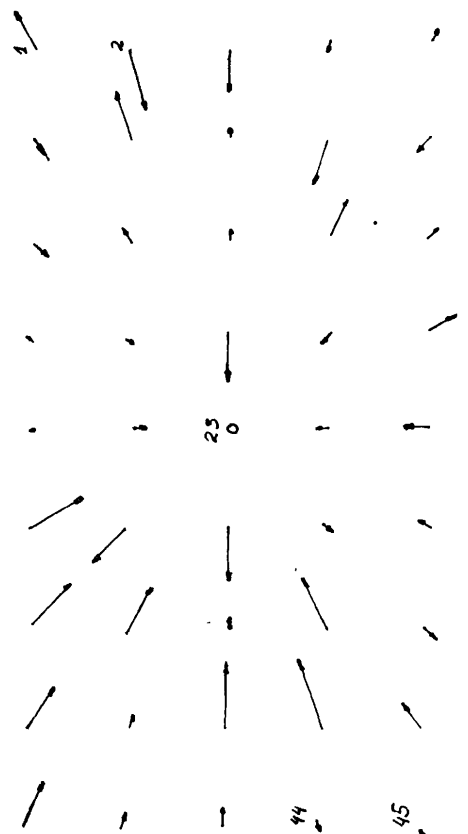


Рис.3.

Описание новой схемы вычисления калибровки спирального измерителя

В (R, θ)-координате будем искать минимум функционала в виде:

$$\Phi = \sum_k \left[\frac{(AR_{изм}^k + B - R_{иг}^k)^2}{\sigma_{R_k}^2} + \frac{(e_{изм}^k - \theta_0 - \alpha R_{изм}^k - \theta_{иг}^k)^2}{\sigma_{\theta_k}^2} \right], \quad (7)$$

где $R_{иг} = \sqrt{(x_{иг} - x_0)^2 + (y_{иг} - y_0)^2}$, $\theta_{иг} = \arctg \frac{y_{иг} - y_0}{x_{иг} - x_0}$.

Таким образом, выбранный функционал линеен относительно параметров A, B, θ₀, α. Параметры x₀, y₀ оцениваются предварительно, а потом уточняются по формулам (8) за две-три итерации.

$$x_0 = x_{изм.} - (\hat{A} \cdot R_{изм.} + \hat{B}) \cdot \cos(\theta_{изм.} - \hat{\theta}_0 - \hat{\alpha} R_{изм.})$$

$$y_0 = y_{изм.} - (\hat{A} \cdot R_{изм.} + \hat{B}) \cdot \sin(\theta_{изм.} - \hat{\theta}_0 - \hat{\alpha} R_{изм.})$$
(8)

Заключение

Алгоритм нахождения реперного креста с учетом локальных нелинейностей, разработанный в [5], может быть применен для калибровки спирального измерителя. При этом значительно упрощается задача на втором этапе калибровки, так как функционал (7) линеен относительно параметров. Прямое использование полярных координат, сделанное впервые в настоящей работе, позволяет избежать вычислений по переводу всех точек креста в локальную декартову систему координат, а также связанных с этим изменений матрицы ошибок, ведущих к усложнению вычислений на втором этапе, где учитываются эти ошибки. Благодаря этому разработанную программу SPIR можно использовать на малой ЭВМ, управляющей работой спирального измерителя, для выполнения в он-лайн-режиме.

Литература

1. Богданова Н.Б. и др. ЭЧАЯ, вып.5, т.17, 1986.
2. Котов В.М. и др. ОИЯИ, 19-7939, Дубна, 1974.
3. WISMAN E.H., CERN, D.PH. II, PROG. 69-2, Geneva, 1969.
4. Ососков Г.А. ОИЯИ, P10-83-187, Дубна, 1983.
5. Богданова Н.Б. и др. ОИЯИ, 10-83-93, Дубна, 1983.
6. Мороз В.И., Ососков Г.И. ОИЯИ, P10-84-791, Дубна, 1984.
7. Астапов А.А. и др. ОИЯИ, P5-85-492, Дубна, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 октября 1987 года.

Богданова Н.Б., Ососков Г.А. P10-87-731
Об одном применении алгоритма полиномиальной
аппроксимации калибровочных крестов

Описано применение алгоритма полиномиальной аппроксимации плеч реперных крестов для обработки калибровочных данных на спиральном измерителе. Аппроксимация делается прямо в полярных координатах, что упрощает вычисление и повышает их точность на втором этапе калибровки. Приведены результаты сравнительной обработки по старому и предлагаемому методам.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Bogdanova N.B., Ososkov G.A. P10-87-731
On the Application of the Algorithm of Polynomial
Approximation for the Calibration
Crosses Determination

Application of algorithm of polynomial approximation for the determination of reference crosses of calibration data for Spiral Reader is described. The approximation is done in polar coordinate system that simplifies the calculations and increases their precision on the second stage of data processing. Results of comparative calculations according to the conventional and proposed methods are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1987