

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P10-86-518

С.В.Куняев*, Г.А.Ососков, А.Ю.Семейкин*

**О КОМБИНИРОВАННОМ МЕТОДЕ КАЛИБРОВКИ
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ**

*Московский энергетический институт

1986

I. Введение

Наличие оптико-механических и электронных дисторсий, присущих в той или иной степени любому автоматизированному измерительному устройству, вносит искажения в данные измерений. Поэтому такие устройства подлежат обязательной процедуре калибровки, в ходе которой должна быть проверена значимость этих искажений и найдено их функциональное описание, позволяющее построить преобразование между системами координат прибора и изображения, компенсирующее дисторсии прибора по всему полю измерения. Калибровка состоит в измерении эталонного изображения (обычно это решетка, образованная крестами, координаты центров которых известны с высокой степенью точности) и последующих вычислений для установления калибровочных преобразований и точностных характеристик прибора.

Таким образом, после проведения измерений калибровочной решетки и определения координат центров N крестов, находящихся на ней, мы будем располагать двумя набора координат:

$\{x_i, y_i\}_{i=1}^N$ - координаты центров крестов в эталонной системе;

$\{u_i, v_i\}_{i=1}^N$ - координаты центров в системе координат прибора.

После совмещения начал отсчета и предварительного масштабирования осей u, v (для перехода от отсчетных единиц в мм) можно сравнить, как отличаются данные измерений калибровочной решетки от нее самой. Если в каждом i -м узле решетки отложить вектор

$dx y_i = \sqrt{dx_i^2 + dy_i^2}$ с компонентами $dx_i = x_i - u_i$ и $dy_i = y_i - v_i$ (обычно их приходится увеличивать в 10^3 раз для визуального представления), то мы получим карту искажений. На рис. 1 представлена такая карта для автомата РЕРР /I/, имеющая характерный "подушкообразный" вид. При большом числе узлов n еще более наглядно представление искажений в виде поверхности, натянутой на векторы $dx y_i$, отложенные перпендикулярно к плоскости (x, y) . Пример подобной поверхности для автомата АЭЛТ-2/160, приведенный на рис. 2, позволяет дать очень выразительную интерпретацию математической задачи получения калибровочного преобразования как такого приближенного представления этой поверхности

$$\hat{x} = F(u, v; A) ; \quad y = G(u, v; B) \quad , \quad (I)$$

которое любую измеренную точку (u, v) переводит в точку (\hat{x}, \hat{y}) , лежащую как можно ближе к эталонному значению этой точки (x, y) . При этом близость должна быть одинакова во всех точках поля измерений. Мерой близости, т.е. критерием качества приближения (I) обычно служат среднеквадратичные значения:

$$s_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2; \quad s_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2; \quad (2)$$

$$s_R = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}. \quad (3)$$

Для решения задачи по выбору таких наборов калибровки коэффициентов A и B в (I), которые обеспечивают минимизацию критериев близости, обычно применяют метод наименьших квадратов (МНК). С вычислительной точки зрения это сводится к решению системы нормальных уравнений, число которых равно общему числу коэффициентов ^{/3/}.

Следует отметить, что в любых практических измерениях требуется и обратный переход от (x, y) к (u, v) . В силу нелинейности прямого преобразования (I), его обычно нельзя просто обратить, чтобы получить обратное

$$\hat{u} = F^{-1}(x, y; A'); \quad \hat{v} = G^{-1}(x, y; B'). \quad (4)$$

Рис. 1

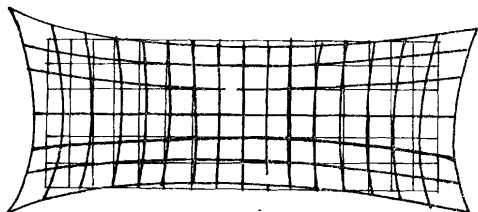
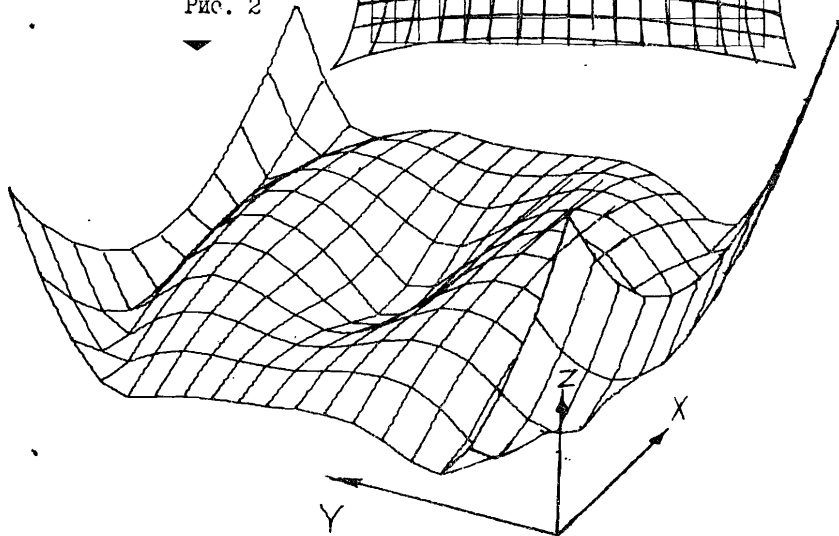


Рис. 2



Поэтому приходится решать аналогичную задачу МНК для получения коэффициентов A' и B' .

Опыт исследований по калибровке измерительных автоматов и бесфильмовых телевизионных систем съема данных ^{/1,4-7/} показывает, что в системах со значительными нелинейными дисторсиями наиболее целесообразная форма преобразований (I), (4) получается путем разложения поверхности искажений по системе двумерных полиномов. Выбор наиболее простой системы двумерных полиномов степени m

$$F(x, y; A) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^j a_{ji} x^j y^i \quad (5)$$

с $q = \left[\frac{j(j+1)}{2} + 1 \right]$ приводит к вычислительным трудностям при решении систем нормальных уравнений, что потребовало вычислений с удвоенной точностью даже на таких больших ЭВМ, как ИСЛ-1906 и СРС-6500 ^{/4,5/}.

В этой связи в работе ^{/6/} было проведено исследование по выбору системы полиномов и их степени m . Было показано, что если вместо системы (5) использовать ортогональные полиномы, то можно обойтись без вычислений с двойной точностью. Степень полинома, естественно, оказалась зависящей от нелинейности искажений. Если для измерительных столов достаточно $m=1$, то для автоматов на электронно-лучевых трубках типа АЭЛТ-2/160 потребовалось увеличить m до 5. Дальнейшее повышение степени давало медленное улучшение в узлах, но приводило к разному возрастанию ошибок аппроксимации в междоузлиях. Рекомендованное в ^{/6/} значение $m=5$, исходящее из критерия (2), означало вычисление 42 калибровочных коэффициентов для прямого такого же количества - для обратного преобразования) и соответствующих временных затрат как на получение этих коэффициентов, так и на их последующее применение в программах фильтрации.

Пока вычисления по программам калибровки и фильтрации для автомата АЭЛТ-2/160 проводились ОФ-лайн на большой ЭВМ СРС-6500 затраты машинного времени были сравнительно невелики, но с переходом к обработке данных на машине с малой ЭВМ СМ-4 потребовались какие-то меры по ускорению калибровочных вычислений.

Как показывал опыт калибровки "спирального измерителя" ^{/8/}, недостаточность аппроксимации может быть компенсирована применением интерполяции с использованием карты остатков (dx_i, dy_i) . Наличие на АЭЛТ-2/160 калибровочной решетки с мелким шагом (1,5 мм по каждой из осей) и довольно большие размеры оперативной памяти ЭВМ СМ-4 позволили поставить вопрос об отказе вообще от аппроксимации двумерными полиномами и заменой ее быстрой интерполяционной компенсацией искажений. Компромиссным решением является комбинированный метод: провести аппроксимацию полиномами третьей степени (всего 10 коэффициентов), а

остаточные искажения компенсировать по укрупненной решетке с помощью двумерной линейной интерполяции.

Настоящая работа и посвящена сравнительному исследованию трех вышеречисленных подходов к калибровке: аппроксимационному, интерполяционному и комбинированному.

2. Двумерная интерполяция в прямоугольных и косугольных координатах

Если функция искажений $d(x, y)$ известна в четырех узлах калибровочной решетки (x_i, y_i) , $i=1, 4$, окружающих некоторую точку (x, y) , то приближенное значение этой функции в данной точке (рис.3) может быть вычислено по следующей интерполяционной формуле

$$d(x, y) = (1-p)(1-q)d(x_1, y_1) + (1-p)qd(x_2, y_2) + pqd(x_3, y_3) + p(1-q)d(x_4, y_4), \quad (6)$$

где $p = \frac{x-x_1}{h_x}$, $q = \frac{y-y_1}{h_y}$, а h_x , h_y — расстояние между узлами по осям.

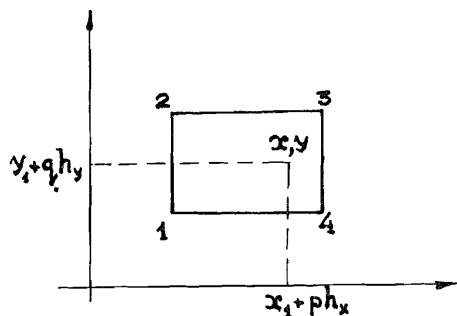


Рис. 3

Как видно, для вычислений необходимо по заданным x, y определить индексы нижнего левого узла той ячейки, в которую попала точка. Благодаря постоянству шагов решетки h_x и h_y , хранить ее эталонные координаты нет необходимости, т.к. они легко вычисляются по номеру узла.

Нелинейные координаты тех же узлов $\{u_i, v_i\}_{i=1}^N$, составляющие массив данных калибровки, должны быть преобразованы в двумерный массив $DX(I, J)$, $DY(I, J)$, $I=1, K$, $J=1, M$, где K и M — число узлов решетки по вертикали и горизонтали соответственно. Более просто формулы (6) выглядят для обратного преобразования от эталонной прямоугольной системы (x, y) к нелинейной косугольной (u, v) . Для точки (x, y) находят индексы I, J левого нижнего узла ячейки, в которой она находится, $I = \lfloor y/h_y + 1 \rfloor$, $J = \lfloor x/h_x + 1 \rfloor$, а также $p = \{x/h_x\}$, $q = \{y/h_y\}$ ($\lfloor \cdot \rfloor$ и $\{ \cdot \}$ — символы целой и дробной частей соответственно). После этого формулы (6) для обратного калибровочного преобразования дают

$$\begin{cases} u = (1-p)(1-q)u_1 + (1-p)qu_2 + pq u_3 + p(1-q)u_4 \\ v = (1-p)(1-q)v_1 + (1-p)qv_2 + pq v_3 + p(1-q)v_4 \end{cases}, \quad (7)$$

где u_i, v_i — значения координат четырех узлов, выбранные из таблиц DX, DY по индексам I и J .

Реализовать аналогичную простую процедуру для преобразования из нелинейной системы в эталонную не удается, т.к. в результате искажений узлы решетки в системе (u, v) образуют неравномерную прямоугольную сетку, а составляют четырехугольники довольно сложной формы (рис.4).

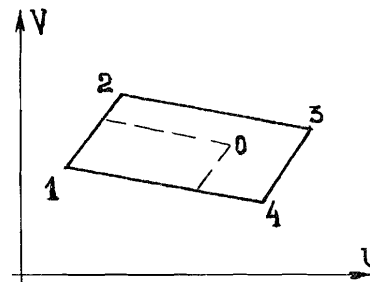


Рис. 4

Однако, как показали точные измерения, если шаг между узлами превышает максимальную из величин dx, dy , то этот четырехугольник можно считать параллелограммом. Тогда величины p и q можно определить как отношения

длин отрезков (I, b) к $(I, 4)$ и (I, a) к $(I, 2)$ соответственно (см. рис.4). Перенеся начало координат в узел I и проведя несложные вычисления, получим:

$$p = \frac{u_0 - t_1 v_0}{u_4 - t_1 v_4}, \quad q = \frac{v_0 - t_4 u_0}{v_2 - t_4 u_2}, \quad \text{где } t_1 = \frac{u_2}{v_2}, \quad t_4 = \frac{v_4}{u_4}. \quad (8)$$

Вследствие того, что шаг между узлами в нелинейной системе координат не постоянный, для определения индексов I и J можно выбрать такие h_u и h_v , чтобы ошибка в индексах была не больше ± 1 . После определения индексов и выбора четырех узлов необходимо проверить, находится ли точка внутри четырехугольника или нет. Проверка осуществляется по следующим условиям:

$$\begin{cases} u_0 - t_1(v_0 - v_1) + u_1 \geq 0 \\ v_0 - t_2(u_0 - u_2) + v_2 < 0 \\ u_0 - t_3(v_0 - v_3) + u_3 < 0 \\ v_0 - t_4(u_0 - u_1) + v_1 \geq 0 \end{cases}, \quad \text{где } t_2 = \frac{v_1 - v_2}{u_3 - u_2}, \quad t_3 = \frac{u_4 - u_3}{v_4 - v_3}. \quad (9)$$

При невыполнении какого-либо условия к одному из индексов добавляется или вычитается 1, и процедура повторяется. При выполнении всех условий считается, что точка лежит внутри четырехугольника. Далее по интерполяционной формуле (6) определяются координаты точки в прямо-

угольной системе. При этом если начало координат в ней перенести в нижний левый узел, то ввиду того, что $x_1=0$, $y_1=0$, $x_2=0$, $y_4=0$, вычисление координат производится по более простым выражениям:

$$\begin{cases} x_0 = (J-1)h_x + p \cdot q \cdot x_3 + p(1-q)x_4, \\ y_0 = (I-1)h_y + (1-p)qu_2 + p \cdot q \cdot y_3. \end{cases} \quad (I0)$$

В силу того, что расстояние между узлами в прямоугольной системе координат постоянно: $x_3=x_4=h_x$, $y_2=y_3=h_y$, (I0) упрощается до следующего вида:

$$\begin{cases} x_0 = (J-1)h_x + ph_x, \\ y_0 = (I-1)h_y + qh_y. \end{cases} \quad (II)$$

3. Комбинированный метод

Перейдем к комбинированному способу калибровочных преобразований, выполняемому в два этапа. На первом этапе прямого преобразования от (u, v) к (x, y) с помощью двумерных ортогональных полиномов третьей степени, полученных по стандартному методу (см., например, [6]), осуществляется перевод (u, v) в некоторую промежуточную систему (u', v') . Окончательное преобразование к координатам (x, y) выполняется на втором этапе по интерполяционным формулам (8), (9) и (II). Таким образом, для прямого преобразования при комбинированном способе необходимо хранить в памяти 20 коэффициентов ортогональных полиномов (10 для x и 10 для y) и координаты узлов решетки в промежуточной системе (u', v') .

Обратное преобразование при комбинированном способе выполняется также в два этапа. Но в отличие от прямого первый этап является интерполяционным со значениями p и q , вычисляемыми по формуле (6), где в качестве узловых значений используются двумерные массивы $DU(I, J)$, $DV(I, J)$; $I=\bar{1}, K$; $J=\bar{1}, M$, полученные преобразованием тех же промежуточных значений (u', v') . Для вычисления приближенных значений координат (\tilde{u}, \tilde{v}) на втором этапе применяют двумерные ортогональные полиномы третьей степени с коэффициентами для обратного преобразования.

4. Методика сравнительного исследования

Проверка точностных и временных характеристик предложенных процедур калибровочных преобразований проводилась на автомате АЭЛТ-2/160 с управляющей ЭВМ СМ-4. В качестве критериев для сравнения использовались величины, получаемые по формулам (2), как для прямого, так и для обратного преобразования. При калибровочных измерениях использовалась эталонная решетка с минимальным расстоянием между узлами $1,5 \pm 0,001$ мм по каждой оси (см. изображение фрагмента на рис.5).

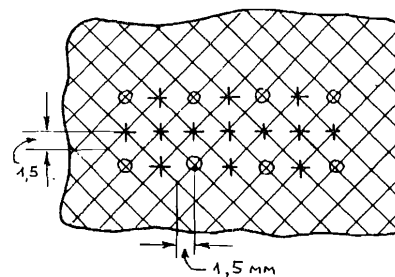


Рис. 5

Измерение узлов решетки осуществлялось в рабочей области размером 72 X 114 мм. Исследование выполнялось следующим образом. Проводилось измерение всех узлов решетки, находящихся в рабочей области. Для получения коэффициентов прямого и обратного преобразования с помощью третьей и пятой степени полиномов использовались координаты узлов, обозначенных на рис.5 кружочками. Затем по предложенным

процедурам осуществлялись чисто интерполяционное и комбинированное преобразование координат всех внутренних (обозначены крестиками) узлов из одной системы в другую и по (2) находились оценки точности преобразования. В выражениях (6), (7), (8), (9) и (II) использовались: в одном случае координаты узлов расположенных с шагом 6 мм по каждой из осей (на рис.5 обозначены кружочками), а в другом случае с шагом 3 мм (обозначены крестиками). Для сравнения подобным же образом осуществлялось преобразование координат всех узлов по стандартной калибровочной процедуре [6], применяемой на автомате АЭЛТ-2/160 - преобразование на основе двумерных полиномов пятой степени. Результаты исследований приведены в таблице.

Таблица

шаг решетки в мм	число узлов	Интерполяционный алгоритм		Комбинированный способ		Полином 5-й степени	
		Прямое (мкм)	Обратное (отс.автом)	Прямое (мкм)	Обратное (отс.автом)	Прямое (мкм)	Обратное (отс.автом)
6	s_x	7,845	s_u 3,044	2,310	1,038	2,312	1,06
	s_y	7,609	s_v 2,15	1,373	0,589	1,459	0,676
	s_R	10929	s_R 3,726	2,687	1,193	2,734	1,253
3		2,019	1,041	1,327	0,861		
		1,787	0,833	1,007	0,704		
		2,697	1,333	1,666	1,112		
975							
Время (с) на 100 точек		0,63	0,38	4,64	3,86	9,32	9,32

5. Заключение

Проведенное исследование показывает, что, не уступая в точности стандартным процедурам, использующим двумерные полиномы пятой степени, предложенные алгоритмы калибровки дают существенный выигрыш в скорости калибровочных преобразований. Сравнение результатов, приведенных в таблице, показывает, что интерполяционный алгоритм позволяет увеличить скорость вычислений в 15 раз, правда, сохранение точности достигается за счет увеличения памяти ЭВМ, необходимой для запоминания координат всех 975 интерполяционных узлов (около 4 К слов памяти ЭВМ SM-4). Потребность в мелком шаге решетки для обеспечения необходимой точности может оказаться препятствием также при использовании интерполяционного алгоритма для калибровки приборов, не снабженных такой эталонной решеткой.

В этой связи для проведения калибровочных преобразований в реальном времени на мини-ЭВМ класса SM-4 представляется оптимальным применение комбинированного метода с использованием решетки с шагом 6 мм, требующего вчетверо меньше памяти, чем интерполяционный алгоритм, и работающего вдвое быстрее стандартной процедуры. При этом следует иметь в виду, что для большинства практических приложений, не требующих высокой точности обратного преобразования (например, на АЭЛТ-2/160 достаточно 10-15 отсчетных единиц автомата), скорость комбинированного метода при выполнении обратного преобразования может быть увеличена в 10 раз за счет отказа от второго этапа и использования только быстрой интерполяционной процедуры.

Литература

1. Klein F., Strobele H. Proc. Int. Conf. on Data Handling Systems in High-Energy Phys., CERN 70-21, Geneva, p.177-186.
2. Баранчук М.К. и др. в кн.: Материалы семинара по обработке физической информации. Ереван, изд. ВПИ, 1976, с. 314-321.
3. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М., Физматгиз, 1962.
4. Анисеев В.Б. и др. ИВЭЗ, СМВТ 75-91, Серпухов, 1975.
5. Карлов А.А., Сенченко В.А. ОИЯИ, Р10-III155, Дубна, 1977.
6. Байла И., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р10-II1834, Дубна, 1978.
7. Алексеева Н.П. ОИЯИ, IO-8I-483, Дубна, 1981.
8. Мороз В.И., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р10-84-79I, Дубна, 1984.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1986 года.

Куняев С.В., Ососков Г.А., Семейкин А.Ю.
О комбинированном методе калибровки измерительных устройств

P10-86-518

Рассмотрены методы калибровки автоматических измерительных устройств, необходимой для компенсации искажений, вносимых прибором в измеряемые данные, и установления его точностных характеристик. Проведено сравнительное исследование трех методов: общепринятого метода аппроксимации искажений двумерными ортогональными полиномами пятой степени, быстрой линейной интерполяцией по таблице искажений и комбинированного метода, состоящего в интерполяции карты остатков после применения аппроксимации меньших степеней. На примере автомата АЭЛТ-2/160 показано, что при выполнении калибровки с заданной точностью на малой ЭВМ SM-4 комбинированный метод выполняется вдвое быстрее чисто аппроксимационного.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Kunyaev S.V., Ososkov G.A., Semeykin A.Yu.
On a Combined Method of Measuring Device Calibration

P10-86-518

Calibration method of automatic measuring devices are considered. The calibration is intended to compensate distortions carried in measured data by a device and to obtain characteristics of its accuracy. A comparative study is fulfilled by means of three following methods: (i) conventional method of the distortion approximation by two-dimensional orthogonal polynomials in the 5th degree; (ii) fast linear interpolation using the distortion table; (iii) combined method consisting in the interpolation of the map of residuals after the approximation by lower degree polynomials. Using the AELT-2/160 automat as an example it is shown that the combined methods for the calibration with the fixed accuracy works on the SM-4 mini-computer twice faster than the approximation of the 5th degree.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986