

ЛЯП
сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

P10-85-333

Х.Брухертзайфер,* В.Б.Злоказов

**DECAN - ПРОГРАММА
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ
В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ИЗУЧЕНИЮ
ГЕНЕТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ РАДИОНУКЛИДОВ**

* Центральный институт изотопов
и радиационных измерений, Лейпциг.

1985

Брухертзайфер Х., Злоказов В.Б.

P10-85-333

DECAN - программа для определения параметров экспоненциальных распределений в экспериментах по изучению генетически связанных радионуклидов

Изложены метод и алгоритм решения задачи определения параметров сложных экспоненциальных распределений, описывающих генетически связанные распады радионуклидов, в условиях малой статистики и информационной неполноты данных. Описана программа DECAN, реализующая данный алгоритм.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Bruchertseifer H., Zlokazov V.B.

P10-85-333

DECAN-Program for Determining Parameters of Exponential Distributions in Experiments on the Investigation of Genetically Linked Decays of Radionuclides

The method and algorithm are given intended to solve the problem of parameter determination of the complex exponential distributions, which describe the genetically linked decays of radionuclides under conditions of poor statistics and informational data inadequacy. The DECAN program which implements the method is described.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В современном ядерно-физическом или радиохимическом эксперименте нередко встречается задача количественного анализа кривых распада генетически связанных активностей, причем в силу малых периодов полураспада T и/или малых выходов интервалы измерения по необходимости не являются малыми по сравнению с T . Обработка результатов измерений в этом случае сложна и кропотлива, и получить исчерпывающую и объективную интерпретацию данных можно лишь с помощью ЭВМ. Отметим две типичные задачи:

1. Исследуются химическое поведение элемента с помощью его короткоживущих изотопов. Прямое измерение концентраций затруднено, чаще оно осуществляется косвенно - через детектирование дочерних нуклидов. Время, необходимое для химических операций, сравнимо или превосходит периоды полураспада этих нуклидов. Так, например, наиболее доступный в настоящее время изотоп - ^{256}Md , $T = 1,3$ ч. С помощью электронного захвата он переходит в ^{256}Fm , $T = 2,63$ ч, спонтанное деление которого можно легко зарегистрировать. Препараты ^{256}Md практически всегда содержат и ^{256}Fm , что должно быть учтено при определении концентрации ^{256}Md по дочернему нуклиду ^{1/}.

2. Измеряется временной ход активности дочернего нуклида и требуется по нему определить период полураспада материнского нуклида или их обоих.

Ниже будет описана программа DECAN, позволяющая относительно просто осуществить анализ данных в упомянутых задачах.

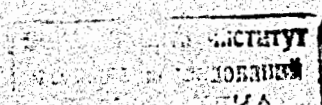
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ВРЕМЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ АКТИВНОСТЕЙ

Радиоактивный распад описывается экспоненциальной моделью

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T}}, \quad //$$

где $N(t)$ - количество радиоактивных ядер в момент времени t ,
 N_0 - в момент времени $t = 0$, T - период полураспада.

При регистрации таких распадов данные представляют собой количества этих распадов, приходящиеся на временные интервалы, в течение которых ведется регистрация. Эти данные можно также интерпретировать как убыль величины $N(t)$ в период интервала (t_1, t_2) :



$$N_{12} = -(N(t_2) - N(t_1)). \quad /2/$$

Если время регистрации было разбито на n временных интервалов (t_{1i}, t_{2i}) , $i=1, \dots, n$, в каждом из которых суммировались зарегистрированные распады, то данные представляют собой гистограмму, каждая ордината которой равна

$$N_i = -(N(t_{2i}) - N(t_{1i})). \quad /3/$$

При малой длине интервалов /3/ будет приближенно равно

$$N_i \approx -\frac{dN(t)}{dt} \Delta t_i, \quad /4/$$

где $\Delta t_i = t_{2i} - t_{1i}$. Другими словами, моделью измеренных данных может быть взята величина

$$k N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T}}, \quad /5/$$

где k - коэффициент. Если $\frac{\Delta t}{T}$ велико, формула /4/ будет неверна. В этом случае ее целесообразно заменить следующей:

$$N_i = -\int_{t_{1i}}^{t_{2i}} \frac{dN(t)}{dt} dt = N_0 \left(e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T}} - e^{-\frac{t_2 \ln 2}{T}} \right). \quad /6/$$

Выражение /6/ в этом случае будет моделью гистограммы, и если величины N_0 и T неизвестны, то их можно оценить методом наименьших квадратов. Иногда зарегистрированные распады не суммируются, и данные представляют собой последовательность моментов времени $\{t_j\}$, $j=1, \dots, m$, в которые были зарегистрированы распады. В этом случае целесообразнее использовать метод максимального правдоподобия. Считается, что функция распределения моментов времени, в которые происходят распады, имеет вид

$$P(\theta < t) = 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}}, \quad /7/$$

где t - произвольное астрономическое время $0 \leq t < +\infty$, θ - фактическое время распада, $P(\theta < t)$ - вероятность того, что $\theta < t$. Плотность вероятности P имеет вид

$$\frac{dP(\theta < t)}{dt} = \frac{\ln 2}{T} e^{-\frac{t \ln 2}{T}}. \quad /8/$$

Таким образом, функция правдоподобия будет равна

$$L(T) = \prod_{i=1}^m \frac{\ln 2}{T} e^{-\frac{t_i \ln 2}{T}} \quad \ln L(T) = \sum_{i=1}^m \left(c - \frac{t_i \ln 2}{T} \right), \quad /9/$$

где $c = \ln \frac{\ln 2}{T}$. Если интервал измерения ограничен отрезком (T_0, T_{mx}) , причём $T_0 \neq 0$, то плотность вероятности будет равна

$$\frac{dP(\theta < t)}{dt} = \frac{\ln 2}{T} e^{-\frac{t \ln 2}{T}} / \left(e^{-\frac{T_0 \ln 2}{T}} - e^{-\frac{T_{mx} \ln 2}{T}} \right) \quad /10/$$

и в функцию правдоподобия /9/ следует подставить ее. Оценка параметра T затем находится из условия максимума выражения $L(T)$ по всевозможным значениям T .

Более сложная схема распада имеет место, когда в результате распада одного нуклида /материнского/ образуется другой радиоактивный нуклид /дочерний/, который, в свою очередь, тоже претерпевает распад, характеризуемый собственным временем полураспада. Для описания этого процесса составляется система уравнений

$$\frac{dN_M(t)}{dt} = -\frac{\ln 2}{T_M} N_M(t),$$

$$\frac{dN_D(t)}{dt} = \frac{\ln 2}{T_M} N_M(t) - \frac{\ln 2}{T_D} N_D(t), \quad /11/$$

где $N_M(t)$ - текущее количество радиоактивных атомов материнского нуклида; $N_D(t)$ - дочернего нуклида; T_M, T_D - периоды полураспадов материнского и дочернего нуклидов соответственно. Смысл первого уравнения в /11/ очевиден. Смысл второго состоит в том, что изменение количества атомов дочернего нуклида складывается из: а/ поступления атомов за счет распада материнского нуклида; б/ убыли атомов за счет распада дочернего. Решением системы /11/ являются функции

$$N_M(t) = N_{M0} e^{-\frac{t \ln 2}{T_M}}$$

$$N_D(t) = N_{D0} e^{-\frac{t \ln 2}{T_D}} + \frac{N_{M0} T_D}{T_M - T_D} \left(e^{-\frac{t \ln 2}{T_M}} - e^{-\frac{t \ln 2}{T_D}} \right), \quad /12/$$

где N_{M0} - количество атомов материнского нуклида при $t=0$. N_{D0} - дочернего при $t=0$. Возникает вопрос: что использовать в качестве модели данных, если регистрируются только распады дочернего нуклида? Действительно, в этом случае для N_D уже не являются описанием ни формула /2/, ни формула /4/, так как производная $\frac{dN_D}{dt}$ характеризует динамику измерения числа атомов дочернего нуклида в результате пополнения его за счет материнского и убыли из него /см.рис.1-3/. Регистрируются же лишь распадающиеся атомы дочернего нуклида; поэтому можно предположить, что число этих распадов пропорционально не общей производной от количества атомов дочернего нуклида, а самому этому количеству:

$$N_1 = C N_D(t), \quad /13/$$

где C - коэффициент.

Тогда в случае малых промежутков регистрации будет справедлива "точечная" модель гистограммы данных

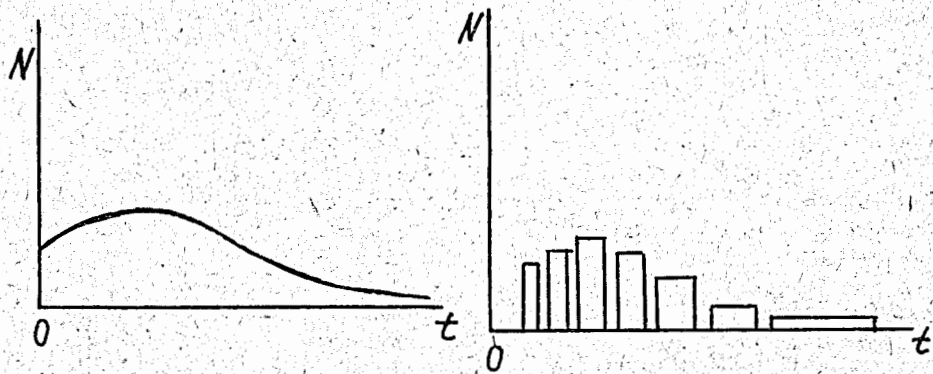


Рис.1. Типичный график кривой $N_d(t)$.

Рис.2. Типичная гистограмма данных, полученных из эксперимента и соответствующих модели $N_d(t)$.

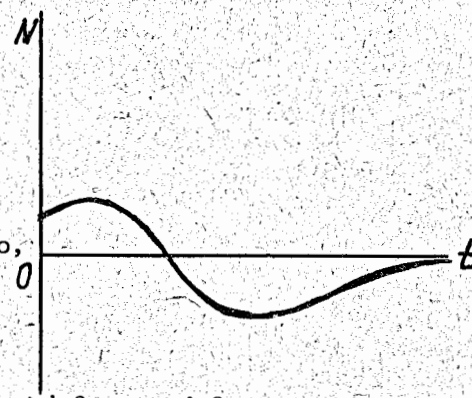


Рис.3. График производной $\frac{dN_d(t)}{dt}$. Из рисунка сразу видно, что эта знакопеременная кривая не может быть моделью данных, приведенных на рис.2.

$$N_i = CN_{d0} e^{-\frac{t_i \ln 2}{T_d}} + \frac{CN_{M0} T_d}{T_M - T_d} \left(e^{-\frac{t_i \ln 2}{T_M}} - e^{-\frac{t_i \ln 2}{T_d}} \right). \quad /14/$$

Здесь t_i - время, приписываемое i -му интервалу, N_i - значение i -й ординаты гистограммы. Если интервалы регистрации не малы, то следует перейти к интегральной формуле

$$N_i = \frac{N_{M0}}{T_M - T_d} \left(T_M \left\{ e^{-\frac{t_{i1} \ln 2}{T_M}} - e^{-\frac{t_{i2} \ln 2}{T_M}} \right\} - T_d \left\{ e^{-\frac{t_{i1} \ln 2}{T_d}} - e^{-\frac{t_{i2} \ln 2}{T_d}} \right\} \right) + N_{d0} \left(e^{-\frac{t_{i1} \ln 2}{T_d}} - e^{-\frac{t_{i2} \ln 2}{T_d}} \right) \quad /15/$$

при условии, что $C = \ln 2 / T_d$. Формулы /14/, /15/ могут быть использованы в качестве моделей для определения параметров, представляющих интерес, методом наименьших квадратов.

Вывод функции распределения времени распадов дочернего нуклида

Если данные регистрации распадов дочернего нуклида представляют собой последовательность моментов времени $\{t_i\}$, $i = \dots, n$, в которые эти распады произошли, целесообразно применить метод максимального правдоподобия. Для этого необходимо прежде вывести функцию распределения времени распада дочернего нуклида. Пусть $P_M(t)$ и $P_d(t)$ - абсолютные функции распределения времени распада при условии, что распады обоих нуклидов рассматриваются независимо друг от друга. Обозначим символами θ_M и θ_d - моменты фактического распада материнского и дочернего нуклидов соответственно. Тогда вероятности того, что для произвольного t , $0 \leq t < +\infty$, величины θ_M и θ_d будут меньше, чем t , даются выражениями

$$P_M(\theta_M < t) = 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_M}},$$

$$P_d(\theta_d < t) = 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_d}}.$$

Второе имеет место при условии, что отсчет времени начинается с нуля. Если теперь рассматривается процесс распада материнского нуклида в случайный момент времени, после которого следует распад образовавшегося дочернего нуклида, то событие "распад дочернего нуклида зарегистрирован в интервале времени $(0, t)$, где t - произвольный момент времени" может быть осуществлено таким образом: материнский нуклид распадается в некоторый очень малый промежуток времени $(r - \Delta r, r)$, а дочерний распадается за оставшийся промежуток времени от r до t ; здесь r - произвольный момент времени между 0 и t . Вероятность такого события, очевидно, равна

$$\Delta P_M(r) P_d(t-r), \quad /16/$$

где $\Delta P_M(r) = P_M(r) - P_M(r - \Delta r)$. Разделим /16/ на Δr и устремим Δr к нулю. Получим

$$\frac{dP_M(r)}{dr} P_d(t-r). \quad /17/$$

Так как r - произвольный момент времени между 0 и t , то для получения полной вероятности события $0 \leq \theta_d < t$ следует проинтегрировать /17/ по r от 0 до t :

$$P(\theta_d < t) = \int_0^t P_d(t-r) \frac{dP_M(r)}{dr} dr = \int_0^t \left(1 - e^{-\frac{(t-r) \ln 2}{T_d}} \right) \left(\frac{\ln 2}{T_M} \right) e^{-\frac{r \ln 2}{T_M}} dr =$$

$$= 1 - \frac{T_M}{T_M - T_d} e^{-\frac{t \ln 2}{T_M}} + \frac{T_d}{T_M - T_d} e^{-\frac{t \ln 2}{T_d}} \quad /18/$$

Если в момент $t=0$ имелось N_{M0} атомов материнского и N_{D0} атомов дочернего нуклида, то вероятность того, что в произвольном интервале (t_1, t_2) будет зарегистрировано событие - распад атома дочернего нуклида - мы можем определить, используя /18/,

$$P(t_1 \leq t_d \leq t_2) = q_1 \left\{ \frac{T_M}{T_M - T_D} \left(e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T_M}} - e^{-\frac{t_2 \ln 2}{T_M}} \right) - \frac{T_D}{T_M - T_D} \left(e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T_D}} - e^{-\frac{t_2 \ln 2}{T_D}} \right) \right\} + (1 - q_1) \left\{ e^{-\frac{t_1 \ln 2}{T_D}} - e^{-\frac{t_2 \ln 2}{T_D}} \right\}, \quad /19/$$

где $q_1 = N_{M0} / (N_{M0} + N_{D0})$. Плотность распределения /19/ равна

$$\frac{dP(t)}{dt} = q_1 \left\{ \frac{\ln 2}{T_M - T_D} e^{-\frac{t \ln 2}{T_M}} - \frac{\ln 2}{T_M - T_D} e^{-\frac{t \ln 2}{T_D}} \right\} + (1 - q_1) \frac{\ln 2}{T_D} e^{-\frac{t \ln 2}{T_D}}. \quad /20/$$

В среднем в интервале (t_1, t_2) будет регистрироваться $(N_{M0} + N_{D0}) \cdot P(t_1 \leq t_d \leq t_2)$ распадов дочернего нуклида /непосредственно или через процесс: материнский нуклид \rightarrow дочерний нуклид/. Выражение /20/ может быть использовано для оценки неизвестных величин T_M и q_1 . ($q_1 = N_{M0} / (N_{M0} + N_{D0})$), т.е. если $\{t_i\}$, $i = 1, \dots, n$ - множество зарегистрированных моментов времени распада дочернего нуклида, то искомыми оценками будут такие значения T_M и q_1 , которые обращают в максимум выражение

$$L(T_M, q_1) = \prod_{i=1}^n \frac{dP(t_i)}{dt} \quad \ln L(T_M, q_1) = \sum_{i=1}^n \ln \frac{dP(t_i)}{dt}, \quad /21/$$

где $\frac{dP(t_i)}{dt}$ для каждого t_i вычисляется по формуле /20/. Если регистрация распадов ведется не на всем временном интервале $(0, +\infty)$, а лишь в промежутке (t_0, t_{max}) , то выражение /20/ следует нормировать на величину $P(t_0 \leq t_d \leq t_{max})$, вычисляемую по формуле /19/:

$$\frac{d\bar{P}(t)}{dt} = \frac{dP(t)}{dt} / P(t_0 \leq t_d \leq t_{max}). \quad /22/$$

Здесь $\frac{d\bar{P}(t)}{dt}$ - плотность распределения с учетом интервала (t_0, t_{max}) . В этом случае в L следует подставлять уже не /20/, а /22/.

Если регистрируются отдельные распады какого-либо нуклида, период полураспада которого считается известным или предполагается известным, то часто возникает задача: какие регистрируемые времена $\{t_i\}$ считаются правдоподобными для данного периода полураспада? Пусть функция распределения распада данного нуклида будет равна $1 - e^{-t \ln 2 / T}$, где T - период полураспада данного нуклида. Вообще говоря, с ненулевой вероятностью может наблюдаться любое время распада $t, t \in [0, +\infty]$,

поэтому под правдоподобными мы будем понимать моменты времени, в которые распад происходит с вероятностью, не меньшей некоторого уровня. Тогда, чтобы найти интервал правдоподобных времен, достаточно решить уравнение

$$1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}} = 1 - p,$$

где $1 - p$ - вероятность правдоподобия. Для $p = 0,05$ имеем $t_p = 4 T$, т.е. для $p = 0,05$ правдоподобные времена распада заключены в интервале $(0, 4 T)$.

ПОСТРОЕНИЕ МНК-ОЦЕНОК ИСКОМЫХ ПАРАМЕТРОВ

В последнее время в литературе появилось много работ, посвященных получению оценок искомых параметров простыми методами. Эти простые методы основаны на таких функциональных свойствах экспонент, как инвариантность формы при преобразованиях дифференцирования, интегрирования, сдвига и т.д. /см. обзор /2/ /. Методы эти просты, легко реализуемы на маленьких карманных калькуляторах, но в целом их привлекательность сильно снижается двумя обстоятельствами: 1/ невысокой, иногда недопустимо низкой, точностью оценок; 2/ узким классом допустимых моделей. В частности, отсутствует простая процедура построения оценок в случае сложного распада типа /12/. В общем случае универсальными методами являются, разумеется, метод наименьших квадратов /МНК/ или метод максимального правдоподобия.

Вопросы, с которыми нам пришлось столкнуться при использовании МНК-процедуры, были следующие:

- а/ построение весов;
 - б/ борьба с малой статистикой;
 - в/ стратегия нелинейной минимизации.
- Обычно считается, что данные $\{y_i\}$ - суммы распадов в i -х интервалах времени - подчинены пуассоновой статистике, выводимой из чисто логических предположений о свойствах процесса распада:
- 1/ независимости событий от предыстории и друг от друга;
 - 2/ редкости событий, т.е. малости вероятности более чем одного события в единицу времени по сравнению с вероятностью одного события.

При большой скорости счета второе предположение не проходит, и здесь более целесообразно использовать модель составного пуассонава распределения, которое качественно можно описать так: это распределение пуассоновых сумм слагаемых, каждое из которых есть, в свою очередь, случайная сумма пуассоновых величин /4/. И наоборот, при исключительно малой скорости счета вероятность регистрации одного события становится малой по сравнению с вероятностью отсутствия событий. Здесь можно воспользо-

ваться тем, что при бедной статистике данные становятся квази-стационарным статистическим рядом и мы можем считать локальными моментами распределения выборочные моменты.

Таким образом, мы можем строить веса для МНК-процедуры следующим образом.

При средней статистике оценкой дисперсии случайной величины y_i служит ее i -е значение y_i или $y_i + 1$. При очень большой статистике в качестве оценки дисперсии берется выражение

$$Dy_i = y_i + r (y_i)^2. \quad /23/$$

где величина r или определяется выборочным методом, или подбирается из условия хорошей подгонки данных кривой /15/.

В случае исключительно малой статистики в качестве оценки дисперсии y_i можно брать sy_i , где $0 < s < 1$, или строить ее выборочно с помощью соседних значений. Например, по трем значениям y_{i-1}, y_i, y_{i+1} оценка строится так:

$$Dy_i = \min(y_i, \sum_{k=i-1}^{i+1} (y_k - m)^2 / 3), \text{ где } m = (y_{i-1} + y_i + y_{i+1}) / 3.$$

Далее следует вопрос о малой статистике. Здесь средствами повышения точности получаемых оценок параметров являются:

- 1/ сокращение числа варьируемых параметров;
- 2/ искусственное увеличение ширины ячейки гистограммы, т.е. переход к интегральной форме представления данных y_i .

И, наконец, вопрос о минимизации нелинейного по параметрам выражения

$$\sum w(t_i) \{ A(t_i, \bar{p}) - y(t_i) \}^2. \quad /24/$$

где $w(t_i)$ - вес i -го интервала, $A(t_i, \bar{p})$ - модель /15/, зависящая от параметров \bar{p} /искомых/, $y(t_i)$ - измеренные данные в интервале $t_i, t_i = (t_{1i}, t_{2i})$. Минимизация выражения /24/ может оказаться некорректной, т.е. неустойчивой задачей, так как МНК-матрица выражения может быть близка к вырожденной.

В этом случае могут быть предприняты следующие действия:

- а/ Использование малого шага в итерациях минимизации и усиленное демпфирование - искусственное повышение обусловленности МНК-матрицы. Теоретические рекомендации относительно значений шага и демпфирующего фактора дать трудно. Их лучше подобрать опытным путем. Практика показывает, что часто добиться минимизации /24/ можно лишь при исключительно малом шаге порядка 0,01 - 0,001 и большом демпфирующем факторе порядка 1. Однако постоянно пользоваться таким шагом и демпфирующим множителем нельзя: в случае хорошо обусловленной МНК-матрицы они резко и неоправданно замедляют сходимость минимизационного процесса.
- б/ Переход к стратегии частичного перебора. Перебираются фиксированные значения нелинейного параметра с дискретным шагом

из области его возможных значений и производится минимизация выражения /24/ по линейным параметрам; выбирается значение нелинейного параметра, соответствующее минимуму среди линейных минимизаций, и производится уточнение в его малой окрестности минимизацией по всем параметрам.

Результатами работы программы являются:

1/ Оценки искомых параметров и их статистические погрешности. Следует отметить, что не исключается появление погрешностей систематического характера из-за неадекватности модели данным, в частности, неправомерной фиксации каких-либо параметров; неверно заданных весов и не до конца доведенной минимизации.

2/ Значение функционала /24/, нормированное на число степеней свободы. Оно позволяет проверить критерием χ^2 адекватность подогнанной кривой исходным данным.

3/ Сравнительная таблица исходных и подогнанных данных. При этом подогнанные данные выводятся в двух видах - интегральном и "точечном". Имея величину $y(t)$, являющуюся интегралом от функции $f(t)$ в интервале (t_1, t_2) , мы всегда можем построить "точечное" представление этой величины на основе теоремы о среднем /3/, а именно

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = f(t_0) (t_2 - t_1),$$

где t_0 - некоторая точка интервала (t_1, t_2) . "Точечная" форма данных представляет интерес для построения графиков.

ОПИСАНИЕ ФОРТРАННОЙ ПРОГРАММЫ

Обращение к ней имеет вид: CALL DECAN (ANP, P, F)

Входные данные представляют собой последовательность приказов, за которыми следуют соответствующие числовые данные.

1. MODE DATA

RMODE PRINT RERR RTIM RPAR RBOU COVA SMAS

RMODE = 2(3) - решается задача анализа данных сложного распада /простого распада одного нуклида/.

PRINT = 1(0) - вводимые данные /не/ распечатываются.

RERR = 0(1) - ошибки экспериментальных данных вводятся /считаются пуассоновыми и формируются самой программой/.

RTIM = 0(1) - границы временных интервалов вводятся /формируются самой программой по правилу $t_{11} = 2i-1, t_{21} = 2i/$.

RPAR = 0(1) - начальные значения параметров вводятся /формируются самой программой /.

- RBOU = 0(1) - границы параметров вводятся /формируются самой программой/.
- COVA - величина σ в составном пуассоновом распределении /23/.
- SMAS - уровень малой статистики; ординаты гистограммы, большие чем SMAS, малой статистикой не считаются.

По умолчанию MODE DATA равны: 2, 0, 1, 0, 0, 1, .01, 20.

2. CONTROL DATA

NI λ α

Входные данные для управления процессом минимизации:

NI - максимальное число итераций, λ - величина шага в итерациях,

α - величина демпфирующего множителя в итерациях.

По умолчанию эти данные равны: 80, .03, 1E-2.

3. TEXT

Входные данные представляют собой текстовый комментарий для выдачи. Сам текст располагается на перфокарте, следующей за командой.

4. PARAMETERS

N_{MO} T_M N_{DO}

Команда ввести начальные значения параметров N_{MO} , T_M , N_{DO} в /15/.

5. BOUNDS

N_{MOH} T_{MH} N_{DOH} N_{MOV} T_{MV} N_{DOV}

Команда ввести нижние и верхние границы параметров N_{MO} , T_M , N_{DO} . Если какая-либо нижняя и верхняя границы совпадают, соответствующий параметр фиксируется и не меняется.

6. DATA

y_1 y_2 ... y_n

Команда ввести n экспериментальных данных.

7. ERRORS

e_1 e_2 ... e_n

Команда ввести n ошибок величин y_i /если RERR=0 /

8. TIMES

t_{11} t_{21} t_{12} t_{22} ... t_{1n} t_{2n}

Команда ввести $2n$ значений времени - границ интервалов, в которых были измерены величины y_i .

9. EXECUTE

Команда начать выполнение минимизации.

10. LOOP

Команда начать минимизацию в режиме частичного перебора значений нелинейного параметра. Эту команду целесообразно использовать, если не удастся осуществить минимизацию с помощью команды EXECUTE. Если используется команда LOOP, ввод команды CONTROL DATA не требуется.

11. PRINT OUT

Команда распечатать исходную и подогнанную кривую и χ^2 в каждой точке.

12. HALFLIFE

T_D

Команда ввести период полураспада дочернего изотопа.

13. STOP

Команда остановить анализ.

Все данные управляющего характера имеют некоторые значения по умолчанию. Так что в простейшем режиме требуется лишь ввод исходных данных и команд на исполнение.

Пример пакета входных данных

Номер п/к	Содержание
1	TEXT
2	EXPERIMENT No. 7. MD 256 + FM 256
3	DATA
4	7
5	163 145 239 123 72 54 42
6	TIMES
7	.917 2.0 2.083 3.083 5.583 7.583 7.583 9.583
8	9.583 11.583 11.583 14.583
9	PARAMETERS
10	300 1.3 300
11	HALFLIFE
12	2.63
13	EXECUTE
14	PRINT OUT
15	STOP

Пояснение: анализируются данные сложного распада, ошибки считаются пуассоновыми /режим умолчания/, начальные значения параметров равны 300, 1.3, 300.
Таких групп могло быть несколько, в этом случае команда STOP должна стоять после последней группы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bruchertseifer H. et al. Radiochem Radional. Letters. 1982, 54, 1, p.1.
2. Kalantar A.H. Nucl.Inst. and Meth., 1983, 215, p.437.
3. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике."Наука", М., с.451.
4. Eady W.T. et al. Statistical Methods in Experimental Physics, NHPC, CERN, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 мая 1985 года