сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р10-85-289

С.А.Багинян*, В.И.Мороз

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦЫ СМЕЖНОСТИ В ПРОЦЕДУРЕ TRACK-MATCH ДЛЯ ДВУХ ПРОЕКЦИЙ

* Ереванский физический институт

1985

При анализе работы программ геометрической реконструкции [3] отмечается, что успешное прохождение процедуры TRACK-MATCH с большой степенью достоверности гарантирует правильность измерения события. Это послужило основой для применения процедуры TRACK-MATCH в качестве теста измерений*. При таком применении процедуры TRACK-MATCH нет необходимости устанавливать взаимно-однозначное соответствие между изображениями треков на разных проекциях, а достаточно установить, что процедура TRACK-MATCH допускает решение, т.е. допускает возможность установления взаимно-однозначного соответствия между изображениями треков на разных проекциях.

Процедура TRACK-MATCH распадается на два этапа.

Первый этап: применение геометрических тестов к парам изображений на разных проекциях.

Результатом этого этапа является получение списка пар номеров изображений треков, возможно, порожденных одним пространственным треком

Например, после применения первого этапа процедуры TRACK-MATCH для двух событий могут возникнуть следующие списки пар:

/1,1/, /1,2/, /2,1/, /3,3/, /4,4/, /4,5/, /5,4/, /5,5/; /1/
/1,1/, /1,2/, /1,3/, /1,4/, /2,1/, /2,3/, /3,1/, /4,1/. /2/

Первые элементы пары есть номера изображений треков первой проекции, вторые элементы - номера изображений треков второй проекции.

Второй этап: анализ полученного списка пар изображений треков.

В данной работе речь идет о втором этапе процедуры TRACK-MATCH.

Очевидно, что если число различных номеров изображений треков первой проекции /первые элементы пар/ и второй проекции /вторые элементы пар/ полученного списка пар меньше истинного числа треков, образующих событие /это число заранее известно из предварительного просмотра фотопленки/, то дальнейший анализ полученного списка пар прекращается и измеренная маска события бракуется.

Задача, поставленная перед нами, формулируется следующим образом: возможно ли из полученного после первого этапа процедуры TRACK-MATCH списка пар выделить подмножество пар /причем, число пар этого подмножества должно быть равно истинному числу треков, образующих событие/ с взаимно-однозначным соответствием номеров изображений треков на разных проекциях.

---

*Измерялись по три точки на каждом изображении трека, т.е. "маска" события [1,2].

Нетрудно убедиться, что в случае /1/ такое подмножество можно выделить, а именно:

$$/1,2/,\ /2,1/,\ /3,3/,\ /4,4/,\ /5,5/ \text{ или } \qquad /3/$$
$$/1,2,\ /2,1/,\ /3,3/,\ /4,5/,\ /5,4/.$$

В случае же /2/ это невозможно /см./4//, так как максимальное число треков, для которых устанавливается взаимно-однозначное соответствие, равно трем, а треков измерено четыре.

$$/1,2/,\ /2,3/,\ /3,1/ \text{ или } /1,2/,\ /2,3/\ /4,1/. \qquad /4/$$

Сформулируем поставленную выше задачу в терминах теории графов.

Примем треки первой проекции в качестве одного подмножества вершин графа, треки второй стереопроекции в качестве другого подмножества вершин графа.

Вершины одного подмножества, по условию задачи, не являются концами одного ребра. Вершины первого и второго подмножеств имеют общее ребро, если существует соответствующая пара в списке, полученном на первом этапе процедуры TRACK-MATCH В результате получим неориентированный граф,однозначно описывающий список пар. Например, случаю /1/ будет соответствовать граф:

Рис.1. Неориентированный граф, соответствующий списку пар /1/.

Дальнейшим объектом нашего исследования является матрица смежности построенного неориентированного графа[4].

Например, матрицей смежности неориентированного графа, изображенного на рис.1, является следующая бинарная матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} . \qquad /5/$$

Запишем общий вид матрицы смежности, соответствующий списку пар, число различных номеров изображений треков на первой и второй проекциях которого равно n.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdot & & \cdot \\ a_{ij} & & a_{n1} \end{pmatrix}, \text{где } a_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad i,j = 1, \dots n. \qquad /6/$$

Нетрудно убедиться, что поставленная выше задача о возможности выделения из полученного на первом этапе процедуры TRACK-MATCH списка пар подмножества пар с взаимно-однозначным соответствием номеров изображений треков на разных проекциях, сводится к следующей: возможно ли из каждой строчки соответствующей матрицы смежности выбрать по единичному элементу, которые бы все лежали в разных столбцах?

Для простоты изложения бинарную матрицу, обладающую этим свойством, назовем отделимой.

Ответ на вопрос, является ли данная бинарная матрица отделимой, можно получить, применяя алгоритм полного перебора.

На первой строчке берется первая слева единица и из дальнейшего рассмотрения исключается весь столбец, на котором находится выбранная единица, аналогично на второй и т.д. Пусть k_i – число единиц в i-й строке матрицы. Тогда число всех возможных вариантов при полном переборе равно $k_1 \cdot (k_2 - 1) \cdot \dots \cdot 1 \approx k!$,где k - среднее значение числа единиц на всех строчках матрицы.

Рассмотрим другой алгоритм, позволяющий при гораздо меньшем числе перебора различных вариантов определить, является ли данная матрица отделимой или нет.

Обозначим детерминант квадратной бинарной матрицы A порядка n через $|A^n|$.Ниже, когда речь идет о минорах, подразумеваются только те миноры, которые соответствуют ненулевым элементам матрицы A.

Запишем разложение детерминанта $|A^n|$ по последнему столбцу, используя правило Крамера:

$$|A^n| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+n} \cdot a_{in} \cdot |A^{n-1}|. \qquad /7/$$

<u>Утверждение.</u> Условие неравенства нулю детерминанта бинарной матрицы, $|A^n| \neq 0$, является достаточным для того, чтобы матрица A была отделимой.

Так как по условию $|A^n| \neq 0$, то в разложении /7/ среди миноров $n-1$ порядка существует хоть один отличный от нуля.

Разложим этот минор $n-1$ порядка по формуле /7/, и опять же, так как $|A^{n-1}| \neq 1$, то среди миноров $n-2$ порядка существует хоть один отличный от нуля. Этот процесс продолжим до получения минора степени 1 /см.рис.2/.

На каждом этапе, выбирая единичный элемент a_{ij} ,соответствующий ненулевому минору порядка $j-1$, получим последовательность единиц, находящихся в разных строках и столбцах матрицы A.

Этим самым показана достаточность условия, сформулированного в утверждении.

Это условие не является необходимым. Действительно, матрица $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ является отделимой, но ее детерминант равен нулю.

Для определения отделимости матрицы с нулевым детерминантом, повторим процедуру, указанную на рис.2.

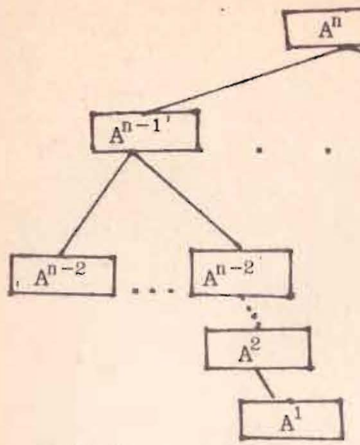

Рис.2. Диаграмма разложения детерминанта.

Очевидно, что если на очередном этапе окажется, что среди миноров j-го порядка существует хоть один, не равный нулю, то этим самым будет показана отделимость матрицы, ибо начиная с этого минора, можно повторить рассуждения, проведенные при доказательстве нашего утверждения.

Если же на некотором этапе окажется, что во всех минорах j-го порядка присутствует хоть один столбец или строчка с нулевыми элементами, то матрица A, очевидно, не будет отделимой.

На основании изложенного следует, что определение возможности установления взаимно-однозначного соответствия треков, измеренных на разных стереопроекциях, сводится к анализу детерминанта соответствующей матрицы сопряжения.

Отличие от нуля этого детерминанта указывает на то, что можно установить взаимно-однозначное соответствие треков, измеренных на разных стереопроекциях. Выяснение этого факта с помощью алгоритма полного перебора потребовало бы проверки в среднем $k_1 (k_2 - 1)\cdot\ldots\cdot 1$ вариантов.

Предложенный нами алгоритм реализован на Фортране и используется в программе контроля качества измеренных масок.

В заключение авторы выражают благодарность А.П.Черникову и С.Г.Каданцеву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багинян С.А. и др. ОИЯИ, Р10-12327, Дубна, 1979.
2. Багинян С.А. и др. ОИЯИ, Б1-10-11797, Дубна, 1978.
3. Мороз В.И. и др. ОИЯИ, Р10-7612, Дубна, 1973.
4. Оре О. Теория графов. М., "Наука", 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1985 года

Багинян С.А., Мороз В.И. Р10-85-289

Применение матрицы смежности в процедуре TRACK-MATCH для двух проекций

При анализе работы программ геометрической реконструкции отмечается, что успешное прохождение процедуры TRACR-MATCH с большой степенью достоверности гарантирует, что событие правильно измерено. Это послужило основой для применения процедуры TRACK-MATCH в качестве теста измерений масок событий. При таком применении процедуры TRACK-MATCH нет необходимости устанавливать взаимно-однозначное соответствие между изображениями треков на разных проекциях, а достаточно установить, что процедура TRACK-MATCH допускает решение. Показано, что задача возможности установления взаимно-однозначного соответствия между изображениями треков на разных проекциях сводится к анализу соответствующей матрицы смежности. Утверждается, что отличие от нуля детерминанта матрицы смежности является достаточным условием для того, чтобы процедура TRACK-MATCH допускала решение.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Baginian S.A., Moroz V.I. P10-85-289

The Use of Contiguos Martix in TRACK-MATCH Procedure for Two Views

When analysing the work of geometrical reconstruction programs it is noted that if TRACK-MATCH procedure is successful, it garantees that the event is measured correctly. This serves a base for application TRACK-MATCH procedure as a test for event mask measurements. Such use of the procedure does not require point-to-point correspondence between track images on different views. It is sufficient to establish that TRACK-MATCH procedure is solved. It is shown that the problem of point-to-point correspondence between track images on different views is reduces to contiguous matrix analysis. It is stated that if the determinant of the contiguous matrix does not equal zero, then the procedure is solved.

The investigationhas been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985