

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

2434/83

10/5-83

P10-83-77

Л.М.Сороко

СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ  
СЕКТОРНОГО СКАНИРОВАНИЯ  
ПРИ ПОМОЩИ ПЭС-МАТРИЦЫ

1983

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Дискретные функции Уолша<sup>/1,2/</sup> являются своеобразным дискретным аналогом экспоненциальных функций, которые образуют базис классического преобразования Фурье. Подобно комплексной экспоненте, абсолютное значение которой равно 1, дискретные функции Уолша, будучи вещественными, принимают только два значения: 1 или -1. На последовательности из  $N = 2^n$  точек  $x = 0, 1, \dots, N-1$ , где  $n$  - целое число,  $n \geq 1$ , можно построить  $N$  дискретных взаимно ортогональных функций Уолша.

Существует несколько путей упорядочения последовательности взаимно ортогональных функций Уолша. Одним из индексов, по которому ведут упорядочение функций Уолша, является секвента, равная числу изменений знака функций Уолша на последовательности точек  $0 \leq x \leq N-1$ . В системе функций Уолша, упорядоченных по секвенте, значение секвенты  $s$  монотонно возрастает от  $s = 0$  до  $s = N-1$  при последовательном переходе от одной функции к другой.

Главной особенностью функций Уолша является то, что для них не существует определенной упорядоченности, которую можно рассматривать как оптимальную. Выбор упорядоченности функций может меняться при переходе от одной задачи к другой. Этим функции Уолша принципиально отличаются от экспоненциальных функций, которые всегда располагаются в порядке возрастания круговой частоты  $\omega$ .

Отмеченное различие может быть объяснено при помощи теоретико-числовых соотношений<sup>/3/</sup>. А именно: достаточно принять во внимание тот факт, что экспоненциальные функции являются характерами группы целых чисел относительно операции сложения по модулю целого числа  $N$ . Поэтому естественным и в то же время оптимальным индексом упорядоченности этих функций является арифметический порядковый номер. Целые числа на вещественной оси всегда располагаются в порядке их возрастания.

Совершенно иначе ведут себя функции Уолша, которые являются характерами диадической группы относительно операции сложения по модулю 2. Диадическая группа отображается группой бинарных векторов с групповой операцией - поразрядное сложение по модулю 2. Пространство, в котором лежат бинарные векторы и которые называют диадическими, является многомерным<sup>/8/</sup>. На каждой его оси находятся всего две точки: 0 и 1. В таком многомерном пространстве не существует единственного упорядочения всех характеров диадической группы. Все грани многомерного куба в многомерном диадическом пространстве равноправны.

## 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УОЛША И УОЛШ-ОБРАЗ ФУНКЦИИ

Пусть  $f(i)$  - произвольная вещественная функция, заданная на эквидистантной последовательности из  $N$  точек, где  $N = 2^n$ , а  $n \geq 1$  - целое число. Преобразованием Уолша называют переход от исходной функции  $f(i)$  к ее уолш-образу

$$F(j) = \sum_{i=0}^{N-1} f(i)h(i, j), \quad 0 \leq j \leq N-1, \quad /1/$$

где  $h(i, j)$  - совокупность из  $N$  функций Уолша, заданных на  $N$  точках. Обратное преобразование Уолша возвращает нас к исходной функции

$$f(i) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} F(j)h(i, j). \quad /2/$$

Преобразования /1/ и /2/ можно представить в матричной форме

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= [H] \vec{f}, \\ \vec{f} &= \frac{1}{N} [H] \vec{F}. \end{aligned} \right\} \quad /3/$$

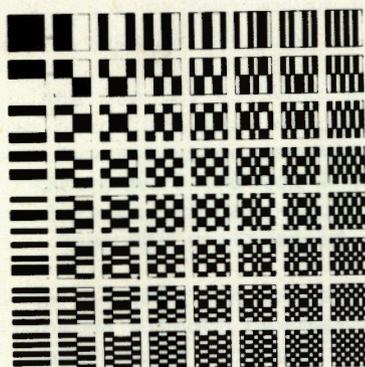


Рис.1. Двумерная 8x8 последовательность двумерных функций Уолша размером 8x8. Черные поля = +1/, белые поля = -1/.

Для преобразования [F] функции-матрицы [f], необходимо на исходное изображение наложить двумерную матрицу, находящуюся на пересечении  $i$ -го столбца и  $j$ -ой строки /см.рис.1/, умножить поэлементно на матрицу изображения [f], а затем вычислить сумму элементов матрицы, которая образовалась после указанного выше поэлементного умножения.

Двумерное преобразование Уолша матрицы изображения [f] размером  $N \times N$  записывают в виде:

$$[F] = [H]_x \otimes [H]_y [f], \quad /4/$$

где [F] - двумерный уолш-образ матрицы изображения [f], а матрицы Уолша  $[H]_x$  и  $[H]_y$  выполняют преобразование Уолша по строкам и столбцам матрицы изображения [f] соответственно. Поэтому последовательность операций, задаваемая прямым произведением указанных матриц  $[H]_x \otimes [H]_y$ , характеризуется четырьмя индексами. Например, для  $N=8$  это - двумерная 8x8 последовательность двумерных функций Уолша размером 8x8 /рис.1/. Чтобы найти  $(i, j)$ -компоненту двумерного уолш-об-

## 3. МАСКИ УОЛША ДЛЯ ПРЯМЫХ ТРЕКОВ

В<sup>4,5/</sup> было показано, что для прямых треков, элементы матрицы которых принимают значения 1 или 0, операцию нахождения уолш-образа можно существенно упростить и тем самым значительно ускорить процесс считывания прямых треков при помощи масок Уолша. Результаты моделирования на ЭВМ процесса считывания изображений прямых треков при помощи преобразования Уолша показали<sup>4/</sup>, что существует инвариантная относительно трансляции компонента двумерного уолш-образа, расположенная на последней строке или на последнем столбце двумерного массива масок Уолша и однозначно связанная с углом наклона трека с точностью до знака. В<sup>4/</sup> было также показано, что маски Уолша, соответствующие инвариантным компонентам двумерного уолш-образа изображения трека, могут быть получены с помощью быстрого циклического алгоритма без построения всей совокупности таких масок. Для  $N = 2^n$  процесс поиска инвариантной компоненты уолш-образа изображения прямого трека сводится к  $(n+1)$  или к меньшему числу шагов.

В<sup>4/</sup> были также построены модифицированные маски Уолша, при помощи которых значения сумм на последовательных шагах считывания информации находят, минуя операцию нахождения всех компонент двумерного уолш-образа. На рис.2 приведены модифицированные маски Уолша, которые могут возникнуть в процессе реализации быстрого алгоритма поиска инвариантных компонент двумерного уолш-образа.

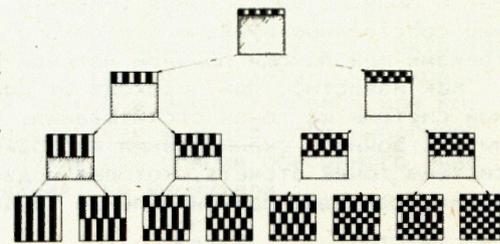


Рис.2. Модифицированные маски Уолша, возникающие при реализации быстрого алгоритма поиска инвариантных компонент двумерного уолш-образа изображения прямого трека.

## 4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПРИБОРЫ С ЗАРЯДОВОЙ СВЯЗЬЮ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ СЧИТЫВАНИЯ ПРЯМЫХ ТРЕКОВ

Нетрудно видеть, что быстрые алгоритмы считывания прямых треков<sup>4/</sup> могут быть эффективно реализованы при помощи фотоприемных полупроводниковых приборов с зарядовой связью /ПЗС/. Так называют разновидность полупроводниковых устройств, изготовленных на монокристалле кремния с примесной проводимостью<sup>6,7/</sup>. Это - двумерная матрица из элементов, каждый из которых является миниатюрным электрическим конденсатором типа металл - окисел - полупроводник. Если соседние миниатюрные конденсаторы расположить

друг от друга на таком расстоянии, что их области обеднения перекрываются, то фотозаряды, образовавшиеся в одном миниатюрном конденсаторе, смогут перетекать под действием импульсов напряжений, следующих по определенной программе, в соседний миниатюрный конденсатор. В отличие от электронно-лучевой трубки, фотоприемники на основе ПЗС не дают никаких геометрических искажений. При помощи ПЗС можно выполнить любое из рассмотренных выше преобразований: двумерное преобразование Уолша, итерационные алгоритмы поиска инвариантных компонент уолш-образа прямых треков, а также алгоритм построения модифицированных масок Уолша. Было также показано, что топологическая матрица ПЗС принципиально новой конструкции<sup>7,8</sup> позволяет непосредственно найти геометрические характеристики любого прямого трека: координаты входа прямого трека в кадр и угол наклона трека к одной из координатных осей, минуя операции как считывания элементов трека, так и нахождения его уолш-компонент. Программа работы топологической матрицы ПЗС задается генератором тактовых импульсов и системой генераторов функций Уолша<sup>7,8</sup>.

### 5. СЕКТОРНОЕ СКАНИРОВАНИЕ ПРЯМЫХ ТРЕКОВ ПРИ ПОМОЩИ ПЗС-МАТРИЦЫ

В процессе разработок алгоритмов построения модифицированных масок Уолша и топологических матриц ПЗС для сканирования прямых треков было обнаружено, что двумерные функции Уолша, расположенные в порядке возрастания секвенты, позволяют построить дискретные собственные функции секторного сканирования кадра с прямыми треками при помощи обычной матрицы ПЗС.

Как известно, при переходе от декартовой двумерной координатной системы из точек отсчитывания, которой соответствует алгоритм строчного сканирования изображения, к полярной координатной системе точек отсчета, которая подходит для секторного сканирования, возникают принципиальные трудности /рис.3/<sup>9</sup>. Во-первых,

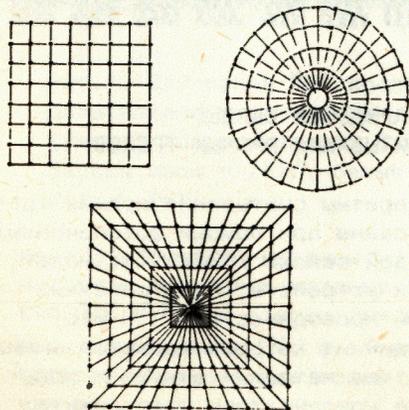


Рис.3. Три системы отсчитывания двумерного изображения: сверху слева - равномерная сетка декартовой системы координат, сверху справа - сетка радиально-секторного сканирования, внизу - гибридная система секторного сканирования с неравномерной сеткой декартовой системы координат.

точки равномерной сетки декартовой системы координат в общем случае не совпадают с точками сетки для радиально-секторного сканирования или точками полярной системы координат. Поэтому значения отсчетов на одной сетке могут быть получены из отсчетов на другой сетке при помощи интерполирования исходных данных. Чтобы выполнить эту операцию, необходимо знать спектральный состав исходной функции, заданной на исходной сетке отсчетов<sup>9</sup>. Эта информация обычно априори неизвестна, и спектральный состав оценивают на основе той или иной гипотетической модели. Во-вторых, плотность точек в декартовой системе отсчетов не равна плотности точек в полярной системе. Поэтому при переходе от одной сетки к другой необходимо вводить поправочные коэффициенты. Ясно, что в быстрых алгоритмах топологического считывания прямых треков при помощи матрицы ПЗС не должны возникать ни интерполяции исходных данных, ни коррекция плотности точек, ни тригонометрические преобразования, связывающие угол с линейной координатой. Эти операции либо необходимо устранить, либо перенести их на стадию апостериорной обработки считанных данных.

Чтобы удовлетворить указанным выше требованиям, был разработан описываемый ниже алгоритм секторного сканирования прямых треков при помощи стандартной матрицы ПЗС. С этой целью равномерное секторное сканирование в шкале углов заменено на равномерное секторное сканирование в шкале тангенса угла. Разработанный алгоритм секторного сканирования предназначен для определения ориентации треков как прямых линий, имеющих заданный апекс. Поэтому из восьми октантов диапазона углов от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  достаточно использовать только четыре октанта - от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , при этом шкала тангенсов простирается в первом и четвертом октантах, а шкала котангенсов - во втором и третьем октантах. Переход от углового распределения прямых треков в шкале тангенса или котангенса угла к угловому распределению в шкале угла выполняют путем умножения данных, полученных при помощи описанного ниже алгоритма секторного сканирования, на множители

$$\left. \begin{aligned} k &= \sec^2 \theta, & 0 \leq \theta \leq \pi/4, \\ k &= \operatorname{cosec}^2 \theta, & \pi/4 \leq \theta \leq \pi/2. \end{aligned} \right\}$$

151

Чтобы пояснить принцип построения собственных функций секторного сканирования и сущность его алгоритма, рассмотрим двумерные маски Уолша, которые были использованы для определения компонент уолш-образа прямых треков, инвариантных относительно поступательной трансляции исходных данных<sup>4</sup>. На рис.1 эти маски расположены в последней строке и в последнем столбце двумерного массива масок Уолша, при помощи которых вычисляли двумерный уолш-образ исходного изображения. Для определенности возьмем только маски, расположенные в последнем столбце двумерного массива масок Уолша. В каждой маске оставим только те черные поля,

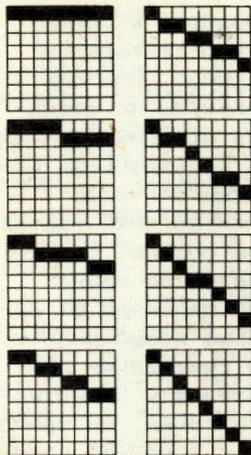


Рис.4. Совокупность двумерных собственных функций секторного сканирования прямых треков с апексом в точке /0,0/.

которые проходят через ячейку маски /0,0/, а остальные превратим в светлые. В результате получим последовательность масок секторного сканирования /рис.4/, обладающую следующими свойствами <sup>10/</sup>:

1/ самый правый элемент собственной функции секторного сканирования занимает последовательно все положения вдоль вертикали от нулевого /самое верхнее положение/ до (N-1)-го /самое нижнее/;

2/ перескоки в картине расположения черных полей собственных функций секторного

сканирования с одной строки на другую расположены там, где соответствующая одномерная дискретная функция Уолша, взятая из последовательности, упорядоченной по секвенте, изменяет свой знак;

3/ число перескоков внутри заданной собственной функции секторного сканирования равно значению секвенты той дискретной функции Уолша, индекс которой /секвента/ равен номеру последней строки, до которой простирается черное поле соответствующей собственной функции секторного сканирования.

То, что приведенные на рис.4 маски являются действительно собственными функциями секторного сканирования, доказывает вид типичной функции размытия по углу, которая характеризует способность собственных функций секторного сканирования отбирать прямые треки по углу /рис.5/. Эта функция имеет узкий дельта-образный пик и спадающие к краям крылья. Последние возникают естественным образом из-за того, что любая собственная функций секторного сканирования проходит через ячейку /0,0/ - апекс всех прямых треков внутри рассмотренного нами октанта.

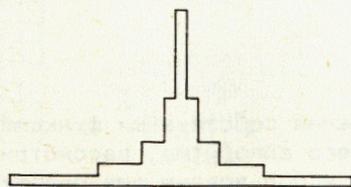
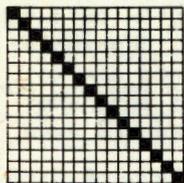


Рис.5. Функция размытия по углу, характеризующая разрешающую способность собственных функций секторного сканирования.

## 6. АЛГОРИТМ СЕКТОРНОГО СКАНИРОВАНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАТРИЦЫ ПЗС

Чтобы получить угловое распределение прямых треков, выходящих из общего апекса /0,0/, при помощи собственных функций секторного сканирования, необходимо внести принципиальные изменения в логику считывания информации, используемую в стандартной матрице ПЗС. Как правило, считывание изображения в матрице ПЗС ведут путем последовательного "выталкивания" содержимого ячеек матрицы в вертикальный регистр, а из него - в блок записи данных. В процессе формирования углового распределения прямых треков внутри выбранного октанта содержимое каждой ячейки матрицы ПЗС направляют в одну из N ячеек блока записи данных. Поясним сущность алгоритма секторного сканирования в матрице ПЗС на примере матрицы изображения размером 8x8.

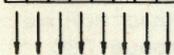
При считывании самого правого столбца 8x8 матрицы изображения содержимое каждой из 8 ячеек направляют в одну из восьми ячеек блока записи данных, соответственно. При считывании ячеек второго столбца, который внутри выбранного октанта содержит всего семь ячеек, алгоритм сканирования должен быть изменен так, чтобы содержимое указанных выше семи ячеек столбца распределилось в восьми ячейках блока записи данных. Нетрудно понять, что при считывании ячеек второго столбца, которые индензируют сверху вниз от 0 до 6, необходимо ввести один "сбой" так, чтобы содержимое ячейки столбца с номером 3 записалось дважды в ячейках блока записи данных с номерами 3 и 4.

При считывании третьего столбца справа необходимо ввести два "сбоя". А именно - содержимое ячейки с номером 1 помещают в ячейку блока записи данных с номерами 1 и 2, а содержимое ячейки с номером 4 - в ячейки блока записи данных с номерами 5 и 6. При этом содержимое ячеек рассматриваемого столбца с номерами 0,2,3 и 5 помещают соответственно в ячейки блока записи данных с номерами 0,4,5 и 7.

При считывании четвертого столбца справа вводят три "сбоя". Содержимое ячейки столбца с номером 1 направляют в ячейки блока записи данных с номерами 1 и 2. Содержимое ячеек столбца с номером 2 направляют в ячейки блока записи данных с номерами 3 и 4, содержимое ячеек столбца с номером 3 - в ячейки блока записи 5 и 6, а содержимое ячеек столбца с номерами 0 и 4 направляют, соответственно, в ячейки блока записи данных с номерами 0 и 7. Процесс считывания столбцов октанта продолжают, каждый раз выбирая число "сбоев" и индексы ячеек блока записи данных, в которые должно быть направлено содержимое ячеек столбца. При этом необходимо руководствоваться следующими правилами:

1/ содержимое данной ячейки столбца направляют в очередную ячейку блока записи данных каждый раз, когда следующая компонента дискретной функции Уолша имеет такое же значение, как и предыдущая компонента;

00	01	02	03	04	05	06	07
11	12	13	14	15	16	17	
	22	23	24	25	26	27	
		33	34	35	36	37	
			44	45	46	47	
				55	56	57	
					66	67	
						77	



00	01	02	03	04	05	06	07
00	01	02	03	14	15	16	17
00	01	12	13	14	15	26	27
00	01	12	13	24	25	36	37
00	11	12	23	24	35	36	47
00	11	12	23	34	45	46	57
00	11	22	33	34	45	56	67
00	11	22	33	44	55	66	77

00+01+02+03+04+05+06+07
00+01+02+03+14+15+16+17
00+01+12+13+14+15+26+27
00+01+12+13+24+25+36+37
00+11+12+23+24+35+36+47
00+11+12+23+34+45+46+57
00+11+22+33+34+45+56+67
00+11+22+33+44+55+66+77

Рис.6. Схема построения алгоритма секторного сканирования прямых треков внутри одного из угловых октантов при помощи матрицы ПЗС.

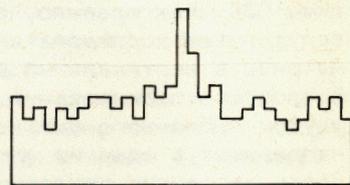
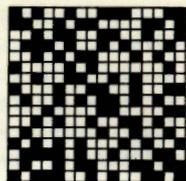


Рис.7. Пример выявления прямого трека при помощи алгоритма секторного сканирования при отношении сигнала к шуму, равном 1:6.

2/ если компонента дискретной функции Уолша изменяет знак относительно предыдущей компоненты, то очередную ячейку блока записи данных заполняют содержимым очередной ячейки в данном столбце;

3/ число ячеек в столбце внутри выбранного октанта матрицы изображения уменьшают монотонно от 8 до 1, а число "сбоев" в столбцах одновременно увеличивают от 0 до 7;

4/ содержимое ячейки /0,0/ матрицы изображения направляют во все восемь ячеек блока записи данных.

Указанный выше алгоритм секторного сканирования легко обобщить на случай матрицы изображения с любым  $N$ , удовлетворяющим условию  $N = 2^n$ , где  $n$  - целое число, а также на случай считывания изображения ПЗС-линейкой, с соответствующим числом элементов в строке  $N$ . Условие  $N = 2^n$  является существенным, и при его нарушении нельзя построить ни дискретных функций Уолша, ни собственных функций секторного сканирования.

Результаты моделирования алгоритма секторного сканирования на примере матрицы изображения размером  $8 \times 8$  показывают, что алгоритм секторного сканирования обладает высокой помехоустойчивостью, и позволяет работать при очень низких отношениях сигнала к шуму, вплоть до значения порядка  $S/N_{\phi} \sim 2/N \ll 1$ . На рис.7 показан пример выявления прямого трека, идущего по диагонали на фоне общей засветки кадра, интенсивность которой в 6 раз больше интенсивности обнаруженного прямого трека. Чтобы в данном случае улучшить отношение сигнала к шуму до  $S/N_{\phi} \sim 2:1$ , достаточно ввести дискриминацию по амплитуде, равную  $0,6N$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. Советское радио, М., 1975.
2. Хармут Х. Теория секвентного анализа. /Пер. с англ./. "Мир", М., 1980.
3. Сороко Л.М. ОИЯИ, Р11-9725, Дубна, 1976.
4. Кожевникова С.О., Сороко Л.М. ОИЯИ, Р10-7757, Дубна, 1974.
5. Kozhevnikova S.O., Soroko L.M. CERN, Geneva, 1976, p.1-18.
6. Секен К., Томпсет М. Приборы с переносом заряда. /Пер. с англ./. "Мир", М., 1973.
7. Сороко Л.М. ЭЧАЯ, 1979, т.10, вып.5, с.108.
8. Сороко Л.М. ОИЯИ, Р10-11515, Дубна, 1978.
9. Мерсеро, Оппенхейм. ТИИЭР, 1974, т.62, №11, с.29.
10. Сороко Л.М. В кн.: Тезисы докладов I Всесоюзной конференции по автоматизированным системам обработки изображений. "Наука", М., 1981, с.145.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 февраля 1983 года.

Сороко Л.М.

P10-83-77

Собственные функции секторного сканирования при помощи ПЭС-матрицы

Описан алгоритм секторного сканирования изображений, формируемых на светочувствительной матрице прибора с зарядовой связью /ПЭС/. Алгоритм основан на использовании собственных функций секторного сканирования, которые связаны с дискретными функциями Уолша, расположенными в порядке возрастания секвенты. Номер ячейки блока записи данных, в которую поступает содержимое ячейки матрицы изображения, зависит от того, изменяет ли знак соответствующая компонента дискретной функции Уолша, или нет. Показано, что алгоритм секторного сканирования обладает высокой помехоустойчивостью. Он может быть использован для получения углового распределения прямых треков, выходящих из общего апекса, а реализация указанного алгоритма не выходит за пределы стадии считывания изображения с ПЭС-матрицы. Дан обзор свойств уолш-образа изображения и масок Уолша для прямых треков.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Soroko L.M.

P10-83-77

Eigenfunctions of Angular Scanning via CCD-Matrix

The angular scanning algorithm for images created by a light sensitive charge-coupled devices (CCD) is described. The angular scanning algorithm is based on the eigenfunctions of angular scanning which are associated with discrete Walsh functions arranged according to the increasing of sequence. The index of memory cell into which the contents of image matrix cell goes is determined by the fact whether the component of discrete Walsh function is changing its sign or not. It is shown that the angular scanning algorithm offers high noise immunity. The angular scanning algorithm can be used for production of the angular distribution of straight line tracks issuing from the common apex, the realization of this algorithm being inside the stage of image read-out by CCD-matrix. The review of properties of Walsh-transform of images and the Walsh-masks for straight line tracks is presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.