



сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

686/2-81

9/2-81

P10-80-658

В.И.Никитина

АЛГОРИТМЫ СОРТИРОВОК,
ПРИМЕНЯЕМЫЕ
В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ БАЗОЙ
ДАНЫХ ИСК

1980

Пользователь базы данных может обращаться к ней с самыми различными вопросами по поводу хранимых данных. Развитая система управления базой данных должна обеспечить обработку не только регламентных запросов, но и заранее не запланированных. Одной из важных функций при получении справок является упорядочивание выдаваемой информации, которая вызывает необходимость сортировки данных.

Поскольку сортировки, вообще говоря, требуют для выполнения много времени ЭВМ, как процессорного, так и астрономического, особенно для больших выдаваемых массивов, то применение сортировки при формировании запроса приводит к необходимости тщательной разработки методов, позволяющих сократить время ответа. Это особенно актуально при использовании базы данных в диалоговом режиме, чтобы обеспечить время ответа, удовлетворительное для диалога человек-ЭВМ. Характеристики процесса сортировки включают задание ключей сортировки, их имен и иерархии, максимального количества символов (или битов), из которого состоит ключ сортировки, максимального количества элементов данных, тип упорядочивания сортируемых элементов. Используя терминологию баз данных, под элементом сортировки будем понимать запись данных. Множество записей $\{s_i\} \quad 1 \leq i \leq N$ назовем массивом записей. Каждая запись s_i имеет ключ k_i (или набор ключей), управляющий процессом сортировки.

Помимо ключа запись может иметь дополнительную информацию, которая несущественна для процесса сортировки, но всегда остается в этой записи.

По определению, данному в работе /1/, задача сортировки - найти такую перестановку записей $P(1) P(2) \dots P(N)$, после которой ключи расположились бы в неубывающем порядке

$$K_p(1) \leq K_p(2) \leq \dots \leq K_p(N)$$

Сортировка считается устойчивой, если она удовлетворяет условию, что все записи с одинаковыми ключами остаются в прежнем порядке, т.е.

$$P(i) < P(j), \text{ если } K_p(i) = K_p(j) \text{ и } i < j.$$

По способу хранения записей, участвующих в процессе сортировки, последние делятся на внутренние и внешние. Внутренними называются сортировки, используемые для упорядочения записей, размещенных в оперативной памяти. Сортировки, применяемые к записям, для хранения которых необходима внешняя память, называются внешними. Внешние сортировки выполняются в условиях сильно ограниченного доступа к массивам на внешних носителях, а потому при использовании их остро встает вопрос построения структур данных таким образом, чтобы периферийные устройства могли справляться с алгоритмами сортировки.

В описываемой работе применяются сортировки обоих видов.

Внутренние сортировки

Для задач внутренней сортировки использован метод поразрядной сортировки, описанный в /3/, который состоит в следующем.

Предполагается, что каждая из сортируемых записей S_i имеет поле связи, а ключи представляют собой последовательность из P элементов :

$$(a_p, a_{p-1}, \dots, a_2, a_1) \quad , \quad \text{где } 0 \leq a_i < m \quad ,$$

и их можно представить как числа, записанные в системе счисления с основанием m :

$$a_p m^{p-1} + a_{p-1} m^{p-2} + \dots + a_2 m + a_1$$

Если предположить, что m есть степень двойки ($m=2^r$) ,

t - количество битов ключа, то $P = \lceil \frac{t}{r} \rceil$ - количество битов в одной цифре ключа.

Для выполнения поразрядной сортировки сначала производится распределяющая сортировка по младшей цифре ключа (в системе счисления m), затем по следующей и так далее, пока после сортировки по старшей цифре ключа не расположатся в нужном порядке.

Идея распределяющей сортировки основывается на том, что все ключи — целые числа в диапазоне $0 \leq a_i < m$, где m достаточно мало. Значения ключей просматриваются два раза. Сначала подсчитывается, сколько имеется ключей, равных $0, 1, 2, \dots, m-1$, с использованием m счетчиков, а затем записи перемещаются в соответствующие места области вывода. Чтобы не перемещать записи из исходной области во вспомогательную в процессе поразрядной сортировки, используются поля связи в записях и корректируются лишь связи.

Вместо счетчиков ключей при каждом просмотре формируются M "стопок" записей подобно тому, как это делается в сортировальной машине. Каждая стопка представляет собой очередь ^{/2/} со связями, а указатели стопок (два на каждую стопку) содержат ссылки на первую и последнюю запись, принадлежащую данной стопке. Затем из m очередей со связями образуется одна очередь, при этом меняется не более M связей. Стопки опустошаются, и процесс повторяется для следующей цифры ключей. В результате такого процесса все записи связываются в линейный список ^{/2/}, в котором каждая связь указывает на следующую по порядку запись.

В ИСК применяется модификация описанного алгоритма, использующая меньший объем памяти, что весьма существенно при больших объемах выдачи. Модифицированный метод позволяет выполнять формирование стопок в виде стеков ^{/2/} со связями. Для этого требуется один набор указателей вместо двух, что важно при острой нехватке оперативной памяти, хотя при этом имеется некоторый проигрыш во времени. Записи, попавшие в стек, располагаются в обратном порядке, а указатели стопок содержат ссылку на последнюю запись, принадлежащую стопке. При сцеплении стопок обратный порядок записей внутри стопок меняется на прямой, что превращает их в очереди. При этом меняется не более $n+m$ связей. Алгоритм реализован для произвольного числа ключей сортировки, иерархия которых определяется порядком их задания. Сортировка выполняется сначала по старшему ключу, в результате чего весь массив упорядочиваемых записей разбивается на несколько групп с одинаковыми значениями ключей. Затем внутри каждой группы производится сортировка по следующему ключу и так далее, по всем заданным ключам. При сортировке по нескольким ключам, а также в случае необходимости внешней сортировки используются вспомогательные области для перемещения за-

писей после того, как они отсортированы по очередному ключу. Поля связей располагаются отдельно от записей в массиве связей. Оптимальное значение m вычисляется из отношений $m > \sqrt{N}$ и $N/m^2 \leq 0.1 \sqrt{L}$, где N - количество сортируемых записей. Так, для массива из 1000 записей с длиной ключей 26 битов $m=2^7$, $p = \lfloor \frac{26}{7} \rfloor = 4$ вся сортировка выполняется за четыре просмотра. Время работы алгоритма пропорционально N , а объем занимаемой памяти составляет $(1+2\epsilon)N+m+1$ слов, где ϵ - количество слов, занимаемых одной записью.

Выбор метода поразрядной сортировки определился тем, что данные, выдаваемые ИСК для справок, имеют небольшую длину ключа (не более 26 битов), хранятся в базе данных в числовом виде, а размеры выдаваемых массивов велики. При таких условиях поразрядная сортировка достаточно эффективна, кроме того, она относится к числу устойчивых сортировок, что также является существенным при использовании ее в описываемой работе, так как основные массивы в базе данных ИСК хранятся в упорядоченном виде и, как правило, записи, приготовленные для ответа на запрос, уже отсортированы по главному ключу.

Внешняя сортировка

В случае, когда количество сортируемых записей велико и весь сортируемый массив не размещается в оперативной памяти, возникает необходимость применения внешней сортировки. В работе использован метод двухпутевого сбалансированного слияния \sqrt{L} и выбора с замещением \sqrt{L} . Выбор с замещением в отличие от алгоритма, описанного в \sqrt{L} , применяется не к отдельным записям, а к совокупности упорядоченных записей. В качестве вспомогательной внешней памяти используются магнитные ленты (МЛ1, МЛ2, МЛ3, МЛ4). Вообще говоря, для этих целей служат файлы последовательного доступа на дисках, но для простоты изложения будем считать, что имеем дело с магнитными лентами.

Двухпутевое слияние означает объединение двух упорядоченных массивов в третий упорядоченный массив. Весь массив упорядочиваемых записей расположен на двух магнитных лентах и состоит из набора блоков

$$B_1, B_2, \dots, B_N$$

равной длины. Каждый блок представляет собой упорядоченный мас-

сив записей. Блоки записей по мере их создания помещаются поочередно на МЛ1 и МЛ2. Процесс попарного считывания и слияния называется двухпутевым сбалансированным слиянием.

Процедура сбалансированного двухпутевого слияния заключается в следующем. Блоки с МЛ1 и МЛ2 попарно считываются, сливаются, и удвоенные блоки поочередно записываются на МЛ3 и МЛ4. Следующий шаг - блоки с МЛ3 и МЛ4 попарно сливаются и записываются на МЛ1 и МЛ2. Размер блока при этом каждый раз удваивается. Процесс слияния продолжается до тех пор, пока на одной из МЛ не останется один блок, состоящий из n отрезков (т.е. весь упорядоченный массив), где отрезком называется часть блока, по длине равная его первоначальной длине. Каждый блок содержит целое число отрезков.

Если в результате внутренней сортировки получено n блоков и $2^{k-1} < n \leq 2^k$, то в результате сбалансированного двухпутевого слияния будет выполнено $k = \lceil \log_2 n \rceil$ проходов по всем данным. Так как после очередного прохода размер блока удваивается, то после $i-1$ прохода блок состоит из $2^{(i-1)}$ отрезков. Суммарное количество блоков на двух результирующих лентах после $(i-1)$ прохода равно $n/2^{(i-1)}$. Все блоки содержат одинаковое число отрезков за исключением последнего, который может содержать меньшее количество отрезков, а именно:

$$\left\lfloor \frac{n}{2^{(i-1)}} \right\rfloor \cdot 2^{(i-1)} - n.$$

Если применять алгоритм в том виде, как он описан выше, то требуемая оперативная память будет равна длине всего массива, что совершенно неприемлемо для задач ИСК, поскольку длины массивов, используемые ИСК, значительно превышают объем оперативной памяти.

Поэтому процесс слияния блоков выполняется посредством выбора с замещением отрезков, который требует $2m\varepsilon$ оперативной памяти (где m - количество записей в отрезке, а ε - количество слов в одной записи) под буфер.

Остановимся более подробно на алгоритме внешней сортировки, применяемом в ИСК. Первый проход выполняется обычным двухпутевым сбалансированным слиянием. Начиная со второго прохода к процедуре слияния добавляется процедура выбора с замещением.

Итак, на каждом i -ом проходе ($i=2, 3, \dots, k$) L раз ($L = \left\lfloor \frac{n/2^{(i-1)}}{2} \right\rfloor$ - число пар блоков после $i-1$ прохода)

повторится следующая процедура. Из очередной пары блоков на магнитных лентах считываются в буфер первые по порядку отрезки (т.е. отрезки с младшими ключами) и сливаются. Из полученных двух отрезков исключается из рассмотрения и записывается на ленту отрезок с меньшими значениями ключей. На освободившееся место считывается отрезок с наименьшими значениями ключей, которые имеют оставшиеся на обеих лентах отрезки, принадлежащие рассматриваемым блокам, и сливается с отрезком, оставшимся в буфере.

Процесс выбора повторяется, пока не исчерпаются все отрезки из обоих рассматриваемых блоков, и начинается обработка следующей пары блоков. Отрезок с меньшими значениями ключей после слияния удаляется из рассмотрения, так как из двух упорядоченных блоков каждый раз выбираются отрезки с наименьшими значениями ключей и, следовательно, как бы ни были малы ключи в отрезках, оставшихся на лентах и в буфере, все равно они больше, чем в отрезке, удаленном из буфера.

Объем оперативной памяти, требуемый при реализации описанного алгоритма — $2m\epsilon + 2n\delta$ слов, где n — количество заданных блоков, δ — количество слов, занятых ключом, m — количество записей в блоке, ϵ — количество слов, занимаемых одной записью. Время работы алгоритма пропорционально $n \log_2 N$ (без учета времени обмена с внешними устройствами).

Алгоритмы сортировок реализованы на ЭВМ БЭСМ-6 на языке ФОРТРАН.

Время внутренней сортировки для 100 записей с одним ключом длиной 26 битов $\sim 2,5$ с. счетного времени, с тремя ключами такой же длины $\sim 3,1$ с.

Время внешней сортировки трех блоков по 1000 записей с тремя ключами длиной 26 битов каждый составляет 8 минут счетного времени с учетом обменов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т.3. Сортировка и поиск. Москва, "Мир", 1978.
2. Кнут Д. Искусство программирования на ЭВМ, т.1. Основные алгоритмы. Москва, "Мир", 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 октября 1980 года.