

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

УБ 22 / 2-80

22/9-80

P10-80-389

И. Байла, Г. А. Ососков

АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММЫ  
БЫСТРОГО СЛЭНТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ПРОИЗВОЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Направлено в журнал "Автометрия"

1980

## 1. ВВЕДЕНИЕ

По мере возрастания роли ЦЭВМ при обработке экспериментальной информации повышается интерес к таким методам обработки, в основу которых положено дискретное представление экспериментальных данных. Это особенно проявляется в области спектральных представлений измеряемых физических величин, поскольку эти величины обычно заданы как дискретные квантованные /т.е. цифровые/ сигналы.

К числу весьма эффективных методов спектральных представлений, использование которых необходимо для решения не только физических задач, но и проблем кодирования и сжатия данных, можно отнести аппарат дискретных унитарных преобразований. Этот математический аппарат, получивший широкое распространение благодаря возможности разработки с его помощью быстрых вычислительных алгоритмов<sup>/1/</sup>, используют в настоящее время в разнообразных приложениях, например, при обработке географических, сейсмических, биологических и медицинских данных<sup>/2-4/</sup>.

Наибольшую популярность дискретные унитарные преобразования приобрели в области цифровой обработки и передачи изображений<sup>/5-7/</sup> благодаря двум своим свойствам:

1/ уплотнению энергии изображения в несколько главных компонент спектра, что позволяет реализовать эффективную кодировку изображения;

2/ разделимости, т.е. возможности выполнить матричное преобразование изображения путем отдельных одномерных преобразований по столбцам и строкам матрицы изображения.

Среди ортогональных преобразований, использующих несигнальные векторные базисы, особое место принадлежит слэнт-преобразованию / Slant Transformation /, введенному авторами<sup>/8/</sup> специально для представления линейных изменений контрастности в 2-мерных изображениях. Базис слэнт-преобразования выгодно отличается от базисов остальных дискретных ортогональных преобразований тем, что, кроме вектора постоянных значений, содержит еще вектор линейно убывающих значений - дискретное представление наклонной прямой линии. Кроме того, как показано в работе<sup>/9/</sup>, такой векторный базис является наиболее близким к оптимальному /в смысле среднеквадратического отклонения/ базису Карунэн-Лозва.

В настоящее время существует ряд работ<sup>/3,8,9/</sup>, в которых даны как четкое определение слэнт-преобразования, так и подробный анализ его приложений к обработке цифровых изображений. Тем не менее быстрые алгоритмы прямого и обратного слэнт-преобразований описываются только для небольшого фиксированного числа компонент обрабатываемых векторов данных ( $N=2,4,8$ ), а программные реализации вовсе не приводятся.

В связи с исследованиями авторов настоящей работы по применению слэнт-преобразования для он-лайн сжатия данных в бесфильмовой системе съема и обработки штриховых бинарных изображений со стримерных камер<sup>/10/</sup> возникла необходимость разработать такое программное обеспечение, которое обладало бы достаточной полнотой /наличие прямого и обратного преобразований/ и универсальностью /произвольность размерности/.

Итак, в предлагаемой работе на основании рекуррентного определения матрицы прямого и обратного слэнт-преобразований выведен граф быстрого алгоритма слэнт-преобразования и построены универсальные фортранные программы FSLANT и ISLANT для прямого и обратного слэнт-преобразования. Оценка скорости преобразования делается по числу требуемых арифметических операций. Соответствующие данные приведены в табл.1,2. В заключение обсуждаются результаты как тестовых вычислений, так и приложения быстрого слэнт-преобразования /БСП/ к сжатию моделей трековых изображений, получаемых со стримерных камер.

## 2. ИСХОДНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В качестве математической модели 2-мерного цифрового изображения, представленного совокупностью одномерных сигналов, введем  $N$ -мерное евклидово векторное пространство  $E_N$ . Любой одномерный цифровой сигнал, являющийся  $N$ -мерным вещественным вектором  $X$ , запишем в виде вектор-столбца. Соответствующую вектор-строку обозначим  $X' = [X_1, X_2, \dots, X_N]$ .

Пусть задан произвольный ортонормированный базис  $\{\phi_N\}$  пространства  $E_N$ , т.е.

$$\phi_i \cdot \phi_j' = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad //1/$$

Тогда ортогональное преобразование, порождаемое базисом  $\{\phi_N\}$ , определяется как матрица

$$T = \begin{bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \\ \vdots \\ \phi_N' \end{bmatrix}.$$

Для обратного ортогонального преобразования  $T^{-1} = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_N]$  в силу //1/ имеем  $T^{-1} = T'$ , где через  $T'$  обозначена матрица, транспонированная к матрице  $T$ . Вектор  $Y' = [Y_1, Y_2, \dots, Y_N]$ , являющийся образом вектора  $X \in E_N$  при преобразовании  $T$ , принято называть спектром вектора  $X$  по отношению к заданному базису  $\{\phi_N\}$ , так как

$$X = T'Y = [\phi_1 \phi_2 \dots \phi_N] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N y_i \phi_i.$$

Для натурального  $n$  матрица слэнт-преобразования  $S(n)$  /или  $S_N$ , где  $N = 2^n$  / определяется<sup>/3/</sup> следующим образом:

1. Для  $n=1$  полагается, по определению,

$$S(1) = 1/\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Для  $n=2$  строится матрица

$$S(2) = 1/\sqrt{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a+b & a-b & -a+b & -a-b \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ a-b & -a-b & a+b & -a+b \end{bmatrix},$$

в которой коэффициенты  $a, b$  определяются двумя условиями:  
а/ матрица  $S(2)$  должна содержать вектор-строку с равномерно убывающими компонентами;  
б/ вектор-строки в  $S(2)$  должны быть ортонормированы.  
Это дает матрицу

$$S(2) = 1/\sqrt{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} & -1/\sqrt{5} & -3/\sqrt{5} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1/\sqrt{5} & -3/\sqrt{5} & 3/\sqrt{5} & -1/\sqrt{5} \end{bmatrix},$$

выражаемую в рекуррентной форме через  $S(1)$  как

$$S(2) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ a_4 & b_4 & -a_4 & b_4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -b_4 & a_4 & b_4 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S(1) & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & S(1) \end{bmatrix} /2/$$

где  $a_4 = 2/\sqrt{5}$ ,  $b_4 = 1/\sqrt{5}$ .

3. Определение коэффициентов  $a_4, b_4$  в /2/ и самой матрицы  $S(2)$  можно обобщить на случай произвольного  $N$ :

$$b_N = [1 + 4(a_{N/2})^2]^{-1/2} \text{ для } N \geq 4,$$

$$a_N = 2b_N a_{N/2} \text{ для } N \geq 4,$$

где полагается  $a_2 = 1$ ;  $S_N$  определяется рекуррентной формулой

$$S_N = S(n) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots \\ a_N & b_N & \vdots & -a_N & b_N & \vdots \\ \vdots & \vdots & I_{(N/2)-2} & \vdots & \vdots & I_{(N/2)-2} \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & -1 & \vdots \\ -b_N & a_N & \vdots & b_N & a_N & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & I_{(N/2)-2} & 0 & \vdots & -I_{(N/2)-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ S_{N/2} & 0 \\ \vdots \\ 0 & S_{N/2} \\ \vdots \end{bmatrix} /3/$$

/через  $I_k$  обозначена единичная матрица  $k \times k$  /.

### 3. АЛГОРИТМ БЫСТРОГО СЛЭНТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ /БСП/

Обе матрицы в определяющем соотношении /3/ состоят в основном из нулевых клеток. Учет этой структуры позволяет построить быстрый алгоритм слэнт-преобразования для произвольного  $N$ , основанный на замене обычного умножения  $N$ -мерного вектора на матрицу  $(N \times N)$  умножением только на ее ненулевые клетки,

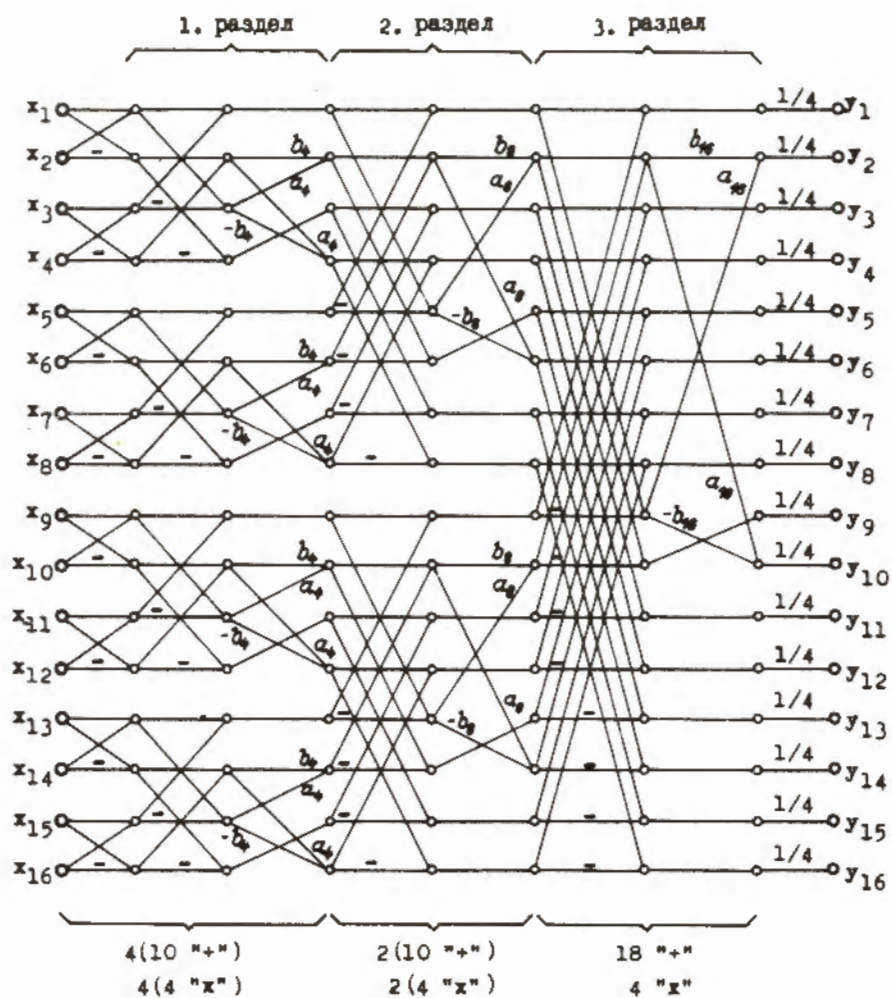
что достигается специальным подбором операций с индексами. Такой алгоритм был реализован в виде фортранной программы SLANT и опробован на преобразованиях модельных векторов. Скоростные характеристики программы SLANT следуют из данных, приведенных в таблицах 1,2, и показывают, что при  $N=64$  SLANT сокращает число сложений примерно в 8, а число умножений в 16 раз по сравнению с обычным умножением на матрицу  $(N \times N)$ .

Но поскольку основным принципом построения быстрых алгоритмов ортогональных преобразований является метод факторизации матриц, определяющих эти преобразования, был построен второй быстрый алгоритм FSLANT, использующий факторизованное представление слэнт-преобразования /9/. Несколько модифицируя это представление, можно ввести следующее рекуррентное определение слэнт-матрицы  $S(n)$ :

$$S(n) = S_N = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & b_N & \vdots & a_N & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & I_{(N/2)-2} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_N & \vdots & -b_N & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & I_{(N/2)-2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vdots \\ I_{N/2} & \vdots & I_{N/2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{N/2} & \vdots & -I_{N/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \sqrt{2^{n-1}} \cdot S_{N/2} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \sqrt{2^{n-1}} \cdot S_{N/2} \end{bmatrix} /4/$$

Как это принято при обработке цифровых сигналов, представим алгоритм быстрого слэнт-преобразования для случая  $N=16$  в виде графа /рис.1/. В узлах этого графа располагаются исходные отсчеты цифрового сигнала - компоненты вектора  $X' = [X_1, X_2, \dots, X_{16}]$  и результаты последовательных вычислений. Ребра графа связывают суммируемые величины и результаты суммирования, а числа при ребрах указывают соответствующие коэффициенты умножения величин.

Граф БСП дает возможность определения числа требуемых арифметических операций /сложений и умножений, причем умножение на число -1 не учитывается/, а также построения самой программы преобразования при переменном значении  $N$ .



Общее число суммирований - 78. Общее число умножений - 28.  
 Обозначения: "+" - суммирование; "x" - умножение на коэффициент.

Рис. 1

#### 4. БЫСТРОДЕЙСТВИЕ АЛГОРИТМОВ

Общей оценкой быстродействия любого дискретного ортогонального преобразования служит число арифметических операций, которое необходимо выполнить при машинной реализации алгоритма этого преобразования.

Обозначив через  $A_N$  общее число суммирований, а через  $M_N$  общее число умножений /для  $N \geq 2$  /, получаем следующие формулы:

##### 1. Алгоритм SLANT:

$$A_N = 2A_{N/2} + N + 4,$$

$$M_N = 2M_{N/2} + 8 \text{ или}$$

$$A_N = N(2 + \log_2 N) - 4,$$

$$M_N = 4N - 8.$$

##### 2. Алгоритм FSLANT:

$$A_N = 2A_{N/2} + N + 2,$$

$$M_N = 2M_{N/2} + 4 \text{ или}$$

$$A_N = N(1 + \log_2 N) - 2,$$

$$M_N = 2N - 4.$$

В табл. 1 и 2 приведены значения  $A_N$  и соответственно  $M_N$  для  $N=2, 4, 8, 16, 32, 64$  /умножение на коэффициент  $1/\sqrt{2^N}$  не учтено/.

Таблица 1

N	умнож. на матрицу	SLANT	FSLANT
2	2	2	2
4	12	12	10
8	56	36	30
16	240	92	78
32	992	220	190
64	4032	508	446

Таблица 2

N	умнож. на матрицу	SLANT	FSLANT
2	4	0	0
4	16	8	4
8	64	24	12
16	256	56	28
32	1024	120	60
64	4096	248	124

Сравнение числа операций для алгоритмов SLANT и FSLANT позволяет сделать вывод в пользу последнего, так как большее число операций SLANT-программы не компенсируется некоторым выигрышем в ее простоте. Поэтому для массовой эксплуатации можно рекомендовать программу FSLANT.

## 5. АЛГОРИТМ ИНВЕРСНОГО БСП

Для инверсного слэнт-преобразования в силу ортогональности векторов  $\phi_N$  справедливо соотношение  $S_N^{-1} = S'_N$ . Таким образом, быстрый алгоритм инверсного слэнт-преобразования можно построить на основе рекуррентного определения [4] слэнт-матрицы  $S_N$ . Применяя элементарные матричные операции, для определения инверсного БСП получаем следующую формулу:

$$S' = S'(n) = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{2^{n-1}} \cdot S'_{N/2} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sqrt{2^{n-1}} S'_{N/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{N/2} & I_{N/2} \\ I_{N/2} & -I_{N/2} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_N & \dots & 0 & 0 & a_N & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & & & I_{(N/2)-2} & 0 & & & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_N & \dots & 0 & 0 & -b_N & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & & & 0 & & & & I_{(N/2)-2} \end{bmatrix}$$

Граф инверсного БСП является зеркальным отображением графа на рис.1, и поэтому мы его не приводим. Тем не менее соответствующая программа инверсного БСП (ISLANT) не может быть получена в результате элементарного обращения порядка операций в программе прямого преобразования, а требует специального построения.

## 6. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММ FSLANT И ISLANT

### Назначение

Ниже приводится полный текст программы FSLANT для БСП и программы ISLANT для инверсного БСП, которые применимы в случаях обрабатываемых векторов произвольной размерности  $N=2^n$ . Программы написаны на языке FORTRAN-IV и опробованы на ЭВМ CDC-6500 в ОИЯИ. Пользователям следует обращаться к ним как к стандартным подпрограммам. Поскольку текст этих программ

содержит все основные комментарии, они не нуждаются в отдельном описании. Следует только подчеркнуть, что при  $N > 1024$  вся необходимая модификация программы ISLANT заключается лишь в соответствующем изменении размеров массивов A, B, описанных оператором DIMENSION.

Отметим, что для компактности в программы FSLANT и ISLANT не были включены операторы печати и, следовательно, это придется сделать пользователю в главной программе.

### Обращение

```
CALL FSLANT(X, N, NN, Y),
CALL ISLANT(Y, N, NN, X).
```

### Ресурсы и быстродействие

Общий объем оперативной памяти ЭВМ CDC-6500, необходимый для счета по программе FSLANT, составляет 2518 слов, по программе ISLANT - 3338 слов.

Быстродействие программ FSLANT и ISLANT на ЭВМ CDC-6500, вычисленное в тестовых примерах для  $N=64$  при помощи библиотечной подпрограммы SECOND, составляет 10 мс для FSLANT и 14 мс для ISLANT.

## 7. ТЕСТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для проверки работы программ FSLANT и ISLANT была написана специальная программа вычисления и печати коэффициентов слэнт-матрицы  $S_N$  для  $N=2, 4, 8, 16, 32, 64$ . В качестве исходного материала генерировались наборы из десяти  $N$ -мерных векторов  $/N=64/$ , представляющие модели прямолинейных трековых изображений  $/10/$ .

При помощи этого вспомогательного аппарата были проведены следующие тесты:

а/ сравнение коэффициентов слэнт-матрицы с коэффициентами, опубликованными в [8,9,11];

б/ проверка коэффициентов обратной слэнт-матрицы;

в/ сравнение исходных векторов X с результатом последовательного применения двух преобразований - прямого ( $Y=S_N \cdot X$ ) и обратного ( $S'_N \cdot Y$ ).

Все перечисленные тесты дали верные результаты.

```

SUBROUTINE FSLANT (X,N,NN,Y)
.....
THIS ROUTINE CALCULATES THE MODIFIED FAST SLANT TRANSFORM*
FOR ANY GIVEN VECTOR Y OF NN COMPONENTS
NUMBER (NN) IS A 4-TH POWER OF TWO
MAXIMUM OF N = 16    MAXIMUM OF NN = 1024
OUTPUT DATA (SLANT TRANSFORM) ARE IN THE VECTOR Y
.....
DIMENSION X(NN),Y(NN)
N2=NN/2    N4=NN/4
A=1
.....
CALCULATE THE FIRST ITERATION*
DO 10 J=1,N4
I=4*J-3
I1=I+1    I2=I+2    I3=I+3
Y(I)=X(I)+X(I1)
Y(I1)=X(I1)-X(I1)
Y(I2)=X(I2)+X(I3)
Y(I3)=X(I2)-X(I3)
CONTINUE
.....
BEGIN A LOOP FOR (N-1) ITERATION SECTIONS*
DO 20 K=2,N
S=1./SQRT(1.+4.*A**2)
A=A*B**2.
J1=2**K    J2=J1-1
J3=J1/2    J4=J3-1
N=NN/J1
.....
BEGIN A LOOP FOR PARTITIONS IN THE GIVEN ITERATION SECTION*
DO 30 J=1,N
I=J*J1-J2
I1=I+1
I3=I+J3
I4=I3+1
.....
BEGIN A LOOP FOR THE FIRST ITERATION IN THE GIVEN SECTION*
DO 40 IJ=1,J3
L=I-1+IJ
LL=L+J3
Z1=Y(LL)
Z2=Y(LL)
X(L)=Z1+Z2
X(LL)=Z1-Z2
CONTINUE
.....
CALCULATE THE SECOND ITERATION IN THE GIVEN SECTION*
Y(I)=X(I)
Y(I1)=B*X(I1)+A*X(I3)
IF (J1.LT.8) GO TO 60
DO 50 L=3,J4
IL=I+L
Y(IL)=X(IL)
CONTINUE
.....
Y(I3)=X(I4)
Y(I4)=A*X(I1)-B*X(I3)
IF (J1.LT.8) GO TO 80
DO 70 L=3,J4
IL=I+L+J3
Y(IL)=X(IL)
CONTINUE
.....
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
S=1./SQRT(FLOAT(NN))
DO 90 I=1,NN
Y(I)=Y(I)*S
CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ISLANT (Y,N,NN,X)
.....
THIS ROUTINE CALCULATES THE FAST INVERSE SLANT TRANSFORM*
FOR ANY GIVEN VECTOR Y OF NN COMPONENTS
NUMBER (NN) IS A 4-TH POWER OF TWO
MAXIMUM OF N = 16    MAXIMUM OF NN = 1024
OUTPUT DATA (INVERSE SLANT TRANSFORM) ARE IN THE VECTOR X*
.....
DIMENSION Y(NN),X(NN),A(10),B(10)
S=1./SQRT(FLOAT(NN))
A(1)=1.    B(1)=1.
DO 10 I=2,N
I1=I-1
B(I)=1./SQRT(1.+4.*A(I1)**2)
A(I)=2.*A(I1)*B(I)
CONTINUE
N2=NN/2    N1=N-1
.....
BEGIN A LOOP FOR (N) ITERATION SECTIONS*
DO 20 MM=1,N1
M=M-1    MK=2**M
ML=NN/MK    N2=ML/2    NK=M-4
A1=A(NK)    B1=B(NK)
N3=N2+1    N4=N3+1    N5=N4+1
.....
BEGIN A LOOP FOR (MK) IDENTICAL PARTITIONS OF THE FIRST*
ITERATION IN THE GIVEN (MM)-TH SECTIONS
DO 30 MP=1,MK
MR=(MP-1)*ML
Y2=Y(2+MR)
X(1+MR)=Y(1+MR)
X(N2+MP)=A1*Y2-B1*Y4
IF (N2.EQ.2) GO TO 40
DO 50 I=3,N2
X(I+MR)=Y(I+MP)
CONTINUE
DO 60 I=N5,ML
X(I+MR)=Y(I+MP)
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
DO 70 I=1,NN
Y(I)=X(I)
CONTINUE
.....
BEGIN A LOOP FOR (MK) IDENTICAL PARTITIONS OF THE SECOND*
ITERATION IN THE GIVEN (MM)-TH SECTION
DO 80 MP=1,MK
MR=(MP-1)*ML
DO 90 I=1,N2
X(I+MR)=Y(I+MP)+Y(I+N2+MP)
CONTINUE
DO 100 I=N3,ML
X(I+MR)=Y(I-N2+MR)-Y(I+MP)
CONTINUE
CONTINUE
DO 110 I=1,NN
Y(I)=X(I)
CONTINUE
CONTINUE
.....
BEGIN A LOOP FOR (NN/2) PARTITIONS IN THE LAST ITERATION*
DO 120 MP=1,NN2
MR=2*(MP-1)
X(1+MR)=Y(1+MR)+Y(2+MR)
X(2+MP)=Y(1+MP)-Y(2+MP)
CONTINUE
DO 130 I=1,NN
X(I)=S*X(I)
CONTINUE
RETURN
END

```

## 8. ПРИЛОЖЕНИЕ БСП К СЖАТИЮ МОДЕЛЕЙ ТРЕКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Одно из возможных применений БСП - сжатие данных при бесфильмовом съеме визуальной информации со стримерных камер. В посвященной этому вопросу работе<sup>13</sup> было предложено удобное представление данных сканирования в виде специальной системы векторов, компоненты которых образованы одинаковыми по порядку точками на отдельных линиях сканирования. Типичными элементами таких векторов являются ломаные, состоящие из отрезков прямых линий. Были сгенерированы два типа таких ломаных из одного ( $X_1$ ) и двух звеньев ( $X_2$ ), имеющих случайные угловые коэффициенты, распределенные в диапазоне  $\pm 1$ . Компоненты векторов, представляющих эти ломаные, принимали значения от 1 до  $2^{13}$ , соответствующие отсчетным единицам.

Процедура сжатия данных /компонент векторов  $X_i, i=1,2$  / при помощи БСП состояла из следующих преобразований:

$$1/ X_i \rightarrow S_{64} X_i = Y_i = [y_1^i, y_2^i, \dots, y_{64}^i]^T,$$

$$2/ Y_i \rightarrow Y_i^* = [y_{j_1}^i, \dots, 0, 0, \dots, y_{j_2}^i, \dots, y_{j_k}^i, 0, 0]^T,$$

$$3/ Y_i^* \rightarrow S^{-1} Y_i^* = X_i^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_{64}^*]^T,$$

где  $k = 2^q, q = 2, 5$ .

Отсечка спектра  $Y_i$  проводилась по пороговому критерию, т.е. отбирались компоненты, максимальные по модулю. В качестве критерия неточности восстановления были использованы отклонения векторов  $X_i$  и  $X_i^*$  в смысле нормы  $L_{\infty}^{64}$  и  $L_2^{64}$ :

$$\epsilon_{\infty}^{64} = \max_{j=1,64} |x_j - x_j^*|, \quad \epsilon_2^{64} = \sqrt{\sum_{j=1}^{64} (x_j - x_j^*)^2}.$$

Результаты сжатия модельных векторов приведены в следующих таблицах:  $X_1$  - табл.3,  $X_2$  - табл.4. При этом через  $N$  обозначено число оставшихся компонент спектра, через  $\rho_{64}$  - соответствующий коэффициент сжатия.

Чтобы получить наглядное представление о поведении реконструкции при разных  $N$ , была дополнительно написана программа IMAGE. Распечатка результатов сжатия по этой программе приводится на рисунках 2,3 /  $X_1$  и  $X_1^*$  / и рисунках 4,5,6 /  $X_2$  и  $X_2^*$  /, причем символ "+" соответствует компонентам, в которых оригинал и реконструкция совпадают; в обратном случае печатаются два символа: " + " - для оригинала и " . " - для реконструкции. Масштабы и общее число символов в строке /для 61

Таблица 3

N	$\rho_{64}$	$\epsilon_{\infty}^{64}$	$\epsilon_2^{64}$
32	2	0,218	0,470
16	4	0,518	0,722
8	8	0,777	0,883
4	16	0,772	1,192

Таблица 4

N	$\rho_{64}$	$\epsilon_{\infty}^{64}$	$\epsilon_2^{64}$
32	2	0,400	1,949
16	4	8,498	19,072
8	8	22,934	34,546
4	16	46,846	150,610

компоненты векторов / определены в зависимости от ограничений печатного устройства. Для подтверждения оптимальности БСП на рис.7 приведены оригинал с рис.6 и результат его восстановления с помощью преобразования Уолша-Адамара. Ошибки восстановления  $\epsilon_{\infty}^{64}$  и  $\epsilon_2^{64}$  для этого случая превышают соответствующие значения для БСП в 1,3 и 2,6 раза.

Таким образом, можно сделать вывод о возможности доведения с помощью БСП коэффициента сжатия до 8 при значении  $\epsilon$ , не превышающем разрешающую способность устройства сканирования /равную 32 отсчетным единицам<sup>12</sup>/.

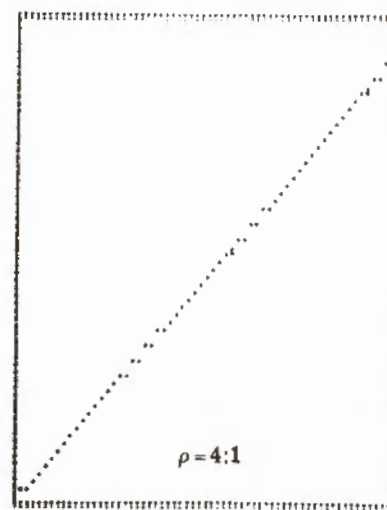


Рис. 2

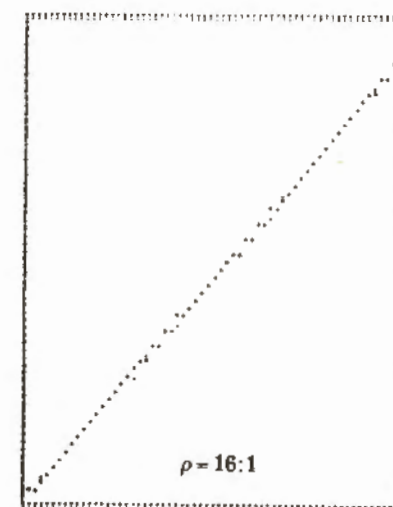


Рис. 3



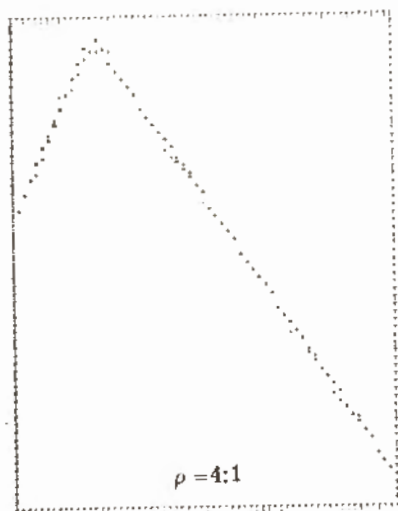


Рис. 4

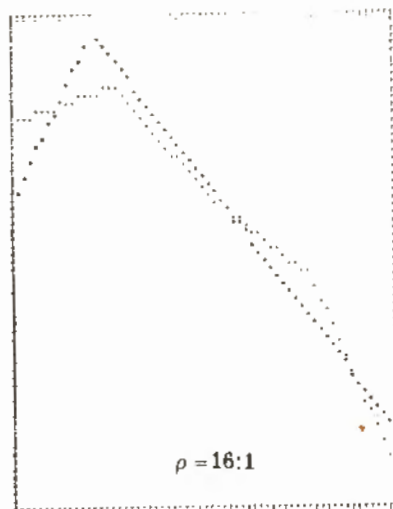


Рис. 5

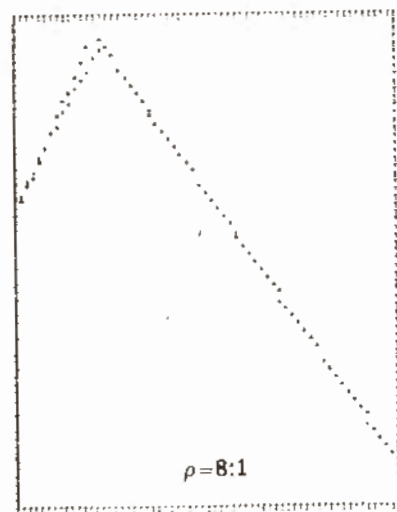


Рис. 6

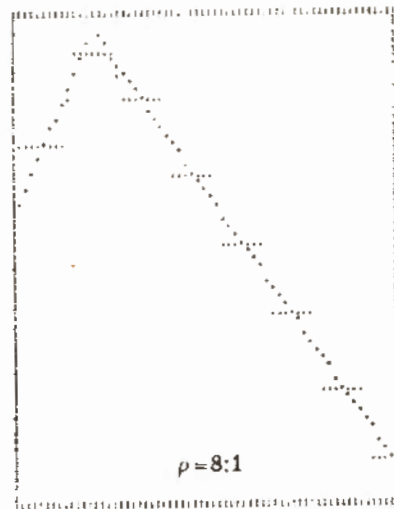


Рис. 7

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основными приложениями дискретных ортогональных преобразований в обработке цифровых сигналов, в том числе изображений, являются:

- эффективное кодирование;
- сжатие данных;
- обобщенная фильтрация;
- распознавание образов.

Разработанные нами программы FSLANT и ISLANT, реализующие быстрые алгоритмы прямого и обратного слэнт-преобразований, представляют собой комплекс математического обеспечения, который можно непосредственно использовать в любой из перечисленных областей. Программы FSLANT и ISLANT предназначены главным образом для офф-лайн обработки. В то же время они могут служить базой и для он-лайн реализации прямого и инверсного БСП.

Кроме того, наличие обеих этих программ позволяет реализовать идею адаптивного он-лайн сжатия, заключающуюся в установлении обратной связи /через ISLANT / между оригиналом и реконструкцией и в выборе оптимальной отсечки спектра по некоторому критерию неточности восстановления.

Разработка такого аппарата становится все более актуальной задачей в связи с постоянным ростом потока экспериментальных данных и быстрым развитием средств микроэлектроники, дающих возможность аппаратной реализации быстрых преобразований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Cooley J.W. et al. IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, June 1969, vol. AU-17, No.2.
2. Tukey J.W. In: Spectral Analysis of Time Series. Bernard Harris Ltd., New York, 1967.
3. Ahmed N., Rao K.R. Orthogonal Transform for Digital Signal Processing. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York, 1975.
4. Сороко Л.М., Стриж Т.А. ОИЯИ, P10-6702, Дубна, 1972.
5. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. "Советское радио", М., 1979.
6. Pratt W.K. Digital Image Processing. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley and Sons, New-York-Chichester-Brisbane-Toronto, 1978.
7. Huang T.S. In: Topics in Applied Physics, vol.6, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York, 1975.
8. Enomoto H., Shibata K. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. EMC -13, pp.11-17, Aug. 1971.

9. Pratt W.K., Wen-Hsiung Chen, Welch L.R. IEEE Transactions on Communications, vol. COM-22, No.8, Aug. 1974.
10. Байла И., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р10-80-237, Дубна, 1980.
11. Кривошеев М.И. и др. Цифровое телевидение. "Связь", М., 1980.
12. Ососков Г.А. и др. ОИЯИ, Р10-11213, Дубна, 1978.
13. Байла И., Ососков Г.А. ОИЯИ, Р10-80-162, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 июня 1980 года.