

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗ44.17

P10 - 7757

К-583

2400/2-74

С.О.Кожевникова, Л.М.Сороко

ОБ АЛГОРИТМАХ СЧИТЫВАНИЯ
ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРЕКОВ
С ПОМОЩЬЮ МАСОК УОЛША

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P10 - 7757

С.О.Кожевникова, Л.М.Сороко

ОБ АЛГОРИТМАХ СЧИТЫВАНИЯ
ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРЕКОВ
С ПОМОЩЬЮ МАСОК УОЛША

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Введение

Дискретная логика функционирования цифровых вычислительных машин, а также широкое проникновение во все разделы науки и техники представлений о дискретной структуре информации, поступающей в руки исследователя, привели к бурному развитию теории решетчатых функций, т.е. функций, заданных на дискретной равномерной последовательности точек. Функции Уолша, которые используются в данной работе, являются типичными представителями класса решетчатых функций. Функции Уолша, принимающие только два значения, $+1$ или -1 , образуют полную ортогональную систему. Переход к новому представлению с использованием базиса Уолша связан только с операциями сложения и вычитания, причем сам процесс преобразования Уолша ведется с помощью быстрых алгоритмов^{/1,9/}. Все это придает функциям Уолша существенные преимущества перед другими ортогональными базисами. При переходе к системе функций Уолша получается выигрыш благодаря сокращению времени на обработку данных и упрощению оборудования.

Интерес к функциям Уолша непрерывно растет. В период с 1968 по 1973 г.г. за рубежом состоялось по крайней мере 8 симпозиумов по применению функций Уолша в науке и технике. В настоящее время более 50 исследовательских групп ведут работы по использованию функций Уолша^{/2/}.

Интересные результаты получены при построении анализаторов изображений /3/, а также при передаче изображений на расстояния /4,5/. В последнем случае исходное изображение представляют двухмерной решетчатой функцией. Затем производят кодирование изображения, подвергая решетчатую функцию преобразованию Уолша, и передают по каналу связи только те компоненты уолш-образа, значения которых превышают заданный порог. При определенных размерах фрагмента изображения, подвергаемого кодированию, достигается эффективное сжатие информации /6/.

Поскольку информация, снимаемая с трековых камер, существенно беднее информации, содержащейся в полутоновых изображениях, естественно ожидать, что выигрыш от использования функций Уолша на стадии считывания и обработки информации в трековых камерах может оказаться существенно более высоким, чем в случае сложных изображений.

В данной работе дан анализ возможности использования функций Уолша для построения интегрального алгоритма стадии считывания трековой информации. В качестве исходной модели был взят класс тонких прямолинейных треков. Цель такого алгоритма состоит в том, чтобы уменьшить количество считываемой цифровой информации, не ухудшая при этом исходного пространственного разрешения и не теряя полезной информации. Разработанный в данной работе алгоритм обеспечивает предельно быстрый поиск инвариантных компонент уолш-образа, которые, как показано, несут исчерпывающую информацию о том, что данный трек действительно является прямолинейным и узким, а величина угла наклона определяется с точностью до неопределенности $\theta \leq \theta + \pi$.

Дискретные функции Уолша

На равномерной последовательности N точек, где $N=2^n$, n - целое число, можно построить N дискретных функций Уолша /1,9/. Расположенные одна под другой, они образуют матрицу $N \times N$.

Если j - номер строки, а i - номер столбца, и в двоичном представлении эти номера записаны в виде

$$\left. \begin{aligned} j &= \sum_{k=0}^{n-1} j_k 2^k, \\ i &= \sum_{k=0}^{n-1} i_k 2^k \end{aligned} \right\} /1/$$

то последовательность дискретных функций Уолша можно записать в общем виде:

$$h_a(j, i) = (-1)^{\sum_{k=0}^{n-1} j_k i_k}, \quad /1/$$

если функции Уолша адамаровски упорядочены, или в виде

$$h_\psi(j, i) = (-1)^{\sum_{k=0}^{n-1} j_{n-k-1} i_k}, \quad /3/$$

если функции Уолша диадно упорядочены, и, наконец, секвентивно упорядоченные функции Уолша определяются следующим образом:

$$h_w(j, i) = (-1)^{\sum_{k=0}^{n-1} q_k(j) i_k}. \quad /4/$$

Здесь $g(j)$ - код Грея секвенты j , который в двоичном представлении имеет вид

$$g(j) = \sum_{k=0}^{n-1} g_k(j) 2^k, \quad /5/$$

а $q(j) = \bar{g}(j)$ - число, получающееся при двойной инверсии кода Грея g .

Значение секвенты равно числу изменений знака функции Уолша на последовательности N точек. Код Грея индекса j определяется следующим рекуррентным соотношением:

$$g_k(j) = j_k + j_{k-1} \quad /6/$$

Таким образом,

$$q_0(j) = j_{n-1}; \quad q_1(j) = j_{n-1} + j_{n-2};$$

/7/

$$q_2(j) = j_{n-2} + j_{n-3}; \dots; \quad q_{n-1}(j) = j_1 + j_0.$$

На рис. 1 приведены матрицы дискретных функций Уолша для $N=8$ в трех представлениях: а/ адамаровском; б/ секвентивно-упорядоченном; в/ диадно-упорядоченном.

Дискретные функции Уолша нескольких переменных определяются как произведения одномерных функций Уолша. Число сомножителей равно размерности пространства /7/.

Дискретное преобразование Уолша

Пусть $f(i)$ - произвольная решетчатая функция, заданная на последовательности N точек. Уолш-образом $F(j)$ функции $f(i)$ называют функцию

$$F(j) = \sum_{i=0}^{N-1} f(i) h_{\psi}(i, j), \quad /8/$$

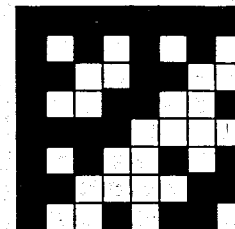
которая получается в результате прямого преобразования Уолша. Обратное преобразование Уолша возвращает нас к исходной функции

$$f(i) = 2^{-n} \sum_{j=0}^{N-1} h_{\psi}(j, i) F(j). \quad /9/$$

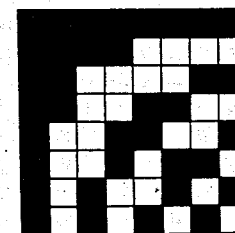
Одномерное преобразование Уолша можно записать в матричном виде:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= \hat{H} \vec{f} \\ \vec{f} &= 2^{-n} \hat{H} \vec{F} \end{aligned} \right\} \quad /10/$$

$H_A(8) =$



$H_W(8) =$



$H_{\psi}(8) =$

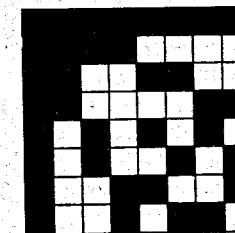


Рис. 1. Матрица дискретных функций Уолша в трех различных представлениях: а/ адамаровском; б/ секвентивном и в/ диадном, для $N=8$. Черные поля обозначают +1, белые - -1.

Здесь \vec{f} и \vec{F} - векторы-столбцы, компоненты которых равны последовательным значениям этих функций, а \hat{H} - матрица Уолша. Для двумерного преобразования матричная запись имеет вид

$$\hat{F} = \hat{H} \hat{f} \hat{H}. \quad /11/$$

Здесь \hat{f} - матрица, элементы которой равны значениям двумерной решетчатой функции, а F - матрица-образ, получаемая в результате двумерного преобразования Уолша.

На рис. 2 приведена последовательность двумерных функций Уолша размером 4 x 4.

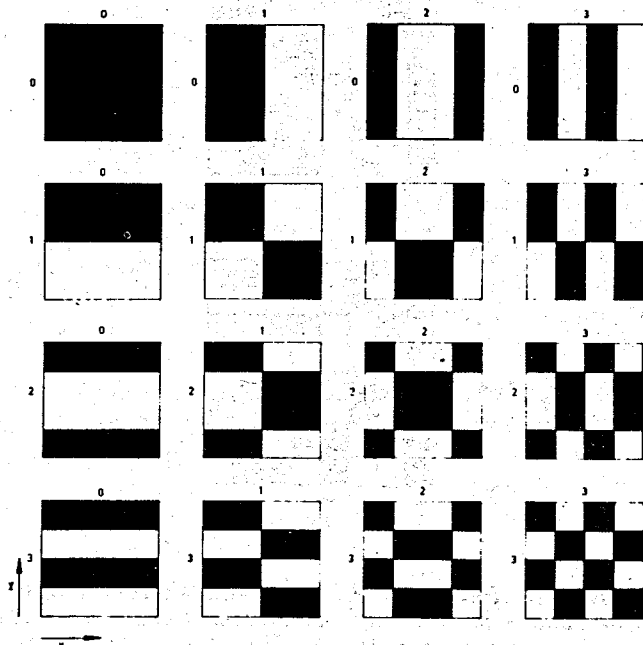


Рис. 2. Последовательность 4 x 4 двумерных функций Уолша (N=4).

Существующие методы обработки треквой информации сводятся к разбиению трека на элементы и к последующему измерению координат всех элементов автоматическим сканирующим устройством /8/. Полученные данные затем вводят в ЭВМ, восстанавливают картину события и находят его кинематические характеристики. Недостатком этого метода является то, что операция разбиения трека на совокупность элементов идет медленно, а получающаяся информация подвергается сложной операции отфильтровывания данных.

Указанные недостатки, по-видимому, можно устранить, если первичную обработку данных вести, минуя стадию разбиения картины события на элементы. Это можно сделать, например, с помощью голографической системы /10/, в которой кадр с событием обрабатывается целиком. Для этого картину события преобразуют в пространственно-частотный образ при помощи пучка когерентного света, и анализ событий ведут массивом согласованных фильтров.

В основе глобальных методов обработки треков лежит предположение о том, что в новом представлении информация о событии содержится в небольшом числе информационных признаков. Вид преобразования, которому подвергаются исходные данные, может быть различным. Это преобразования Фурье, Уолша-Адамара, Хаара или Карунена-Лозве /4/.

Использование ортогональных преобразований позволяет внести изменения в стадию считывания информации. В данной работе вместо узкого луча используются маски Уолша, позволяющие находить компоненты двумерного уолш-образа непосредственно в ходе операции считывания. Вместо координат элементов события ищутся информационные признаки, которые несут всю информацию о событии. Число таких признаков, получаемых с помощью разработанного алгоритма интегрального считывания, существенно меньше числа элементов трека. При этом здесь нет ни ухудшения пространственного разрешения, ни потери полезной информации.

В качестве исходной модели событий были взяты черно-белые изображения, отсчетная функция которых равна 1 или 0. Были рассмотрены треки, однородные по ширине, причем ширина трека равна размеру элемента разрешения решетчатого изображения. Такая модель близка к изображениям треков, образующихся в искровых камерах с заполнением инертными газами.

Исходная фотография трека имела вид квадратной матрицы размером $N \times N$, где $N = 2^n$, а n - целое число. В этой матрице можно провести $4N-4$ различных дискретных ориентаций трека. Значения функции $f(i, j)$ в элементах матрицы равны 1 или 0. Такое решетчатое изображение было подвергнуто двумерному преобразованию Уолша. Это осуществляется в ходе самой стадии считывания при помощи масок Уолша размером $N \times N$. Функция пропускания $H_{k, \ell}(i, j)$ ячеек матрицы (k, ℓ) принимает значения +1 или -1. Полное число масок равно N^2 . Были использованы секвентивно-упорядоченные маски Уолша. Последовательная смена структуры масок Уолша позволяет найти значения элементов новой матрицы $N \times N$, которая является двумерным уолш-образом исходного массива данных. Компоненты уолш-образа $F(k, \ell)$ при этом равны

$$F(k, \ell) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} H_{k, \ell}(i, j) f(i, j). \quad /12/$$

Информационные признаки прямолинейного трека

В результате моделирования на ЭВМ стадии считывания данных при помощи масок Уолша были найдены следующие закономерности:

1. /O-O/-компонента уолш-образа содержит информацию о полной интенсивности трека.
2. В силу неинвариантности уолш-образа последний изменяется при циклическом сдвиге трека.
3. Существует компонента уолш-образа, положение

которой и абсолютное значение инвариантны по отношению к циклическому сдвигу. Эта компонента находится в ячейке матрицы-образа на последней строке /или столбце/. На рис. 3 приведены прямолинейные треки с одним и тем же наклоном, но сдвинутые относительно кадра, а также уолш-образы этих треков. Инвариантные компоненты обведены кружком.

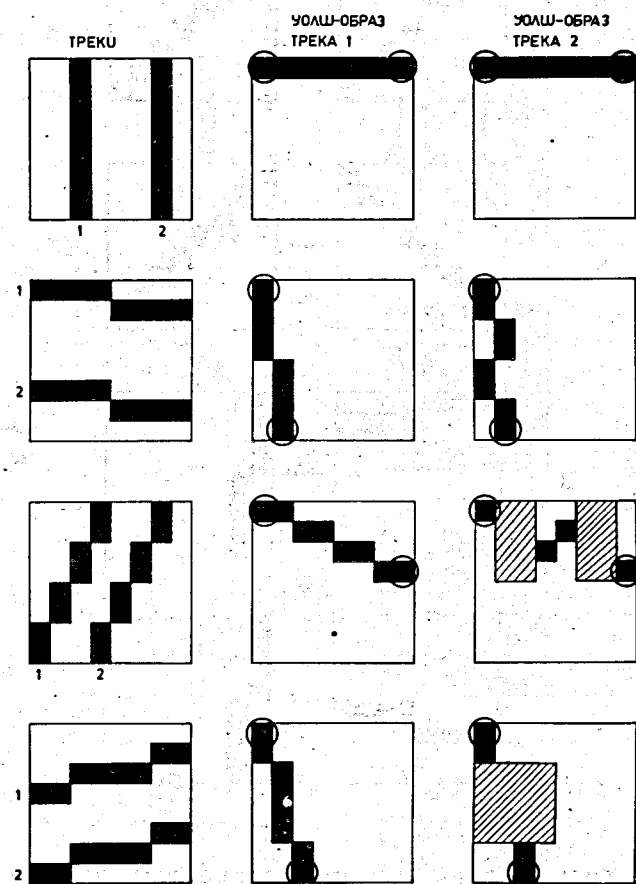


Рис. 3. Пример двух прямолинейных треков с одним и тем же углом наклона, которые сдвинуты относительно друг друга. Слева - поле с треками 1 и 2. Справа - уолш-образ трека 1 и уолш-образ трека 2.

4. Положение инвариантной компоненты зависит от угла наклона трека и нечувствительно к замене $\theta \rightarrow \theta + \pi$ /рис. 4/.

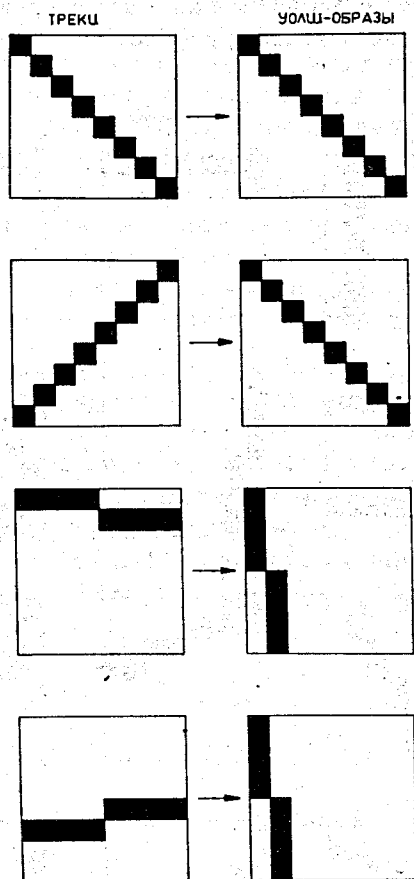


Рис. 4. Уолш-образ двух прямолинейных треков, углы наклона θ_1 и θ_2 которых связаны симметрией отражения относительно оси Ox . Слева - поля с треками. Справа - их уолш-образы. Видно, что инвариантная компонента остается на месте при такой операции отражения.

5. Критерием прямолинейности трека является абсолютное значение отношения интенсивностей /O-O/-компоненты и инвариантной компоненты, которое равно 1, если трек прямолинеен. Действительно, из рис. 5 видно, что в силу структуры масок Уолша инвариантных компонент абсолютное значение интенсивности инвариантной компоненты равно интенсивности /O-O/-компоненты.

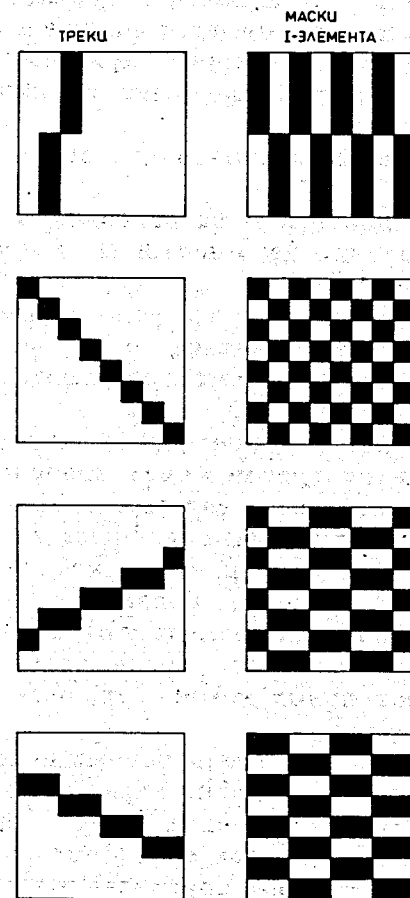


Рис. 5. Структура масок Уолша в алгоритме поиска инвариантной компоненты. Слева - наклонные треки, справа - соответствующие им маски Уолша.

В том и другом случаях маски пропускают все элементы трека.

Более сложные события

Рассмотрению были подвергнуты также более сложные события: 1/ два параллельных трека; 2/ два прямолинейных трека, пересекающихся на краю кадра; 3/ непересекающиеся непараллельные прямолинейные треки; 4/ одиночные прямолинейные треки при наличии случайного фона.

Анализ этих событий позволяет сделать следующие выводы:

1. /O-O/-компонента уолш-образа двух параллельных треков имеет значение $2N$ вместо N для одного прямолинейного трека.

2. Инвариантная компонента уолш-образа имеет значение, которое может меняться от $2N$ до 0, в зависимости от четности числа элементов решетки в промежутке между двумя треками.

3. O-O-компонента уолш-образа двух прямолинейных пересекающихся треков имеет значение $2N-k$, где k - число элементов, общих для двух треков.

4. Уолш-образ двух прямолинейных пересекающихся треков содержит две инвариантные компоненты, каждая из которых имеет значение, близкое к N . Эти компоненты, расположенные на последней строке или на последнем столбце матрицы-образа, выделяются по интенсивности на фоне остальных компонент последнего столбца или последней строки.

5. Уолш-образ двух прямолинейных непересекающихся и непараллельных треков характерен следующими свойствами: /O-O/-компонента имеет значение $2N$; для каждого трека имеется своя инвариантная компонента, положение которой определяется углом наклона трека с точностью до двузначности $\theta \rightarrow \theta + \pi$.

Анализ событий, содержащих одиночный прямолинейный трек при наличии случайного фона, позволяет сделать следующие выводы:

1. Появление случайного фона приводит к тому, что практически ни одна из компонент матрицы-образа не равна нулю.

2. Если интенсивность случайного фона не превышает 30% интенсивности самого трека, то введение порога, равного $0,7N$, позволяет получить картину, которая совпадает с картиной уолш-образа одиночного прямолинейного трека.

3. Если интенсивность случайного фона достигает 50% интенсивности трека, то простым алгоритмом пороговой фильтрации восстановить картину события практически невозможно. Здесь требуются согласованные или адаптивные фильтры.

Алгоритм поиска инвариантных компонент

При построении алгоритма поиска инвариантных компонент уолш-образа прямолинейного трека был использован тот факт, что инвариантные компоненты заполняют ячейки матрицы-образа последней строки или последнего столбца. Основой алгоритма является итерационный процесс процеживания краевых ячеек матрицы-образа с разбиением на две части массива компонент уолш-образа. Этот массив является либо исходным, либо получается после предыдущего такта процеживания.

Процесс поиска ведется следующим образом. Первый шаг: вычисляем сумму всех компонент последней строки и сумму всех компонент последнего столбца матрицы-образа. Берем строку или столбец с наибольшим абсолютным значением суммы. Второй шаг: массив компонент выбранной строки разбиваем на две части. Находим суммы компонент левой и правой части строки, соответственно. Сравниваем абсолютные значения этих сумм. Выбираем для процеживания часть массива компонент строки с наибольшим абсолютным значением суммы. И, наконец, последний шаг, перед которым остается только две компоненты. Компонента, которая имеет наибольшее абсолютное значение, является инвариантной компонентой.

Если $N = 2^n$, где n - целое число, то всего требуется сделать не более $(n+1)$ шагов. Если после первого процеживания наибольшее абсолютное значение имеет сумма значений компонент по столбцу, то операции процеживания подвергают компоненты последнего столбца матрицы-образа. Наконец, если при первом процеживании будет обнаружено, что значения обеих сумм равны, то трек будет по диагонали кадра, с углом наклона $\pi/4$ или $3\pi/4$. При этом, если компонента имеет положительное значение, угол наклона равен $3\pi/4$, и $\pi/4$ - если компонента имеет отрицательное значение.

Алгоритм поиска инвариантной компоненты с процеживанием массива компонент последнего столбца матрицы-образа приведен на *рис. 6*.

Наконец, можно построить модифицированные маски Уолша, которые непосредственно дают значения сумм, требуемых на различных этапах процеживания. В этом алгоритме считывание исходных данных ведется непосредственно модифицированными масками Уолша, минуя нахождение всех компонент уолш-образа. Модифицированные маски имеют следующие свойства:

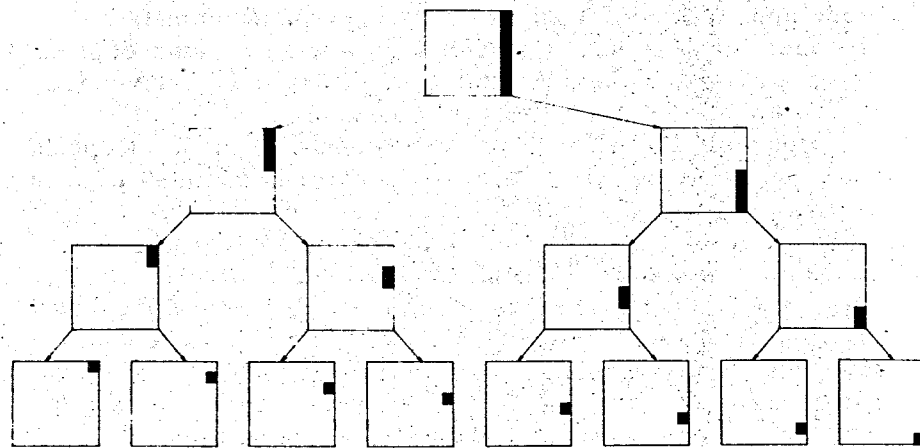


Рис. 6. Алгоритм поиска инвариантной компоненты уолш-образа путем процеживания массива компонент последнего столбца с разбиением на две части /см. текст/.

1. Модифицированная маска поиска инвариантной компоненты матрицы-образа является транспонированной маской поиска инвариантной компоненты по столбцу.

2. Пропускание элементов модифицированной маски Уолша поиска инвариантной компоненты по столбцу равно

$$t(0, j) = (-1)^j, \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

$$t(i, j) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

$$j = 0, 1, \dots, N-1$$

/13/

3. Модифицированная маска для последующего шага поиска строится по модифицированной маске для предыдущего шага поиска путем четного и нечетного отражения предыдущей маски относительно оси, которая проходит по верхней границе нулевого поля на предыдущем шаге поиска. После этого возникают две новые альтернативные модифицированные маски. С их помощью находят значения двух сумм, и далее идут по той ветви, для которой абсолютное значение суммы оказывается наибольшим.

Далее все повторяется, пока на последнем шаге не находится искомая инвариантная компонента матрицы-образа.

Модифицированные маски Уолша, используемые в алгоритме быстрого поиска инвариантной компоненты, которая расположена в последнем столбце матрицы-образа, приведены на *рис. 7*. Элементы масок, пропускание которых равно $+1$, зачернены. Элементы, где пропускание равно -1 , оставлены белыми. Область с нулевым пропусканием заштрихована. Последний ряд модифицированных масок Уолша совпадает с масками Уолша, которые соответствуют ячейкам последнего столбца матрицы-образа.

Введение пороговой фильтрации при постоянном пороге для гашения случайного фона не изменяет работы указанного алгоритма.

Если в кадре содержится два пересекающихся или непересекающихся трека, то в алгоритме возникает раз-

