

СЗ44.17

М-80

12/11/73
СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



P10 - 6869

969/2-73

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПРИ УЧЕТЕ ФЛУКТУАЦИЙ
РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

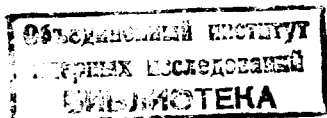
1973

**ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ**

P10 - 6869

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ПРИ УЧЕТЕ ФЛУКТУАЦИЙ
РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ



Задача определения параметров электрона по результатам измерения его трека в пузырьковой камере рассматривалась в^{/1-8/}. В этих работах предполагается, что для измерений используется только та часть трека, на которой не было излучено относительно энергичного γ -кванта. Это ограничение дает возможность в процессе вычислений приблизительно аппроксимировать нормальным распределением потери на излучение. Однако используемые в^{/1-8/} правила отбора треков для измерений различны, что необходимо иметь в виду при сравнении результатов программ.

При подготовке программы геометрической реконструкции^{/8/} были проанализированы ранее предложенные алгоритмы определения кинематических параметров электрона с тем, чтобы подготовить методику, соответствующую сложным условиям большой пропановой камеры.

I. Отбор треков для измерений и порог обрезания потерь

Будем считать, что во время просмотра производится отбор для измерений только таких траекторий, на любом достаточно малом элементе δS которых потери на излучение не превышают $\varkappa P_{i-1}$, где:

P_{i-1} - импульс электрона в начале интервала δS ,
 \varkappa - порог обрезания потерь^{*)}.

Условие малости δS рассмотрено ниже.

*) Рассматриваются только такие треки электронов, для которых с достаточной точностью энергия $E \approx p$ ($c=1$).

Обозначим через \bar{P}_i^{-1} среднее значение обратного импульса в конце интервала δS , тогда

$$\bar{P}_i^{-1} = \left(\int_0^{\alpha P_{i-1}} P_{i-1}^{-1} W d\gamma \right) \left(\int_0^{\alpha P_{i-1}} W d\gamma \right)^{-1}, \quad (1)$$

где $P_i = P_{i-1} - \gamma$,

γ - импульс γ -кванта,

$$W = \Gamma^{-1}(t) P_{i-1}^{-1} [-\ln(1 - \gamma P_{i-1}^{-1})]^{t-1}, \quad (2)$$

W - нормированная вероятность излучения⁹⁾,

$$t = \delta S (\chi_0 \ln 2)^{-1},$$

χ_0 - радиационная длина среды.

Обозначив через $\rho = -\ln(1 - \alpha)$, будем из (1) иметь

$$\bar{P}_i^{-1} = P_{i-1}^{-1} (1 + t \alpha^*), \quad (3)$$

где

$$\alpha^*(\alpha, t) = \rho \left(\frac{1}{1!(t+1)} - \frac{\rho}{2!(t+2)} + \frac{\rho^2}{3!(t+3)} - \dots \right) \left(1 - \frac{t\rho}{1!(t+1)} + \frac{t\rho^2}{2!(t+2)} - \dots \right)^{-1}. \quad (4)$$

Значения α^* для некоторых α и t приведены в таблице I.

Среднее значение \bar{P}_i^{-1} через начальный импульс P_0 выражается как

$$\bar{P}_i^{-1} = P_0^{-1} (1 + t \alpha^*)^J, \quad (5)$$

где

$$J = S_i (\delta S)^{-1}. \quad (6)$$

Для дальнейших расчетов удобно вместо (5) взять приближенное выражение

$$\bar{P}_i^{-1} = P_0^{-1} \exp[S (\chi_0 \ln 2)^{-1} \alpha^*], \quad (7)$$

где \bar{P}_i^{-1} - среднее значение обратного импульса электрона на расстоянии S вдоль по треку^{*)}.

Таким образом, приходим к следующему правилу отбора электронных треков для измерений и правилу выбора δS .

Мысленно делим трек на несколько интервалов. Если на каком-либо интервале сброс энергии на излучение превысит 100%, то для измерения оставляем не весь трек, а его часть до этого интервала. Для того, чтобы можно было оценить изменение импульса от одного интервала к другому, длина δS этих интервалов должна быть достаточна для определения стрелы прогиба на интервале с точностью не хуже ~ 30%. Отсюда для треков толщиной σ см (изображение на просмотрном столе) получаем следующую простую формулу:

$$\delta S = 3 \sqrt{\frac{\rho \cdot \sigma}{H \cos \alpha}}, \quad (8)$$

(δS - см., H - гл., ρ - мэв/с).

Относительные потери α разумно ограничить величиной 0,6, так как такие и большие сбросы хорошо регистрируются при просмотре. Во всяком случае, следует иметь в виду, что некоторые из используемых выражений расходятся при $\alpha \rightarrow 1$.

Предлагаемый метод отбора электронных треков не является единственно возможным. В работах^{1-3, 6, 7} для измерений используются только такие треки электронов, излучение которых удовлетворяет во всех точках измеряемой траектории условию

$$\alpha \cdot \rho > \gamma > 0, \quad (1 > \alpha > 0), \quad (9)$$

где ρ - импульс электрона непосредственно перед излучением γ -кванта.

Недостаток подхода (9) состоит в том, что последовательное излучение в близко расположенных точках неотличимо при просмотре от излучения одного энергичного кванта. Это заставляет эксперимен-

) Отношение (5) к (7) для $J = 10$, $\alpha^ = 0,3$, $t = 0,1$ равно 0,996 и приближается к 1 при уменьшении α^* и t .

татора исключать такой трек, хотя все излученные кванты будут удовлетворять условию (9).

В работах /4,5/ предлагается измерять только ту часть трека, на которой отношение импульсов электрона в начале (P_0) и конце (P_K) измеряемого участка удовлетворяет условию

$$P_K > P_0 \exp(-\beta_0), \quad (10)$$

где β_0 - показатель порога обрезания радиационных потерь. Отметим, что при таком подходе даже явный однократный сброс энергии электрона от P_0 до P_K должен игнорироваться, если выполнено условие (10).

Из сказанного следует, что провести точное сравнение алгоритмов /1+8/ затруднительно, так как отбор электронных треков производится различно. Однако можно получить представление о мощности критериев обрезания радиационных потерь, если рассмотреть вероятность Q найти среди всех электронных траекторий с фиксированными P_0 и S электронную траекторию, удовлетворяющую условию обрезания потерь.

Для /1-3, 6, 7/, /4,5/ и /8/ вероятность Q вычисляется соответственно как

$$Q = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \left\{ \prod_{i=1}^{S/\delta S} \left(\int_0^{P_{i-1}} W(\delta S, P_{i-1}, \gamma) d\gamma \right) \right\} = \exp \left[(\ln P_0 - \beta_0^* + c) \frac{S}{\chi_0 \ln 2} \right], \quad (11)$$

где

$$\rho = -\ln(1 - \alpha^*),$$

$$\beta_0^* = \frac{\rho_0}{11} - \frac{\rho_0^2}{2 \cdot 21} + \frac{\rho_0^3}{3 \cdot 31} - \dots,$$

$$c = 0,577215... \text{ (постоянная Эйлера);}$$

$$Q = \int_0^{P_0 \exp(-\beta_0)} W(S, P_0, \gamma) d\gamma; \quad (12)$$

$$Q = \left\{ \int_0^{P_0} W(S, J^*, P_0, \gamma) d\gamma \right\}^J. \quad (13)$$

В таблице 2 приведены значения χ_0 , $\alpha_1 = 1 - e^{-\beta_0}$ и χ (для $J = 10$ и $J = 5$) в зависимости от Q и $T = S(\chi_0 \ln 2)^{-1}$.

2. Вычисление кинематических параметров электрона

Выберем систему координат так, чтобы

$$\chi_0 = \gamma_0 = \gamma_w = 0 \quad (14)$$

и ограничимся рассмотрением траекторий, удовлетворяющих условию

$$|\beta_0| \leq 45^\circ. \quad (15)$$

Магнитное поле H считаем таким, что

$$|H_z| \gg |H_x|, \quad |H_z| \gg |H_y|. \quad (16)$$

В этих условиях оценки ($tg \alpha_0, z_0$) и ($\rho_0^*, \beta_0, \gamma_0, \alpha^*$) можно определять раздельно из условия минимума выражений (17) и (18), построенных по методу наименьших квадратов (МНК).

Здесь и далее обозначено:

β - угол между касательной к проекции трека на XOY и осью X,

α - угол между касательной к треку и плоскостью XOY,

γ_0, z_0 - смещения трека по осям Y и Z соответственно,

0 - индекс, указывающий на то, что величина относится к начальной точке трека,

$$\chi_z^2 = (z_0 - Z)^T (G_z + D_z E)^{-1} (z_0 - Z), \quad (17)$$

$$\chi_Y^2 = (Y_0 - Y)^T (G_Y + D_{KY} E)^{-1} (Y_0 - Y), \quad (18)$$

где

G - матрица флуктуации радиационных потерь,

G_1 - матрица многократного рассеяния^{*)}/10, 11, 14/,

*) Наиболее простое выражение для G_1 приведено в работе /14/.

E - единичная матрица,

D_{xy}, D_z - дисперсии измерительных ошибок по осям Y и Z соответственно,

$$G_z = G_i \cdot \cos^2 \alpha, \quad (19)$$

$$Y(s) = \hat{Y}_0 + \int_0^s \sin(\hat{\beta}_0 + \int_0^s \frac{d\beta}{ds} ds) ds, \quad (20)$$

$$Z(s) = \hat{Z}_0 + \int_0^s \operatorname{tg}(\hat{\alpha}_0 + \int_0^s \frac{d\alpha}{ds} ds) ds, \quad (21)$$

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{0,3}{\rho \cdot \cos \alpha} [-H_z + (H_x \cos \hat{\beta} + H_y \sin \hat{\beta}) \operatorname{tg} \hat{\alpha}], \quad (22)$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{0,3}{\rho \cdot \cos \alpha} [H_y \cos \hat{\beta} - H_x \sin \hat{\beta}], \quad (23)$$

$$\rho = \int_0^s \frac{d\rho}{ds} ds + \rho_0, \quad (24)$$

$$\frac{d\rho}{ds} = -\rho \frac{q}{X_0} + \left(\frac{d\rho}{ds}\right)_{\text{ион.}} \quad (\text{см. формулу (7)}),$$

$$q = \alpha^* (\ln 2)^{-1}, \quad (25)$$

T - транспонирование,

\wedge - начальное приближение.

В условиях (16) можно в правых частях (22) и (23) с достаточной точностью заменить ρ , α и β их начальными оценками $\hat{\rho}$, $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ соответственно. В этих же условиях для определения начальных оценок параметров можно воспользоваться [13].

Рассмотрим вид матрицы G с элементами g_{ik} .

Выражение (20) для однородного поля и $\sin \beta \approx \beta$ имеет вид

$$Y = Y_0 + \int_0^s \left(\beta + 0,3N \int_0^s \frac{d\beta}{ds} ds \right) ds. \quad (26)$$

Выполнив в (26) усреднение по радиационным потерям и используя (7), получим в пренебрежении ионизационными потерями

$$\bar{Y} = Y_0 + S \beta \cos \alpha + \frac{0,3N \cos \alpha}{\rho} \left(\frac{\alpha^* S}{X_0 \ln 2} \right)^2 \left[\exp \left(\frac{\alpha^* S}{X_0 \ln 2} \right) - 1 - \frac{\alpha^* S}{X_0 \ln 2} \right]. \quad (27)$$

Выражение g_{ik} имеет вид

$$g_{ik} = \overline{(Y_i - \bar{Y}_i)(Y_k - \bar{Y}_k)}, \quad (28)$$

где Y_i и \bar{Y}_i вычислены для $S = S_i$.

После подстановки в (28) выражений (26) и (27) и выполнения усреднения аналогично (I) получим

$$g_{ik} = \left(\frac{3N \cos \alpha}{\rho_0} \right)^2 X_0^4 \left\{ \sum_{n=5}^{\infty} \frac{q^{n-4}}{n!} \left[\frac{x^{n-2} - 1}{(x-1)^2} + x^{n-3}(n-2) \left(1 - \frac{1}{x-1} \right) + (x-1)^{n-2} - x^{n-2} \right] \left(\frac{S_i}{X_0} \right)^n + \sum_{n=5}^{\infty} \frac{q^{n-4}}{(n-1)!} \left[\frac{x^{n-3} - 1}{x-1} - x^{n-3} + (x-1)^{n-3} \right] \left(\frac{S_i}{X_0} \right)^{n-1} \frac{S_k}{X_0} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{q^n}{n!} \left(\frac{S_k}{X_0} \right)^n \sum_{m=3}^{\infty} \frac{q^{m-4}}{m!} \left[1 - (x-1)^{m-2} \right] \left(\frac{S_i}{X_0} \right)^m \right\}, \quad (29)$$

где

$$x = \frac{2f}{\alpha^*},$$

$$f = \vartheta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{S^{2k}}{(2k+1)!(t+2k+1)} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{f^k}{k!} \frac{t}{t+k} \right)^{-1}. \quad (30)$$

Выражение для f получено из

$$\bar{\rho}^{-2} = \left(\int_0^{\alpha \rho_0} \rho^{-2} W dY \right) \left(\int_0^{\alpha \rho_0} W dY \right)^{-1} = \bar{\rho}^{-2} (1 + 2ft).$$

Аналогично (7) для $\bar{\rho}^{-2}$ в точке S можно записать приближенное выражение

$$\bar{\rho}^{-2} = \rho_0^2 \exp[2Sf(X_0 \ln 2)^{-1}], \quad (31)$$

которое используется при выводе (29).

Следует иметь в виду, что распределение $(Y - \hat{Y}_i)$ отлично от нормального, поэтому применение метода наименьших квадратов (18) не гарантирует получения наиболее эффективных оценок $(\rho^{-1}, \beta, \gamma)$.

3. Определение импульса электрона

Из выражения (18) можно определять 3 параметра $(\rho^{-1}, \beta_0, \gamma_0)$ при фиксированном x^* или 4 параметра $(\rho^{-1}, \beta_0, \gamma_0, x^*)$. Выбор делаем из условия минимума дисперсии обратного импульса электрона на всем рассматриваемом множестве треков. Характер поведения дисперсий \mathcal{D}_3 и \mathcal{D}_4 обратного импульса, соответственно для случаев трех и четырех параметров, показан на рис. I.

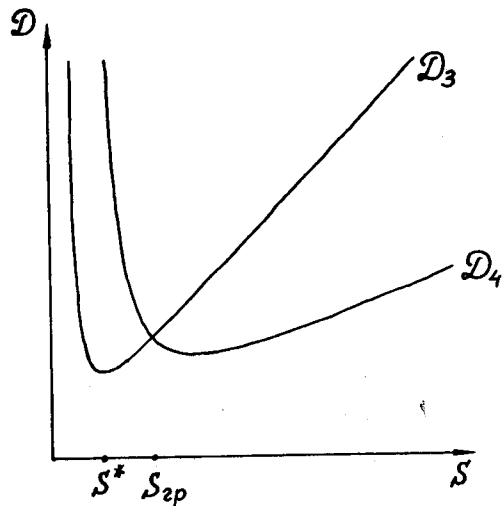


Рис. I.

Характер поведения дисперсий \mathcal{D}_3 и \mathcal{D}_4 обратного импульса, соответственно для случаев определения трех и четырех параметров.

Поведение \mathcal{D}_3 в зависимости от S может быть описано формулой вида

$$\mathcal{D}_3 = C_1 S^{-4} + C_2 S^{-1} + C_3 S, \quad (32)$$

где первое слагаемое определяется погрешностями измерения, второе - многократным рассеянием, третье - флуктуацией радиационных потерь. Поведение \mathcal{D}_4 аналогично \mathcal{D}_3 , но минимум сдвинут в сторону больших S .

Обозначим распределение числа треков по их длине через $\frac{dN}{dS}$, тогда дисперсию \mathcal{D} обратного импульса, определенного по всему множеству треков, можно записать в виде

$$\mathcal{D}^{-1} = \int_0^{S_{cp}} \mathcal{D}_3^{-1} \frac{dN}{dS} dS + \int_{S_{cp}}^{S_{max}} \mathcal{D}_4^{-1} \frac{dN}{dS} dS, \quad (33)$$

где

S_{cp} - граничное значение длины трека S для выбора ветви расчета: если $S < S_{cp}$, то на данном треке из (18) определяется 3 параметра, если $S > S_{cp}$, то определяется 4 параметра.

S_{cp} находится из уравнения

$$\mathcal{D}_3 \Big|_{S_{cp}} = \mathcal{D}_4 \Big|_{S_{cp}}, \quad (34)$$

которое вытекает из условия минимума \mathcal{D}^{-1} по S_{cp} .

Расчетную формулу для S_{cp} получим при упрощающем предположении, что на каждом из треков измерено всего по 4 точки с равными весами. Тогда уравнение (34) запишется в виде

$$A S_{cp}^{-4} + B S_{cp}^{-1} + C S_{cp} = 0. \quad (35)$$

Чтобы компенсировать сделанную таким образом погрешность, в программу введен экспериментально подбираемый коэффициент λ :

$$S_{cp, \text{прогр}} = S_{cp} \lambda + S^* (1 - \lambda), \quad (36)$$

где S^* обращает в минимум \mathcal{D}_3 .

Покажем, что при определении четырех параметров из выражения (18) мы получаем смещенные оценки ρ^{-1} и β .

Для простого случая измерения на треке четырех точек с равными весами получим

$$\tilde{\rho}^{-1} = \rho_0^{-1} + \frac{1}{2} \rho_1^{-1} - \frac{1}{2} \rho_2^{-1}, \quad (37)$$

$$\tilde{x}^* = -3 \frac{x_0 \ln 2}{S} \cdot \frac{\rho_0^{-1} - \rho_2^{-1}}{2\rho_0^{-1} + \rho_1^{-1} - \rho_2^{-1}}, \quad \text{ж)} \quad (38)$$

где излучение γ -квантов предполагается происходящим только во второй и третьей точках трека, импульсы ρ_0 , ρ_1 и ρ_2 относятся соответственно к первому, второму и третьему интервалам.

Из (37) имеем

$$\overline{\rho}^{-1} = \rho_0^{-1} \left(1 - \frac{1}{2} t x^* + \dots\right), \quad (39)$$

$$\overline{\beta} = \beta_0 + \frac{1}{108} \frac{434 x^* S^2}{x_0 \rho_0 \ln 2} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{x^* S}{x_0 \ln 2} + \dots\right), \quad (40)$$

$$\text{где } t = \frac{1}{3}.$$

Эти выражения показывают, что оценки ρ^{-1} и β смещены.

Выполненная на ЭВМ численная проверка подтвердила наличие систематического смещения в оценках ρ^{-1} и β и для общего случая. Величину систематического смещения ρ^{-1} можно вычислить двумя способами:

- 1) из формулы (39), куда входит x^* ,
- 2) из формул (37)-(38), используя индивидуальную оценку \tilde{x}^* для каждого из треков.

Применение второго способа дает значительно меньшую дисперсию величины ρ^{-1} .

Рассмотрим два пути вычисления смещения с использованием индивидуального \tilde{x}^* .

- ж) $\tilde{\rho}^{-1}$ и \tilde{x}^* - оценки ρ^{-1} и x^* , получаемые для каждого трека в отдельности, в отличие от величины x^* , характеризующей всю выборку.

а) Определив из условия минимума (18) набор параметров $(\rho^{-1}, \beta, \gamma, \tilde{x}^*)$, производим замену $x \rightarrow \tilde{x}_{\text{нов.}}$, где

$$\tilde{x}_{\text{нов.}}^* = F(\tilde{x}^*), \quad (41)$$

и снова вычисляем оценки $(\rho^{-1}, \beta, \gamma)$ при фиксированном значении $\tilde{x}_{\text{нов.}}^*$. Функция F подбирается так, чтобы оценка ρ^{-1} не имела смещения. Для простого случая трека, состоящего из четырех равно-весных точек, имеем

$$\tilde{x}_{\text{нов.}}^* = \frac{2}{3} \tilde{x}^* \left(1 + \frac{7}{12} \frac{\tilde{x}^* S}{x_0 \ln 2}\right). \quad (42)$$

б) Можно составить из выражений (37)-(38) величину ρ_{**}^{-1} так, чтобы $\overline{\rho}_{**}^{-1}$ совпадало с ρ_0^{-1} по крайней мере до величины первого порядка относительно $t x^*$. Легко видеть, что можно положить

$$\rho_{**}^{-1} = \tilde{\rho}^{-1} \left(1 + \frac{1}{2} \tilde{x}^* t\right). \quad (43)$$

Тогда

$$\overline{\rho}_{**}^{-1} = \rho_0^{-1} \left[1 - \frac{1}{4} (\tilde{x}^* t)^2\right], \quad (44)$$

здесь

$$t = \frac{1}{3}.$$

4. Описание программы

Рассматриваемый алгоритм определения параметров электрона (см. рис. 2) реализован в программе геометрической реконструкции "I-7" /8/.

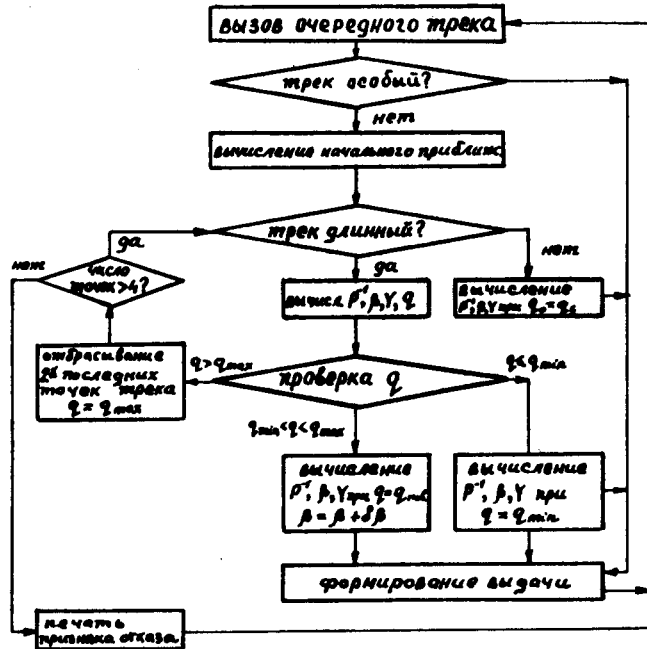


Рис. 2.

Блок-схема программы определения параметров электрона.

Параметры электрона определяются из предварительно вычисленных пространственных координат точек трека, их ошибок и компонент магнитного поля в измеренных точках.

Начальное приближение для параметров вычисляется способом, приведенным в работах /6, 12/.

Изменение импульса электрона вдоль по треку задается в виде

$$\frac{dP}{dS} = -\frac{a_{1e}}{\sqrt{\beta}} \left(\ln \frac{v^2}{1-v^2} - v^2 + a_{2e} \right) - \frac{\rho(1+\beta)}{X_0} q, \quad (45)$$

где

v - скорость электрона,
 a_{1e}, a_{2e} - коэффициенты, задающие ионизационные потери,
 β - константа /13/.

В качестве четвертого параметра в программе используется

$$q = \frac{\alpha^*}{en^2}.$$

В начальном приближении значение q фиксировано: q^{-1} задается в блоке CONS ($q^{-1} = \text{CONS}(22)$). Значения q^{-1} для различных α и t приведены в таблице 3.

В начальном приближении можно ограничиться одним значением q , выбранным для среднего значения t по всей совокупности измеренных треков.

После работы блока начального приближения имеем начальные оценки импульса P и угла погружения α . По формуле (8) в программе производится вычисление интервала δS ($\beta = \text{CONS}(64)$). Полагаем $t = \delta S (X_0 \ln 2)^{-1}$.

Если $S' \leq \delta S$, то на таком треке практически невозможно определить при просмотре, было ли излучение, поэтому при выдаче результатов программы ставится специальная метка.

Для определения ветви расчета по формуле (36) необходимо иметь величину α^* . Эта величина может быть вычислена по формуле (4), исходя из t и порога обрезания α , который был установлен при просмотре и задан в блоке CONS ($\alpha = \text{CONS}(62)$).

Для $S' > S_{gr}$ определяем 4 параметра и в качестве начального приближения для параметра q берем $q = \alpha^* (en^2)^{-1}$.

В процессе итераций из-за флуктуаций параметр q для отдельных треков может выйти за пределы области его определения $(0, q_{max})$. В случае выхода q за нижний предел дальнейшие итерации для (P^{-1}, β_0, Y_0) выполняются при фиксированном q_{min} .

При $q > q_{max}$ естественно предположить, что большой сброс имеет место в конце трека. Поэтому отбрасываются две последние точки на треке и итерационный процесс продолжается, начиная со значения $q = q_{max}$. $q_{max} = \frac{\alpha_{max}}{\epsilon n^2}$ определяется из условий просмотра и задается в блоке $CONS(q_{max} = CONS(63))$. Среднее по всей выборке значение импульса, вычисляемого по ветви с четырьмя параметрами, зависит от величины q_{max} : чем больше q_{max} , тем больше \bar{p} .

Для $S \leq S_{cr}$ определяет 3 параметра при фиксированном

$$q = q_f.$$

Очевидно, что среднее значение p , определенное для таких треков, зависит от выбранного значения q_f .

Это значение q_f выбирают, исходя из распределения потерь на излучение для треков, которые вышли на ветвь с тремя параметрами. Грубо говоря, все такие треки имеют потери, близкие к (αp) .

Для проверки алгоритмов программы были сгенерированы две группы электронных треков в пропане, по 500 треков в каждой группе. Генерация проводилась в магнитном поле с $H = 1,67$ тл. при $\beta = 1,57$ и $\alpha = 0$. Максимальное количество измеренных точек на треке - 21; трек обрывался, если потери на излучение на любом участке длиной δS превышали $0,6 p_{текущее}$ ($\alpha = 0,6$) или если угол поворота трека превышал $\frac{\pi}{2}$.

Первая группа с начальным импульсом 300 Мэв/с ($S_{max} = 30$ см, $\delta S = 9$ см) была обработана программой полностью.

При обработке второй группы с начальным импульсом 800 Мэв/с ($S_{max} = 70$ см, $\delta S = 14$ см) программа отбраковала 5 треков, имевших резкие искажения из-за многократного рассеяния.

На части треков в каждой из групп было значительное излучение в самом начале (правая часть распределения $\frac{dN}{dp^2}$, рис.3).

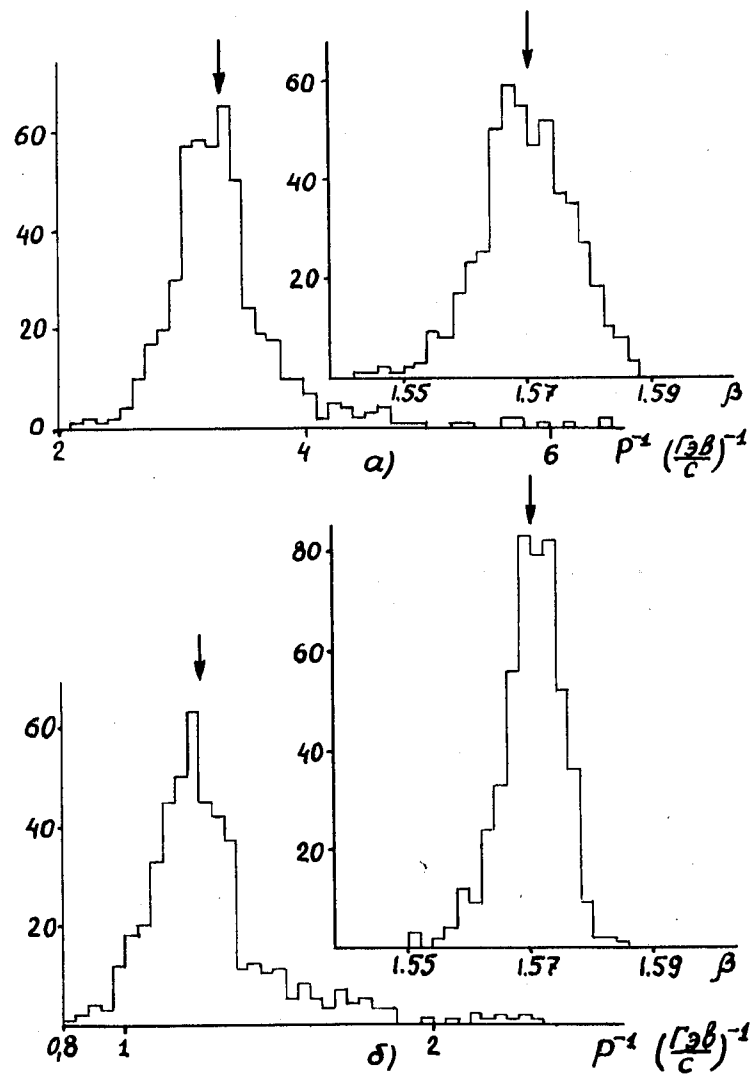


Рис. 3.
Распределение числа случаев по p^{-1} и β .

При вычислении средних значений такие случаи исключались, так как они попадали за три ошибки.

Вид распределений для ρ^{-1} и β представлен на рис.3, средние значения различных величин - в таблице 4.

Из рис.3 и таблицы 4 следует, что программа правильно определяет параметры и их ошибки.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.Behr and P.Mittner, Nucl. Instr. and Methods, 20, 446 (1963).
2. В.Г.Гришин, Э.П.Кистенев, Л.И.Лепилова, В.И.Мороз, Му Цэнь. Препринт ОИЯИ, P-2277, Дубна, 1965.
3. D.Morellet
Electrons, Gammas and π^0 , in Heavy Liquid Bubble Chambers. Strasbourg-Belgrade, 1968.
4. Б.А.Манюков, П.В.Шляпников. Препринт ОИЯИ, P10-4255, Дубна, 1969 г., ПТЭ, 1970, № 2, стр. 59-61.
5. Л.Н.Гердюков, Б.А.Манюков, П.В.Шляпников. Препринт ОИЯИ, P10-4769, Дубна, 1969.
6. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, А.П.Стедьмах, Г.Н.Тентькова. Препринт ОИЯИ, P10-3768, Дубна, 1968, ВИНТИ № 377-68. Реферат в ПТЭ, 1968, № 6, стр.210.
7. П.Керачев. Сообщения ОИЯИ, P1-5357, Дубна, 1970.
8. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, А.П.Стедьмах, Г.Н.Тентькова. Сообщения ОИЯИ, IO-5994, Дубна, 1972.
9. В.Гайтлер. Квантовая теория излучения. ИЛ, Москва, 1956.
10. D.Morellet, CERN, 64-13, vol. IV, p.217 (1965).
11. И.М.Граменицкий, Л.А.Тихонова, П.В.Шляпников. Препринт ОИЯИ, P-2146, Дубна, 1965.

12. Г.А.Емельяненко, К.П.Ломов, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Сайтов, А.П.Стедьмах. Препринт ОИЯИ, P-2829, Дубна, 1966. G.I. Makarenko, V.I. Moroz, I.S. Saitov, A.P. Stelmakh Nucl. Instr. and Methods, v.72, (1969), 347-350.
13. Основные формулы физики (под редакцией Д.Мензела). ИЛ, Москва, 1957.
14. Г.Я.Любарский, И.А.Колтунов, Р.И.Адушкина. ПТЭ, 1970, № 2, стр. 256.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 января 1973 года.

Таблица I.

T К	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
0.01	0.1017	0.2096	0.3249	0.4496	0.5865	0.7400
0.02	0.1008	0.2079	0.3226	0.4469	0.5836	0.7373
0.04	0.0990	0.2046	0.3181	0.4415	0.5779	0.7319
0.08	0.0957	0.1983	0.3094	0.4312	0.5668	0.7213
0.16	0.0896	0.1868	0.2934	0.4118	0.5456	0.7006

Таблица 2

T	I	Q	I	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	J
	I	KAPPA0	I	0.0000	0.0000	0.0005	0.0160	0.2189	∞
	I	KAPPA1	I	0.0000	0.0000	0.0006	0.0173	0.2337	1
	I	KAPPA	I	0.0000	0.0000	0.0006	0.0161	0.2204	10
0.1	I	KAPPA	I	0.0000	0.0000	0.0006	0.0162	0.2219	5
	I	KAPPA0	I	0.0000	0.0014	0.0177	0.0992	0.4104	∞
	I	KAPPA1	I	0.0000	0.0016	0.0205	0.1140	0.4539	1
	I	KAPPA	I	0.0000	0.0014	0.0180	0.1007	0.4150	10
0.2	I	KAPPA	I	0.0000	0.0014	0.0183	0.1022	0.4195	5
	I	KAPPA0	I	0.0003	0.0102	0.0573	0.1882	0.5196	∞
	I	KAPPA1	I	0.0003	0.0126	0.0705	0.2263	0.5872	1
	I	KAPPA	I	0.0003	0.0104	0.0587	0.1921	0.5270	10
0.3	I	KAPPA	I	0.0003	0.0107	0.0600	0.1961	0.5343	5
	I	KAPPA0	I	0.0019	0.0281	0.1046	0.2634	0.5905	∞
	I	KAPPA1	I	0.0023	0.0368	0.1350	0.3278	0.6769	1
	I	KAPPA	I	0.0019	0.0290	0.1078	0.2703	0.6005	10
0.4	I	KAPPA	I	0.0019	0.0299	0.1109	0.2771	0.6100	5
	I	KAPPA0	I	0.0056	0.0519	0.1516	0.3253	0.6409	∞
	I	KAPPA1	I	0.0079	0.0715	0.2035	0.4156	0.7415	1
	I	KAPPA	I	0.0059	0.0539	0.1571	0.3353	0.6530	10
0.5	I	KAPPA	I	0.0061	0.0559	0.1625	0.3450	0.6645	5
	I	KAPPA0	I	0.0122	0.0785	0.1953	0.3766	0.6787	∞
	I	KAPPA1	I	0.0179	0.1131	0.2707	0.4907	0.7900	1
	I	KAPPA	I	0.0128	0.0922	0.2035	0.3896	0.6928	10
0.6	I	KAPPA	I	0.0133	0.0857	0.2115	0.4022	0.7060	5
	I	KAPPA0	I	0.0212	0.1061	0.2352	0.4197	0.7084	∞
	I	KAPPA1	I	0.0326	0.1585	0.3346	0.5552	0.8275	1
	I	KAPPA	I	0.0223	0.1117	0.2462	0.4356	0.7241	10
0.7	I	KAPPA	I	0.0235	0.1171	0.2569	0.4509	0.7388	5
	I	KAPPA0	I	0.0321	0.1334	0.2713	0.4564	0.7324	∞
	I	KAPPA1	I	0.0516	0.2056	0.3943	0.6106	0.8571	1
	I	KAPPA	I	0.0341	0.1412	0.2852	0.4751	0.7497	10
0.8	I	KAPPA	I	0.0362	0.1489	0.2988	0.4930	0.7655	5
	I	KAPPA0	I	0.0445	0.1598	0.3039	0.4880	0.7522	∞
	I	KAPPA1	I	0.0743	0.2531	0.4494	0.6585	0.8808	1
	I	KAPPA	I	0.0476	0.1701	0.3208	0.5095	0.7709	10
0.9	I	KAPPA	I	0.0507	0.1801	0.3371	0.5297	0.7878	5

Таблица 3

T	I	KAPPA	I	.2	I	.4	I	.6	I
	I	F-K*	I	0.0133	I	0.0705	I	0.2325	I
0.02	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.3342	I	1.5311	I	0.9401	I
	I	F-K*	I	0.0141	I	0.0748	I	0.2473	I
0.04	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.3878	I	1.5698	I	0.9470	I
	I	F-K*	I	0.0148	I	0.0789	I	0.2616	I
0.06	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.4414	I	1.5886	I	0.9540	I
	I	F-K*	I	0.0155	I	0.0828	I	0.2756	I
0.08	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.4951	I	1.6074	I	0.9610	I
	I	F-K*	I	0.0162	I	0.0865	I	0.2892	I
0.10	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.5488	I	1.6263	I	0.9680	I
	I	F-K*	I	0.0168	I	0.0900	I	0.3024	I
0.12	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.6026	I	1.6452	I	0.9751	I
	I	F-K*	I	0.0173	I	0.0933	I	0.3153	I
0.14	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.6564	I	1.6642	I	0.9822	I
	I	F-K*	I	0.0178	I	0.0965	I	0.3278	I
0.16	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.7102	I	1.6831	I	0.9893	I
	I	F-K*	I	0.0183	I	0.0996	I	0.3400	I
0.18	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.7640	I	1.7021	I	0.9965	I
	I	F-K*	I	0.0188	I	0.1025	I	0.3518	I
0.20	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.8179	I	1.7212	I	1.0038	I
	I	F-K*	I	0.0192	I	0.1052	I	0.3632	I
0.22	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.8718	I	1.7402	I	1.0110	I
	I	F-K*	I	0.0196	I	0.1078	I	0.3744	I
0.24	I	CONS22=LOG2/K*	I	3.9257	I	1.7593	I	1.0183	I

Таблица 4
 Результаты проверки программы

Величина \ Генератор	$P_{\text{ген.}}^{-I} = 3,33 (\text{ГэВ/с})^{-I}$ (300 МэВ/с)	$P_{\text{ген.}}^{-I} = 1,25 (\text{ГэВ/с})^{-I}$ (800 МэВ/с)
$\overline{P^{-I}} (\text{ГэВ/с})^{-I}$	3,31	1,25
$\Delta \overline{P^{-I}} (\text{ГэВ/с})^{-I}$	0,02	0,01
$\sqrt{(P^{-I} - \overline{P^{-I}})^2} (\text{ГэВ/с})^{-I}$	0,40	0,19
$(P - \overline{P})^2 / D(P)$	$0,89 \pm 0,07$	$0,96 \pm 0,07$
$\overline{\beta}$ рад.	1,57000	1,57022
$\Delta \overline{\beta}$ рад.	0,00045	0,00022
$\sqrt{(\beta - \overline{\beta})^2}$ рад.	0,0070	0,0048
$(\beta - \overline{\beta})^2 / D(\beta)$	$0,90 \pm 0,06$	$1,05 \pm 0,06$