

12/11

M-80

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

970/2-73

P10 - 6868



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ТОЧНЫЙ УЧЕТ
ФЛЮКТУАЦИЙ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ
ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ

1972

P10 - 6868

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

**ТОЧНЫЙ УЧЕТ
ФЛУКТУАЦИЙ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ
ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ**

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. В^{/1-9/} рассматривается задача определения кинематических параметров электронов* в пропановых, пропан-фреоновых, водородно-неоновых пузырьковых камерах, помещенных в магнитное поле.

При этом делаются предположения, которые рассматриваются ниже.

а/ Магнитное поле достаточно велико, чтобы основная информация об импульсе отдельного электрона содержалась в кривизне измеряемой части его траектории. Это позволяет пренебречь информацией об импульсе, которую можно получить из изучения многократного рассеяния. Многократное рассеяние рассматривается только как фактор, снижающий точность измерений.

б/ Многократное рассеяние и измерительные ошибки считаются малыми, поэтому в задаче можно ограничиться только линейными членами относительно них.

в/ Измеряется только та часть трека, на которой потери энергии на излучение не были особенно велики. Это позволяет аппроксимировать импульс вдоль трека некоторой функцией $P=P(S,Q)$, где S - длина, Q характеризует среднее изменение P вдоль трека.

Если трек достаточно длинный, то определяются одновременно (P^{-1}, Q, β) . Для коротких треков определяются (P^{-1}, β) , а Q полагается равным некоторому \bar{Q} /среднему/.

Влияние флюктуаций излучения учитывается введением корреляционной матрицы весов измеренных точек $G_{\text{рад},i,j} = (Y_i - \bar{Y}_i)(Y_j - \bar{Y}_j)$, где Y - измеряемая координата, а усреднение проводится с учетом распределения потерь на излучение по всему множеству измеряемых треков. Введение матрицы $G_{\text{рад}}$ дает возможность решать задачу методом наименьших квадратов.

* P^{-1} - обратный импульс, β - азимутальный угол, α - угол погружения.

г/ Начальное приближение считается достаточно хорошим, чтобы уточнение параметров можно было вести методом последовательных приближений, используя линеаризацию на каждом из этапов.

2. Определенный произвол в задаче, который появляется при выборе способа введения параметра Q , и пренебрежения, которые имеют место при введении матрицы $G_{\text{рад}}$, сделали необходимым проведение точного учета флюктуаций тормозного излучения при сохранении остальных предположений /п. 1, а, б, г/ /10/

Пусть на треке измерено N точек, система координат выбрана таким образом, что $X_{\Sigma} = Y_{\Sigma} = Y_{\Sigma N} = 0$, угол $|\beta|$ достаточно мал вдоль всего трека, магнитное поле $|H_z| \gg |H_x|$ и $|H_z| \gg |H_y|$. В этих предположениях задачи определения (P^{-1}, β) и a могут быть рассмотрены отдельно /6/.

В данной работе определяются величины P^{-1} и β .

3. Запишем функцию правдоподобия рассматриваемой задачи в виде /10/

$$L = \text{const} \left\{ \prod_{j=2}^N \left[P_{j-1}^{-1} \left(\ln \frac{P_{j-1}}{P_{j-1} - \gamma_j} \right)^{t_j - 1} \right] \right\} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_i^2}{D_{\epsilon}} + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\delta_j^2}{D\delta_j} + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\eta_j^2}{D\eta_j} \right) \right], \quad /1/$$

$$\text{где } t_j = (S_j - S_{j-1}) (X_0 \ln 2)^{-1}, \quad /2/$$

$$P_j = P - \sum_{i=1}^{j-1} \gamma_i - \bar{\Delta P}_j \text{ ион.}, \quad /3/$$

γ_j - радиационные потери на интервале j , X_0 - радиационная длина среды, ϵ - измерительные ошибки, δ_j, η_j описывают многократное рассеяние на j -ом интервале.

Неэкспоненциальный член в /1/ получен из формулы для потерь на излучение /11/ в предположении, что $P_j \gg m_e (c=1)$.

Уравнения связи запишем в виде

$$F_i = (Y_{\Sigma i} - Y_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j S_{ij}^* \cos \alpha - \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j - \epsilon_i = 0, \quad /4/$$

где

$$Y_i = \int_0^{S_i} \sin \beta \cos \alpha \, dS + Y, \quad /5/$$

$$\beta = \beta(P, \gamma, S), \quad /6/$$

$S_{i,j}^*$ - расстояние от середины j -интервала до точки i .

При вычислении β и Y_i считается, что: а/ ионизационные потери /3/ зависят только от начального импульса и средних потерь на излучение, б/ потери на излучение γ_j линейно распределены вдоль интервала.

Условия обращения в максимум функции правдоподобия /1/ с учетом уравнений связи /4/ равнозначны условиям минимума по $P^{-1}, \beta, Y, \gamma, \epsilon, \delta, \eta, \lambda$ производящей функции Лагранжа Q .

$$Q = A^{-1} \sum_{j=2}^N f_j + \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_i^2}{D_\epsilon} + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\delta_j^2}{D_{\delta_j}} + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\eta_j^2}{D_{\eta_j}} + \sum_{i=1}^N \lambda_i F_i, \quad /7/$$

где

$$f_j = -2 \ln \left[P_{j-1}^{-1} \left(\ln \frac{P_{j-1}}{P_{j-1} - \gamma_j} \right)^{t-1} \right], \quad A = 1,$$

λ_i - неопределенные множители Лагранжа.

Таким образом, получается следующая система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \gamma_j} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial (P^{-1})} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial Y} = 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial \lambda_i} = 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial \epsilon_i} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \delta_j} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \eta_j} = 0, \end{aligned} \right\} /8/$$

$$i = 1, \dots, N,$$

$$j = 1, \dots, N-1.$$

Из последних 4 групп уравнений получаем

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^N G_{i,j}^{-1} (Y_j - Y_j), \quad /9/$$

где $G_{i,j}^{-1}$ - элементы матрицы, обратной к сумме матриц многократного рассеяния и измерительных ошибок /6/.

Подставив /9/ в /8/, получим нелинейную систему $(N+2)$ уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma_j} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial P^{-1}} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial Y} = 0 \quad /10/$$

относительно $P^{-1}, \beta, Y, \gamma_j (j=1, \dots, N-1)$, которая может быть решена итерациями.

4. Решение системы /10/ фактически ведется с удержанием квадратичных членов в разложении f_j по поправкам к γ_j /величина $\Delta \gamma_j$ /.

На рис. 1 показана зависимость f_j от γ_j . Если взять разложение

$$f_a = f(\gamma) + \frac{\partial f}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} (\Delta \gamma)^2, \quad /11/$$

то аппроксимирующая парабола будет иметь максимум при $\Delta \gamma = \gamma$. Поскольку система /8/ соответствует необходимому условию существования экстремума Q , а не минимума, который нам нужен использование /11/ приводит к выходу системы в седловую точку /максимум по γ и минимум по остальным параметрам/.

Поэтому разложение /11/ заменяем функцией

$$f^* = f(\gamma) + \frac{\partial f}{\partial \gamma} \Delta \gamma - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} (\Delta \gamma)^2, \quad /12/$$

которая имеет минимум при $\Delta \gamma = -\gamma$; как и исходная $f(\gamma)$.

5. Сложность поиска решения системы /10/ состоит в том что f_j и их производные имеют особенности при $\gamma_j \rightarrow 0$.

На рис. 2 показана зависимость Q /для $\lambda=0$ / от γ_j . Q стремится к $-\infty$ при $\gamma_j \rightarrow 0$, поэтому, если в процессе итераций γ_j становится достаточно малым, то γ_j заведомо устремится к 0. Для расширения области поиска значений γ в программу введен множитель A^{-1} /7/.

6. В тех случаях, когда γ_j в процессе итераций попадает в "яму" около 0, соответствующее f_j исключается из Q и в выражении /3/ полагается

$$\gamma_j = \bar{\gamma}_{\min} (\Delta S_j).$$

Практически после нескольких итераций оказывается, что либо исключаются все f /т.е. все $\gamma = \bar{\gamma}_{\min}$ /, либо остается только от 1 до 4 функций f и, таким образом, решается система относительно /3-7/ параметров.

7. Изложенный метод определения параметров электрона реализован в программе *OPTIME*, написанной на языке *FORTRAN* для ЭВМ БЭСМ-6.

Проверка метода выполнялась для электронных треков, смоделированных в пропане /12/, при $H_z = 1,67$ тл. и $P = 3000$ эв/с. Максимальная длина треков составляла 30 см при 21 измеренной точке. Треки обрезались, если потери на интервале 3 см превышали 0,6 P текущего или если угол поворота превышал 90° .

На рис. 3 представлено распределение величин P^{-1} , вычисленных программой *OPTIME*. В качестве начального приближения использовались истинные значения γ на всех интервалах /"идеальное" начальное приближение/.

Полученные дисперсии показывают, что наилучшая точность достигается при $A = 1$ и 10.

На рис. 4 представлено распределение P^{-1} для тех же самых треков, но в качестве начального значения γ использовались средние потери на излучение, т.е. $\gamma_j = k P_{j-1}$. Здесь совершенно отчетливо видно, что наилучшая точность достигается при $A = 10$. Дисперсия P^{-1} для такого начального приближения, конечно, оказалась несколько больше, чем для рассмотренного выше идеального случая.

Представляет интерес сравнить дисперсии P^{-1} для "идеального" начального приближения, для использования средних потерь в качестве начального приближения / $A = 10$ / и дисперсию P^{-1} для тех же самых треков, обработанных по программе /9/.

$$\sqrt{D(P^{-1})}_{\text{"идеальное" н.п.}} = 0,00030 / \text{Мэв/с/}^{-1},$$

$$\sqrt{D(P^{-1})}_{\text{средние потери н.п.}} = 0,00036 / \text{Мэв/с/}^{-1},$$

$$\sqrt{D(P^{-1})}_{\text{программа /9/}} = 0,00043 / \text{Мэв/с/}^{-1}.$$

Сравнение показывает, что точность рассматриваемого метода превышает, хотя и ненамного, точность метода, используемого в /9/.

В заключение авторы выражают благодарность Г.И.Макаренко за постоянный интерес к работе.

Литература

1. L.Behr and P.Mittner. *Nucl. Instr. and Methods*, v. 20, p.446 (1963).
2. В.Г.Гришин, Э.П.Кистенев, Л.И.Лепилова, В.И.Мороз, Му Цзюнь. *Препринт ОИЯИ, Р-2277, Дубна, 1965.*
3. D.Morellet. *Electrons, Gammas and π^0 in Heavy Liquid Bubble Chambers. Strasbourg Belgrade, 1968.*
4. Б.А.Манюков, П.В.Шляпников. *Препринт ОИЯИ, Р10-4255, Дубна, 1969.*
5. Л.Н.Гердюков, Б.А.Манюков, П.В.Шляпников. *Препринт ОИЯИ, Р10-4769, Дубна, 1969.*
6. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, Г.Н.Тентюкова. *Препринт ОИЯИ, Р10-3768, Дубна, 1968; Изд. ВИНТИ, №377-68; реферат в ПТЭ, №6, 1968.*
7. П.Керачев. *Сообщение ОИЯИ, Р1-5357, Дубна, 1970.*
8. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, Г.Н.Тентюкова. *Сообщение ОИЯИ, 10-5994, Дубна, 1972.*
9. В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова. *Сообщение ОИЯИ, Р10-6869, Дубна, 1972.*
10. Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Саитов, А.П.Стельмах. *Сообщение ОИЯИ, Р10-3737, Дубна, 1969.*
11. В.Гайтлер. *Квантовая теория излучения. ИЛ, Москва, 1956.*
12. А.У.Абдурахимов, К.П.Вишневская, Нгуен Дин Ты. *Сообщение ОИЯИ, 1-5462, Дубна, 1970.*

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1972 года.

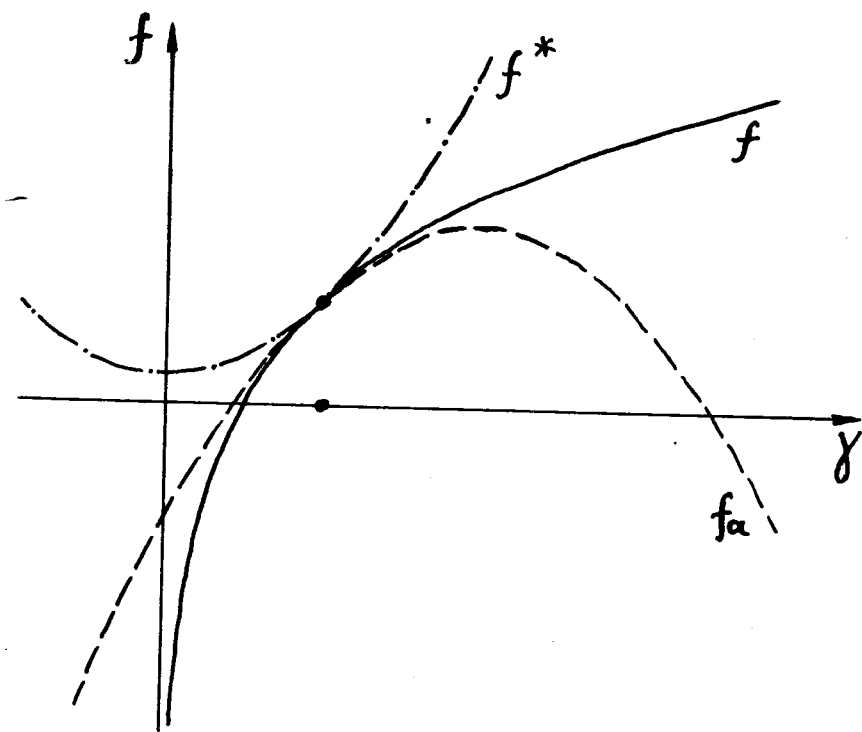


Рис. 1. Аппроксимация функции f .

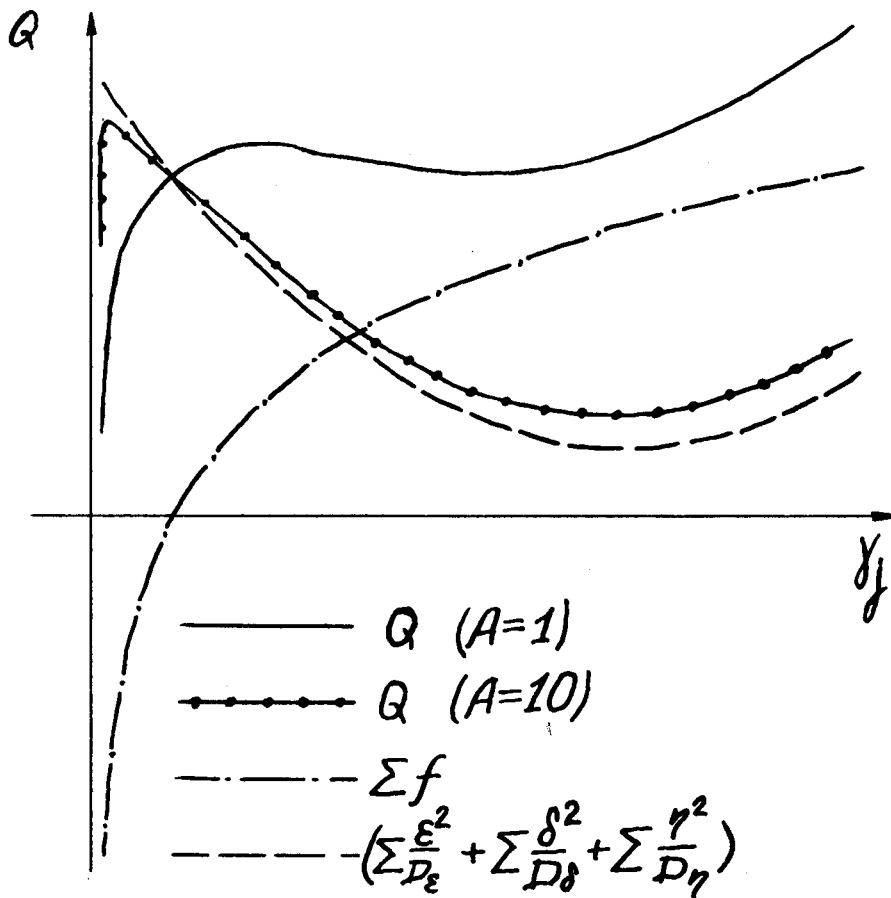


Рис. 2. Зависимость Q от y для разных A .

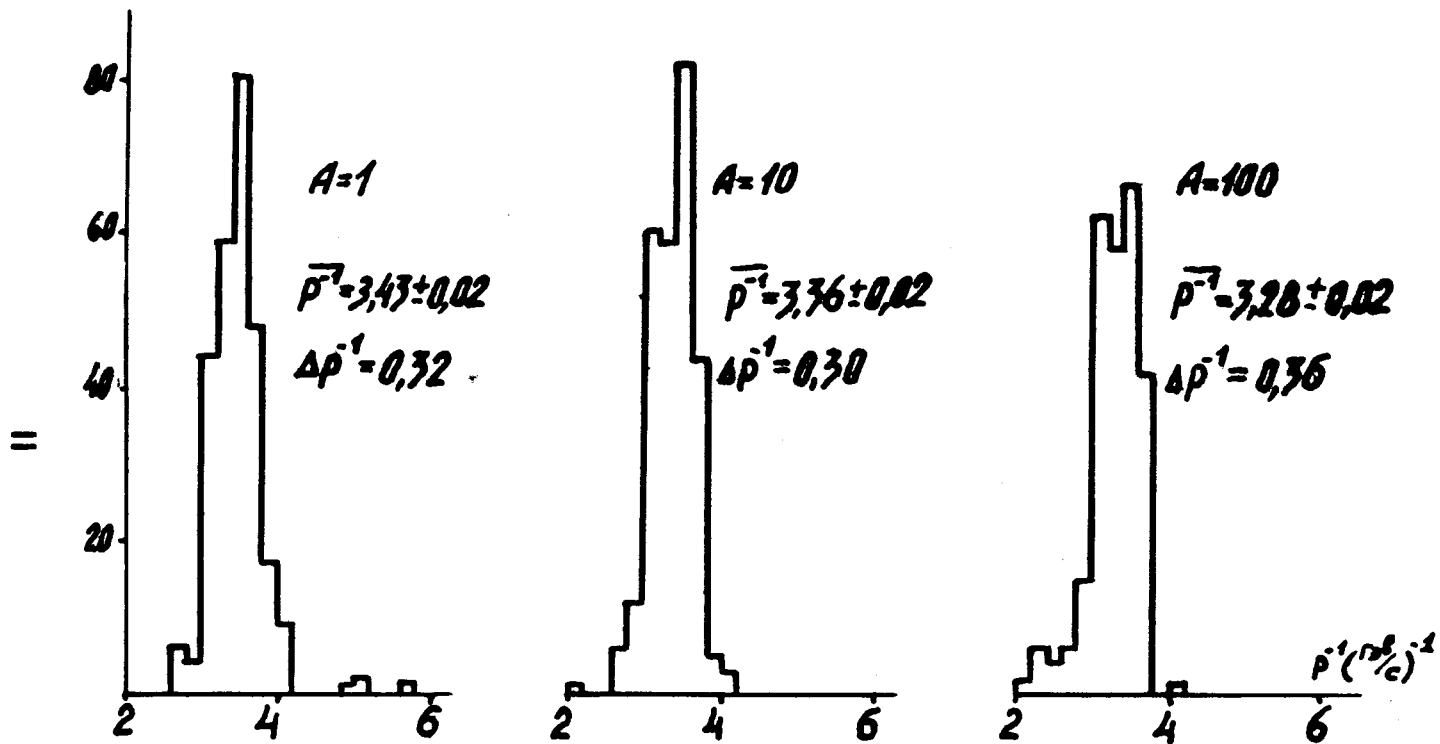


Рис. 3а. Распределение величин P^{-1} . Число смоделированных треков - 276, "идеальное" начальное приближение. Смещение \bar{P}^{-1} связано с тем, что при счете в формуле /13/ было положено $\bar{\gamma}_{min} = 0$.

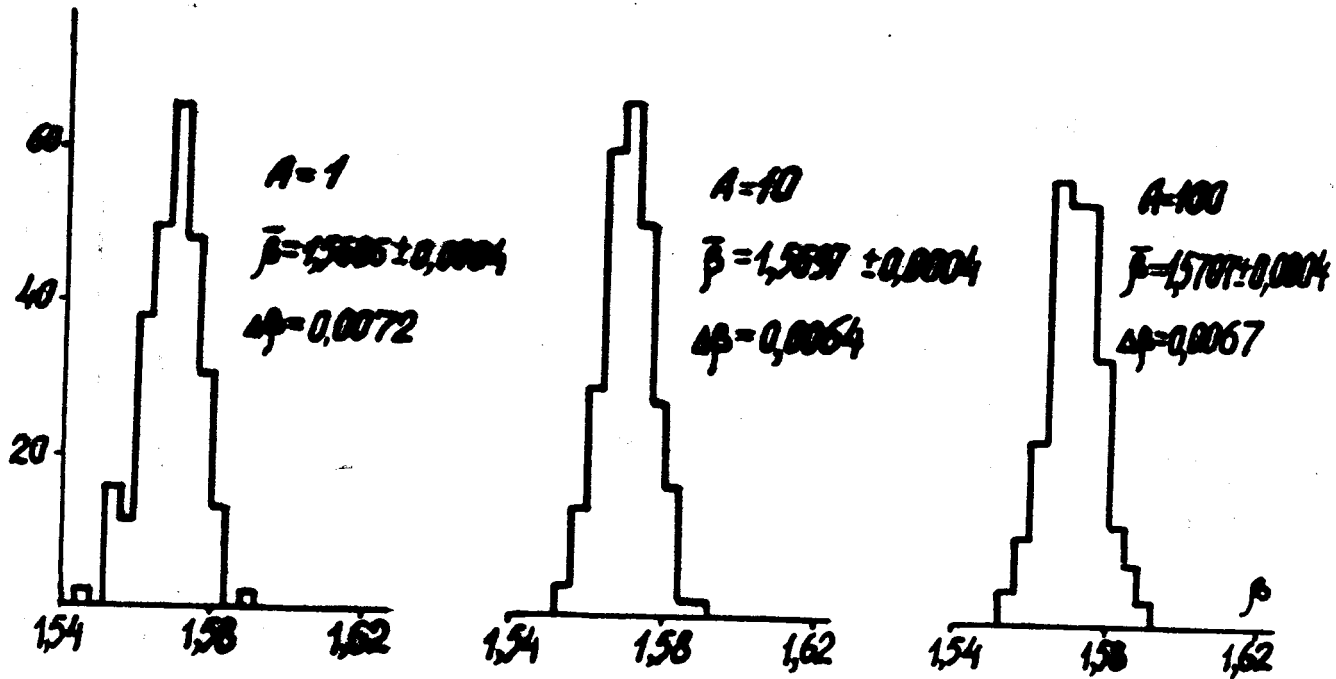


Рис. 36. Распределение величин β . "Идеальное" начальное приближение.

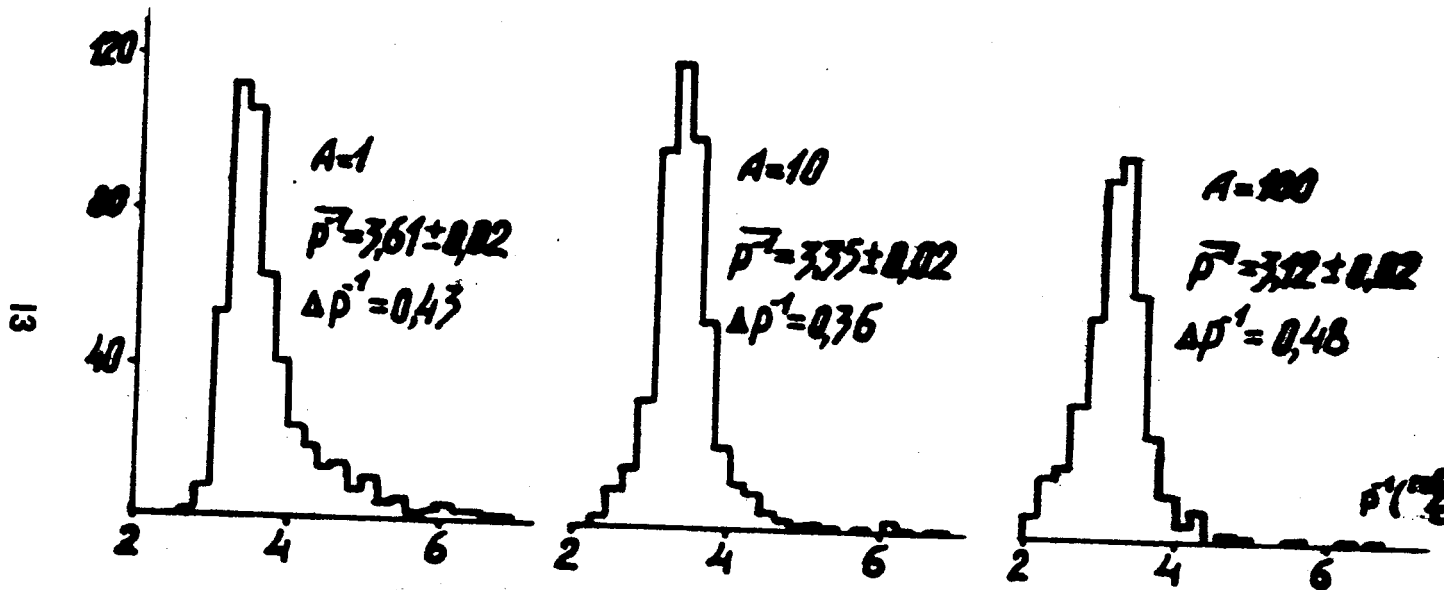


Рис. 4а. Распределение величин P^{-1} . Число смоделированных треков - 500, в качестве начальных значений величин y использовались средние потери на излучение. Смещение \bar{P}^{-1} связано с тем, что при счете в формуле /13/ было положено $y_{min} = 0$.

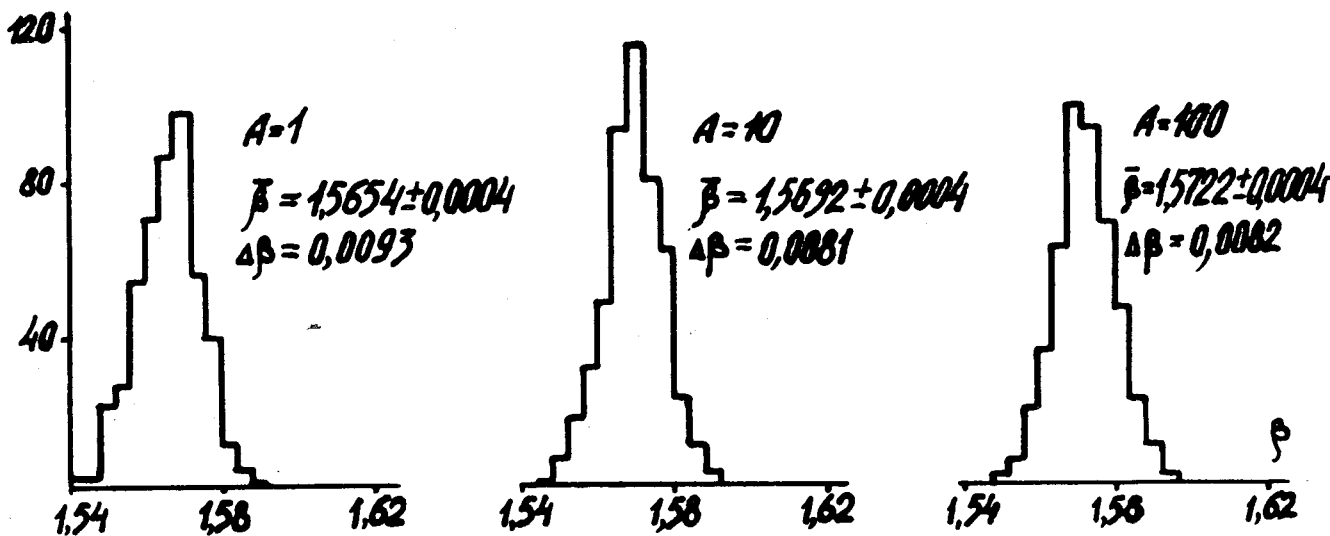


Рис. 46. Распределение величин β . В качестве начальных значений величин γ использовались средние потери на излучение.