

СЗ44.1Т + 4840В

М-80

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P10 - 6125

49/1-72

6125



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЦЫ
С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОГО ИЗЛОМА
ЕЕ ТРЕКА В КАМЕРЕ

1971

P10 - 6125

В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЦЫ
С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОГО ИЗЛОМА
ЕЕ ТРЕКА В КАМЕРЕ

Среднеазиатский институт
ядерных исследований
БАШКИРИЯ

При движении в пузырьковой камере частица испытывает как многократное рассеяние, так и однократное рассеяние (кулоновское и ядерное), которое приводит к появлению на треке излома. Визуально не всегда легко выделить точку излома. Наличие же излома резко искажает форму траектории, меняет стрелу прогиба трека и, следовательно, ведет к ошибочному определению параметров частицы (импульса и углов), если не вносятся соответствующие изменения в алгоритмы. Для некоторых физических задач определение угла излома представляет самостоятельный интерес.

В настоящей статье рассматривается алгоритм определения параметров частицы, в котором учтено, что частица может с определенной (небольшой) вероятностью испытать однократное рассеяние, а также учтены эффекты, возникающие из-за измерительных ошибок, многократного рассеяния, неоднородности магнитного поля и ионизационных потерь. Рассматриваемый алгоритм позволяет определить величину проекции угла излома на плоскость, перпендикулярную магнитному полю^{ж)}. Алгоритм запрограммирован на языке ФОРТРАН и включен в программу геометрической реконструкции "I-7"/2/.

^{ж)} Общая задача определения пространственного угла излома для случая магнитоотрицательных искровых камер рассмотрена в /1/. Для пузырьковых камер и камер Вильсона достаточно ограничиться только проекцией угла, т.к. точности определения координат в камере резко различны по осям.

§ I. Функция правдоподобия и определение параметров трека

Пусть вклад в угол рассеяния δ_i на i -том интервале дадут два процесса - многократное кулоновское рассеяние (индекс - "кул") и однократное ядерное рассеяние (индекс - "изл"). Вероятность ядерного рассеяния на любой угол $\delta_{изл i}$ запишем как $\Omega_{изл i} = W_{изл} \cdot \Delta S_i$, где ΔS_i - длина интервала, $W_{изл}$ - константа, зависящая от типа частицы, ее импульса и характеристик среды. Заметим, что в реальных условиях $\Omega_{изл i} \ll 1$. Многократное рассеяние на интервале хорошо описывается распределением Ферми ^{/3/}, которое запишем в виде произведения двух нормальных распределений ^{*) /4/}:

$$W_{кул i}(\delta_{кул i}, \eta_{кул i}) = n(\delta_{кул i}, 0, \sqrt{D\delta_{кул i}}) \cdot n(\eta_{кул i}, 0, \sqrt{D\eta_{кул i}}), \quad (I)$$

где $D\delta = \frac{1}{2} D \cdot \Delta S$, $D\eta = \frac{1}{24} D(\Delta S)^3$, $D = \left(\frac{212}{\rho v}\right)^2 \frac{1}{X_0}$,

*) Если частица первоначально двигалась вдоль оси OX, то после прохождения слоя x будем иметь

$$y = \frac{1}{2} x \delta + \eta, \quad (2)$$

где через y обозначена проекция на плоскость XOY поперечного смещения частицы.

λ_0 - радиационная длина (см),
 V - скорость в единицах C ,
 P - импульс Мэв/с.

Для простоты будем считать, что ядерное рассеяние описывается таким же распределением:

$$W_{изл.}(\delta_{изл.}, \eta_{изл.}) = n(\delta_{изл.}, 0, \sqrt{D_{\delta_{изл.}}}) \cdot n(\eta_{изл.}, 0, \sqrt{D_{\eta_{изл.}}}). \quad (3)$$

Здесь $D_{\delta_{изл.}}$ и $D_{\eta_{изл.}}$ - дисперсии угла $\delta_{изл.}$ и смещения $\eta_{изл.}$ соответственно^{ж)}. В дальнейшем будем полагать, что $D_{\delta_{кул.}} \ll D_{\delta_{изл.}}$ и $D_{\eta_{кул.}} \ll D_{\eta_{изл.}}$. Вероятность того, что частица будет иметь угол δ и смещение η после прохождения i -го интервала, запишется как

$$W(\delta, \eta) = (1 - \Omega_{изл.}) \cdot W_{кул.}(\delta, \eta) + \Omega_{изл.} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_{кул.}(\delta_{кул.}, \eta_{кул.}) W(\delta - \delta_{кул.}, \eta - \eta_{кул.}) d\delta_{кул.} d\eta_{кул.} \quad (4)$$

При составлении этого выражения было использовано, что

$$\delta = \begin{cases} \delta_{кул.} & \text{с вероятностью } (1 - \Omega_{изл.}) \\ \delta_{кул.} + \delta_{изл.} & \text{с вероятностью } \Omega_{изл.} \end{cases}$$

ж) Выражение (2) относит рассеяние к середине интервала, но т.к. рассеяние происходит в любой точке интервала, необходимо вводить дополнительное смещение $\eta_{изл.}$ и его дисперсию. Это показывает, что, строго говоря, $\delta_{изл.}$ и $\eta_{изл.}$ скоррелированы.

Из выражения (4) следует

$$W(\delta, \eta) = (1 - \Omega_{изл}) \cdot W_{квл}(\delta, \eta) + \Omega_{изл} \cdot W_{квл, изл}(\delta, \eta),$$

где

$$W_{квл, изл}(\delta, \eta) = n(\delta, 0, \sqrt{\mathcal{D}\delta_{квл} + \mathcal{D}\delta_{изл}}) \cdot n(\eta, 0, \sqrt{\mathcal{D}\eta_{квл} + \mathcal{D}\eta_{изл}}).$$

Выберем систему координат таким образом, чтобы ось Z совпадала с основным направлением магнитного поля, а ось X проходила через первую и последнюю точки проекции трека на плоскость XOY . Такой выбор системы координат дает возможность разбить задачу определения параметров трека на две практически независимые задачи по определению:

- 1) тангенса угла подъема ($tg \alpha$) и ε ,
- 2) обратного импульса (ρ^{-1}), азимутального угла (β) и начального смещения (Y) /4,5/. Будем считать, что имеются достаточно хорошие начальные оценки параметров ($tg \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\rho}$) /4-6/.

Для определения оценок параметров (ρ^{-1}, β, Y) нам необходимо рассмотреть проекцию трека на плоскость XOY ^ж). Функция правдоподобия L для этой проекции может быть записана в виде

$$L = \prod_i [n(\varepsilon_i, 0, \sqrt{\mathcal{D}\varepsilon_i})] \cdot \prod_i [(1 - \Omega_{изл_i}) W_{квл}(\delta_i, \eta_i) + \Omega_{изл_i} \cdot W_{квл, изл}(\delta_i, \eta_i)], \quad (5)$$

где ε_i - измерительная ошибка вдоль оси Y ; $\mathcal{D}\varepsilon$ - дисперсия.

^ж) Оценки параметров $tg \alpha$ и ε определяются аналогично по проекции трека на плоскость $XO\delta$, где δ - проекция дуги трека на плоскость XOY . В качестве номера интервала, на котором произошел излом, берется номер интервала, определенный в плоскости XOY .

Оценки параметров ρ^{-1} , ρ , γ и величин ε , δ , η могут быть получены из условия экстремума производящей функции Лагранжа Q

$$Q = \ln L + \sum_i q_i F_i, \quad (6)$$

где q_i - неопределенные множители,
 F_i - невязки, даваемые условиями измерений

$$F_i = Y_{i3} - (Y_i + \varepsilon_i + \sum_j \delta_j L_{ij} + \sum_j \eta_j) \quad (7)$$

Y_{i3} - измеренная координата точки,
 Y_i - значение в i -ой точке интеграла уравнения Лоренца,
 L_{ij} - расстояние между i -ой точкой и серединой j -го интервала.

Разлагая функцию Y_i по малым поправкам ($\delta\gamma$, $\delta\rho^{-1}$, $\delta\rho$) в области начальных значений параметров ($\hat{\rho}^{-1}$, $\hat{\rho}$, $\hat{\gamma}$), получим:

$$Y_i = \hat{Y}_i + \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial \delta \rho^{-1}} \delta \rho^{-1} + \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial \delta \rho} \delta \rho + \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial \delta \gamma} \delta \gamma, \quad (8)$$

где $\hat{Y}_i = Y_i(\hat{\rho}^{-1}, \hat{\rho}, \hat{\gamma})$. (9)

Так как в (8) мы ограничились только первыми членами, то задача поиска параметров сводится к линейной. Таким образом, имеем систему уравнений:

$$\frac{\partial Q}{\partial (\delta \rho^{-1})} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial (\delta \rho)} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial (\delta \gamma)} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial q_i} = 0, \quad (i=1, \dots, M_i), \quad (11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \varepsilon_i} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \delta_j} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \eta_j} = 0, \quad (i=1, \dots, M_i; j=1, \dots, M_i-1). \quad (12)$$

Здесь N_1 - число измеренных точек на трекке.
Из уравнений (I2) получаем:

$$\varepsilon_i = -q_i D_{\varepsilon} , \quad (I3)$$

$$\delta_j = -D_{\delta_{k_{ij}}} \cdot K_{\delta_j} \sum_i q_i L_{ij} , \quad (I4)$$

$$\eta_j = -D_{\eta_{k_{ij}}} \cdot K_{\eta_j} \sum_i q_i , \quad (I5)$$

ГДЕ

$$K_{\delta} = \frac{(1 - \Omega_{k_{ij}}) \cdot W_{k_{ij}} + \Omega_{k_{ij}} \cdot W_{k_{ij}, k_{ij}}}{(1 - \Omega_{k_{ij}}) \cdot W_{k_{ij}} + \Omega_{k_{ij}} \cdot W_{k_{ij}, k_{ij}} \cdot \frac{D_{\delta_{k_{ij}}}}{D_{\delta_{k_{ij}}} + D_{\delta_{k_{ij}}}}} , \quad (I6)$$

$$K_{\eta} = \frac{(1 - \Omega_{k_{ij}}) W_{k_{ij}} + \Omega_{k_{ij}} \cdot W_{k_{ij}, k_{ij}}}{(1 - \Omega_{k_{ij}}) W_{k_{ij}} + \Omega_{k_{ij}} \cdot W_{k_{ij}, k_{ij}} \cdot \frac{D_{\eta_{k_{ij}}}}{D_{\eta_{k_{ij}}} + D_{\eta_{k_{ij}}}}} .$$

Подставляя (I3 + I5) в (II), приходим к системе уравнений относительно q , которая в матричном виде записывается так:

$$\overline{Y_3 - Y} = (G_{xy}) \cdot \overline{q} \quad (I7)$$

матрица (G_{xy}) имеет вид:

$$(G_{xy}) = (A)^T (D_{\delta} K_{\delta}) (A) + (B)^T (D_{\eta} K_{\eta}) (B) + (D_{\varepsilon}) . \quad (I8)$$

(A) - верхняя треугольная матрица порядка N_1 , составленная из расстояний L_{ij} между i -ой точкой и серединой j -го интервала (для $i > j$);

(B) - треугольная матрица порядка N_1 , составленная из единиц для $i > j$,

"T" - знак транспонирования,

($D_{\delta\kappa\delta}$), ($D_{\eta\kappa\eta}$) и (D_{ε}) - диагональные матрицы порядка n .

Из (17) следует:

$$\bar{q} = (G_{xy})^{-1} (\overline{Y_3 - Y}). \quad (19)$$

Подставляя (19) в (10), получим систему 3-х линейных уравнений относительно $\delta\rho^{-1}$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ ж)

$$(C) \cdot \bar{X} = \bar{T}, \quad (20)$$

где

\bar{X} - столбец с элементами $x_1 = \delta\gamma$, $x_2 = \delta\rho^{-1}$, $x_3 = \delta\beta$

(C) - матрица нормальной системы с элементами

$$C_{\mu\nu} = \sum_{i,j} \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial x_\mu} (G_{xy})_{ij}^{-1} \frac{\partial \hat{Y}_j}{\partial x_\nu} \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3)$$

\bar{T} - столбец с элементами

$$t_\mu = \sum_{i,j} \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial x_\mu} (G_{xy})_{ij}^{-1} (Y_3 - \hat{Y}_j).$$

Здесь через $(G_{xy})_{ij}^{-1}$ обозначен элемент матрицы $(G_{xy})^{-1}$. Если считать множители κ_δ и κ_η , определенные в (16), известными (см. ниже), то поправки к искомым параметрам определяются из (20) в виде

$$\bar{X} = (C)^{-1} \bar{T}. \quad (21)$$

Теперь можно вычислить Y_i , подставив в (8) найденные поправки ($\delta\gamma$, $\delta\rho^{-1}$, $\delta\beta$). Вектор углов $\bar{\delta}$ запишется как /9/

$$\bar{\delta} = (D_{\delta\kappa\delta}) A \bar{q} = (D_{\delta\kappa\delta}) A (G_{xy})^{-1} (\overline{Y_3 - Y}). \quad (22)$$

ж) К системе (20) можно прийти и иначе /II, 12/.

(Отметим, что элементы вектора $\frac{f}{Y}$ здесь не функции, а числа). Строго говоря, система (22) нелинейна относительно δ и η (через $K\delta$ и $K\eta$). Учитывая, что δ и η одновременно становятся большими, если на интервале было ядерное рассеяние (излом) и что

$$K\delta_i \approx I \text{ и } K\eta_i \approx I, \text{ если } |\delta_i| \approx \sqrt{D\delta_{kyl}} \text{ и } |\eta_i| \approx \sqrt{D\eta_{kyl}}$$

и

$$K\delta_i \approx (D\delta_{kyl} + D\delta_{kzl}) \cdot D\delta_{kyl}^{-1}$$

$$K\eta_i \approx (D\eta_{kyl} + D\eta_{kzl}) \cdot D\eta_{kyl}^{-1}, \text{ если } |\delta_i| \approx \sqrt{D\delta_{kzl}}, \text{ а } |\eta_i| \approx \sqrt{D\eta_{kzl}},$$

приходим к следующей упрощенной схеме решения системы (I0 + I2).

§ 2. Схема решения системы

I. Предположим, что на данном треке излома нет. Тогда полагаем все $K\delta = I$ и $K\eta = I$ и определяем все параметры частицы по формулам (I8+2I). Затем вычисляем величину χ^2_{kr}

$$\chi^2_{kr} = \frac{1}{N-3} (\overline{Y_3} - \overline{Y})^T (C_{kr})^{-1} (\overline{Y_3} - \overline{Y}). \quad (23)$$

Если $\chi^2_{kr} < C_1$ (C_1 - доверительный уровень), то считаем, что сделанное предположение об отсутствии излома является верным.

В случае $\chi^2_{kr} \geq C_1$ допускаем следующие возможности:

- а) ошибка в измерении трека;
- б) флуктуация;
- в) наличие излома.

Чтобы исключить а), можно провести повторное измерение трека. Если нет оснований для сомнений в качестве измерений, то различить оставшиеся случаи б) и в) можно, введя дополнительный критерий излома.

В качестве такого критерия мы рассматриваем^{/4/} величину:

$$m = \max_i (m_i), \text{ где } m_i = \frac{\delta_i^2}{D\delta_{k\lambda i}} \quad (24)$$

Если $m < c_2$, где c_2 — заданная константа, определяющая доверительный уровень, то считаем, что имеем дело с флуктуацией. Если $m \geq c_2$, то считаем, что на треке есть излом и, следовательно, для этого трека нельзя полагать равными единице все $K\delta_i$ и $K\eta_i$.

2. Пусть $\chi^2_{xy} \geq c_1$ и $m \geq c_2$, тогда мы считаем, что на треке есть излом, и он произошел на том интервале j , где m_i достигает максимального значения. В этом случае повторно решаем систему (18+21), используя в матрице G_{xy} следующие значения $K\delta_i$ и $K\eta_i$

$$K\delta_i = \begin{cases} (D\delta_{k\lambda j} + D\delta_{\lambda j}) D\delta_{k\lambda j}^{-1} & i=j \\ 1 & i \neq j \end{cases} \quad (25)$$

$$K\eta_i = \begin{cases} (D\eta_{k\lambda j} + D\eta_{\lambda j}) D\eta_{k\lambda j}^{-1} & i=j \\ 1 & i \neq j \end{cases}$$

Из выражения (22) мы получаем вектор $\vec{\delta}$, его j -ая компонента (δ_j) является искомой оценкой угла излома.

3. Рассмотрим выделение изломов в зависимости от их положения на интервале.

Если в программе положить $D\eta_{\lambda j} = D\eta_{k\lambda j}$ для точки излома, то она будет правильно подбирать значения $\delta_{\lambda j}$ только для тех случаев, когда излом на треке приходится на середину интервала между измеренными точками. Для случаев $D\eta_{\lambda j} = D\eta_{k\lambda j}$ и изломов, взятых в измеренных точках, величины параметров трека оказываются заметно искаженными.

Для правильной работы программы оказалось необходимым брать $D\eta_{\lambda j} > \frac{1}{2} 45^2 D\delta_{\lambda j}$. Практически использовались значения $D\eta_{\lambda j} = 10 \text{ см}^2$ и $D\delta_{\lambda j} = 10$.

§ 3. Анализ работы алгоритма

Для анализа работы алгоритма использовались искусственные треки ^{7,8/}, при генерации которых можно было менять как измерительные ошибки, как и многократное рассеяние. Было сгенерировано две группы треков с учетом измерительных ошибок и многократного рассеяния.

а) Треки электронов в камере Вильсона ($X_0 = 350000$ см, $H_z = 1,49$ кгаусс, $H_x = H_y = 0$) с начальными значениями параметров: $\rho V = 80$ Мэв/с, $\alpha = 0$, $\beta = \pi/2$. Измерительная ошибка была принята равной 6 мкм на плоскости пленки. В программе использовалась измерительная ошибка $\sqrt{D_{xy}}$, пересчитанная с пленки в пространство камеры. $\sqrt{D_{xy}} = 60$ мкм. На длине трека 20 см бралось 20 равномерно расположенных точек.

б) Треки в условиях пропановой камеры ^{10/} ($X_0 = 106$ см, $H_z \approx 16$ кгаусс, $H_x \neq 0$, $H_y \neq 0$) для π -мезонов с различными начальными значениями параметров. Измерительная ошибка: по оси X - 92 мкм, по оси Y - 150 мкм и по оси Z - 700 мкм. Величина D_{xy} вычислялась для каждого трека с учетом его направления.

I. Оценка минимального угла излома $\delta_{изл}$.

Оценим минимальную величину $\delta_{изл}$, которую можно рассчитывать выделить на треке.

Если пользоваться для определения параметров трека диагональной матрицей $(G_{xy}) = (D_{xy})$, то

$$\overline{\Delta\beta^2} = \overline{\Delta\beta_{изл}^2} + \overline{\Delta\beta_{кпл}^2}, \quad \text{где} \quad (26)$$

$$\overline{\Delta\beta_{изл}^2} = \frac{192}{5^3 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{D_{xy}}{N_2}, \quad (27)$$

$$\overline{\Delta\beta_{кпл}^2} = \frac{4}{35} \left(\frac{z_{1,2}}{\rho V} \right)^2 \frac{5}{X_0} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad (28)$$

$\overline{\Delta\beta^2}$, $\overline{\Delta\beta_{изл}^2}$, $\overline{\Delta\beta_{кхл}^2}$ - дисперсии угла β (полная, из-за измерительных ошибок и из-за многократного рассеяния),

S - длина рассматриваемого трека,

$N_1 \gg 1$.

Выражение (26) имеет минимум при $S = S_{\text{опт}}$, где

$$S_{\text{опт}} = 2 \sqrt[3]{420 \frac{D_{xy}}{(\frac{21,2}{\rho v})^2 \frac{N_1}{X_0}}} \quad (29)$$

Так как в основном алгоритме программы используется полная матрица, то для любой части трека с длиной $S \geq S_{\text{опт}}$ будет $\overline{\Delta\beta^2} \leq \overline{\Delta\beta_{\text{опт}}^2}$, где $\overline{\Delta\beta_{\text{опт}}^2}$ вычисляется по (26) при $S = S_{\text{опт}}$. Если же $S < S_{\text{опт}}$, то $\overline{\Delta\beta^2}$ может быть вычислена по формуле (26). При этом можно ожидать выделение изломов на интервале с номером "К", начиная с углов $|\sigma_{изл}| \geq 2 \cdot \Delta\beta_{\text{мин}}$

$$\Delta\beta_{\text{мин}} = \sqrt{\Delta\beta_1^2 + \Delta\beta_2^2} \quad (30)$$

$\overline{\Delta\beta_1^2}$ рассчитывается по формуле (26) для первой части трека (интервалы I + (K-I)), а $\overline{\Delta\beta_2^2}$ - для оставшейся части трека (интервалы K, (N₁-I)). Как видно из формулы (26),

$\overline{\Delta\beta^2}$ быстро растет при движении точки излома от середины трека к началу и концу. Поэтому можно ожидать, что на краях трека будут выделяться только изломы на большие углы.

Для указанных выше условий в камере Вильсона рассчитанная для шестого интервала величина $\Delta\beta_{\text{мин}} \approx 0,006$. В случае пропановой камеры при $\rho v = 1000$ Мэв/с, $N_1 = 21$, $S = 40$ см, рассчитанное для шестого интервала $\Delta\beta_{\text{мин}} \approx 0,0066$. Из анализа распределений следует, что практически удается выделить случаи рассеяния на угол $|\sigma_{изл}| \geq 2 \cdot \Delta\beta_{\text{мин}}$.

2. Выделение треков с изломом по величине χ_{xy}^2 .

Из рис. I, на котором приведено распределение числа событий (треков) в зависимости от величины χ_{xy}^2 в случае камеры Вильсона для разных $\delta_{\text{изл}}$, видно, что при $\delta_{\text{изл}} = 0,01$ и доверительной границе $S_1 = 1,4$ программа приблизительно в 70% случаев

(рис. 1б) определяет, что на треке был излом и приблизительно в 10% "обнаруживает" излом, хотя трек был сгенерирован без излома (рис. 1а). Для $\delta_{\text{изл.}} = 0,02$ и доверительной границы $c_1 = 2,2$ в пределах рассматриваемой статистики (рис. 1б) случаи с изломом выделяются в 100%. Из таблицы I видно, что для $\delta_{\text{изл.}} = 0,01$, $\rho V = 1,0$ Гэв/с не удастся выделить по величине $\chi^2_{\text{гр}}$ случаев с изломами. При $\rho V = 1,00$ Гэв/с, $\delta_{\text{изл.}} = 0,02$ (рис. 2) и доверительной границе $c_1 = 1,08$ имеем 90% правильного выделения изломов на треке и 34% ложного выделения, если излом задавался на десятом интервале.

3. Определение номера интервала, на котором произошел излом.

Из рис. 3а следует, что при $c_1 = 0$ и $c_2 = 0$ (см. § 2) программа практически с равной вероятностью обнаруживает изломы со второго по девятнадцатый интервал включительно. По величине углы излома (см. рис. 4а) образуют две четко выделенные группы положительных и отрицательных углов.

Если угол излома вводится на середине трека, то две группы в распределении по величине угла излома быстро стягиваются в одну (рис. 4б,в), а распределение по номеру интервала группируется около середины трека (рис. 3б,в). В случае, если излом не в середине трека, а, скажем, на расстоянии 1/4 длины трека от начала или конца, картина выглядит иначе (рис. 3,4).

Наиболее характерным является то, что для сравнительно больших $\delta_{\text{изл.}}$ программа в некоторой части случаев ошибочно определяет как точку излома, так и величину $\delta_{\text{изл.}}$. При этом, если излом задавался в конце первой или третьей четверти трека, то программа иногда определяет в качестве точки излома точку, симметричную истинной относительно середины трека (см. рис. 4 б,в). При этом величина подобранного угла излома по модулю приблизительно равна величине заданного излома, а по знаку противоположна. Импульс, подбираемый программой в таких случаях, оказывается резко искаженным. На рис. 5 показано, каким образом появляется такая ошибка.

Очевидно, что число ошибочных заключений программы о месте и величине излома тем меньше, чем точнее измеряются треки. Нами был построен ряд случаев, в которых программа дала ошибочные и

правильные заключения. Визуальный анализ этих случаев показал, что мы не имеем оснований сомневаться в заключении программы.

Появление таких ошибочных заключений программы связано с тем, что длина трека и число измеренных на нем точек недостаточны для однозначного определения 5 параметров (импульса P , угла β , смещения Y , угла излома δ , интервала K , на котором обнаружен излом).

На рис. 6 приведено распределение числа случаев по величине m (см. 24) для разных $\delta_{\text{изл.}}$ (при $c_1 = 0$). Из рис. 6 и таблицы 2 видно, что критерий (24) начинает эффективно работать для углов $\delta_{\text{изл.}} \geq 2 \cdot \Delta\beta_{\text{мин}}$ (см. 30).

4. О выборе критериев.

Как видно из изложенного, для выделения изломов используются два критерия: C_1 и C_2 (см. § 2).

Критерий C_1 позволяет сократить время счета, т.к. он дает обращение к той части программы, которая выделяет изломы только для треков с $X_{\text{гг}}^2 \geq C_1$. Таким образом, при уменьшении критерия C_1 увеличивается число случаев, в которых программа подозревает излом, хотя на самом деле его нет. Аналогично нужно учесть, что при уменьшении критерия C_2 увеличивается как число случаев правильного выделения излома (на тех треках, где излом был на самом деле), так и число случаев ложного выделения излома (на тех треках, где на самом деле излома не было). Следует иметь в виду, что хотя в случаях ложного выделения излома в среднем не происходит изменения импульса, тем не менее возрастает ошибка определения импульса. Поэтому задача оптимального выбора величин C_1 и C_2 является достаточно важной и сложной и будет рассмотрена отдельно.

§ 4. Другие алгоритмы для выделения интервала, на котором произошел излом.

Кроме рассмотренного выше алгоритма выделения точки излома нами исследовались и другие, более сложные алгоритмы, которые дали такие же или даже худшие результаты.

а) Пусть излом произошел либо на i -ом, либо на j -ом интервале. Вычислим величины X_{xvz}^2 и X_{xvj}^2 в предположении, что излом был на i -ом и на j -ом интервале соответственно и будем считать, что та из этих двух гипотез справедлива, для которой X_{xy}^2 меньше.

Этот критерий дал значительно худший результат, чем использованный в программе.

б) Пусть программа в качестве интервалов, на которых произошел излом, указывает на i -ый и j -ый интервалы. Тогда мы можем вычислить соответственно два набора параметров, характеризующих эти гипотезы. Дадим первому набору параметров индекс " i ", второму - " j ". Для первого набора вычисляются импульс P_i , вектор $\bar{\delta}_i$, вектор измерительных ошибок $\bar{\epsilon}_i$ и аналогично $P_j, \bar{\delta}_j, \bar{\epsilon}_j$ для второго набора. Далее генерируется трек без учета ошибок измерения и многократного рассеяния с импульсом P_i и изломом на i -ом интервале, равным i -ой компоненте вектора $\bar{\delta}_i$. Этот трек обсчитывается в предположении наличия излома на j -ом интервале и вычисляются векторы $\bar{\delta}_{i,j}$ и $\bar{\epsilon}_{i,j}$. Аналогично для трека, сгенерированного без учета ошибок измерения и многократного рассеяния с импульсом P_j и $\delta_{\text{изл}}$, равным j -ой компоненте $\bar{\delta}_j$, в предположении излома на i -ом интервале вычисляются векторы $\bar{\delta}_{j,i}$ и $\bar{\epsilon}_{j,i}$. В качестве критерия для разделения гипотез " i " и " j " рассматривалась величина

$$\Delta X^2 = \left(\frac{\bar{\delta}_{i,j}}{\partial \delta} \right)^T (\bar{\delta}_j) + \left(\frac{\bar{\epsilon}_{i,j}}{\partial \epsilon} \right)^T (\bar{\epsilon}_j) - \left(\frac{\bar{\delta}_{j,i}}{\partial \delta} \right)^T (\bar{\delta}_i) - \left(\frac{\bar{\epsilon}_{j,i}}{\partial \epsilon} \right)^T (\bar{\epsilon}_i). \quad (31)$$

По знаку этой величины правильная гипотеза отличалась от ошибочной.

а) $\rho V = 1,00$ ГэВ/с, $\alpha = 0$, $\beta = 1,57$, $S = 40$ см, $N_2 = 2I$, $N = 250$

$\delta_{изл.}$	0			0,01			0,02			0,03		
$C_2 \backslash K$	-	6	10	14	6	10	14	6	10	14		
1,08	0,340	0,512	0,536	0,564	0,852	0,896	0,872	0,984	0,996	0,992		
1,62	0,040	0,068	0,096	0,120	0,320	0,416	0,556	0,716	0,892	0,908		
2,16	0,004	0,004	0,012	0,012	0,032	0,120	0,228	0,240	0,612	0,732		

б) $\rho V = 2,75$ ГэВ/с, $\alpha = 0,30934$, $\beta = 1,57$, $S = 40$ см, $N_2 = 2I$, $N = 250$,
 $K = 10$.

$C_2 \backslash \delta_{изл.}$	0	0,006	0,009	0,012
1,08	0,360	0,520	0,696	0,840
1,62	0,072	0,164	0,224	0,384
2,16	0,004	0,020	0,028	0,076

в) $\rho V = 5,00$ ГэВ/с, $\alpha = 0$, $\beta = 1,57079$, $S = 160$ см, $N_2 = 2I$, $K = 10$, $N = 250$

$C_2 \backslash \delta_{изл.}$	0	0,00225	0,0045	0,0090
1,08	0,372	0,504	0,808	1,000
1,62	0,076	0,108	0,356	0,960
2,16	0,008	0,020	0,096	0,824

Таблица I.

Вероятность выделения случаев с изломами по величине χ^2_{xy} .

Треки генерировались в пропановой камере при различных значениях начального импульса P , угла излома $\delta_{изл.}$ и интервала K , на котором задавался излом. Для $\delta_{изл.} = 0$ приводится вероятность ошибочного (ложного) выделения трека с изломом, хотя этот трек был сгенерирован без излома.

а) $\rho V = 1,00$ ГэВ/с, $\alpha = 0$, $\beta = 1,57$, $S = 40$ см, $N_1 = 21$, $N = 250$

$\delta_{изл.}$	0		0,01		0,02		0,03			
$C_2 \backslash K$	-	6	10	14	6	10	14	6	10	14
1,0	0,096	0,304	0,328	0,408	0,884	0,944	0,932	1,000	1,000	1,000
1,5	0,024	0,060	0,176	0,160	0,552	0,800	0,796	0,940	1,000	0,992
2,0	0,016	0,004	0,044	0,088	0,220	0,548	0,460	0,776	0,976	0,992

б) $\rho V = 2,75$ ГэВ/с, $\alpha = 0,30934$, $\beta = 1,57$, $S = 40$ см, $N_1 = 21$, $K = 10$, $N = 250$.

$C_2 \backslash \delta_{изл.}$	0	0,006	0,009	0,012
0,3	0,280	0,708	0,804	0,964
0,5	0,044	0,388	0,540	0,852
1,0	0,000	0,052	0,096	0,312

в) $\rho V = 5,00$ ГэВ/с, $\alpha = 0$, $\beta = 1,57079$, $S = 160$ см, $N_1 = 21$, $K = 10$, $N = 250$.

$C_2 \backslash \delta_{изл.}$	0	0,00225	0,0045	0,0090
0,3	0,948	0,976	0,996	1,000
0,5	0,828	0,900	0,988	1,000
1,0	0,392	0,584	0,892	1,000

Таблица 2.

Вероятность выделения случаев с изломами по величине m (критерий C_2).

Треки генерировались в пропановой камере при различных значениях начального импульса ρ , угла излома $\delta_{изл.}$ и интервала K , на котором задавался излом.

Для $\delta_{изл.} = 0$ приводится вероятность ошибочного (ложного) выделения трека с изломом, хотя этот трек был сгенерирован без излома. Во всех случаях критерий $C_2 = 0$.

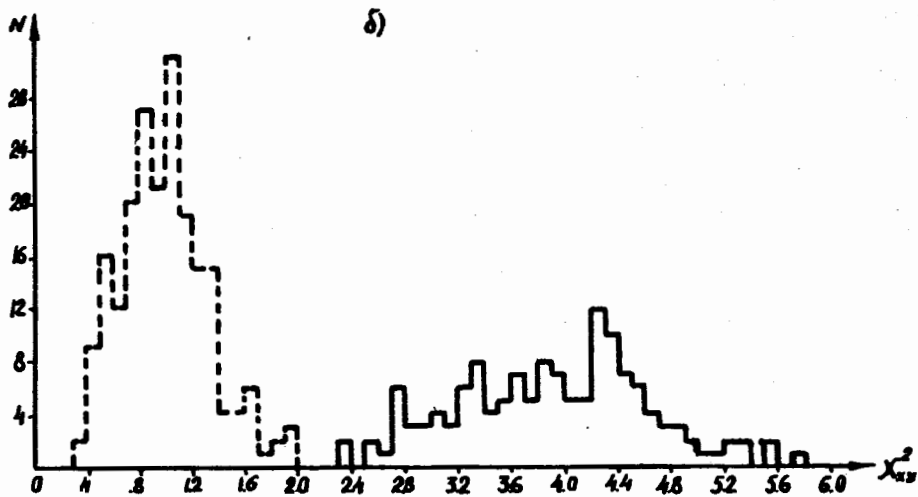
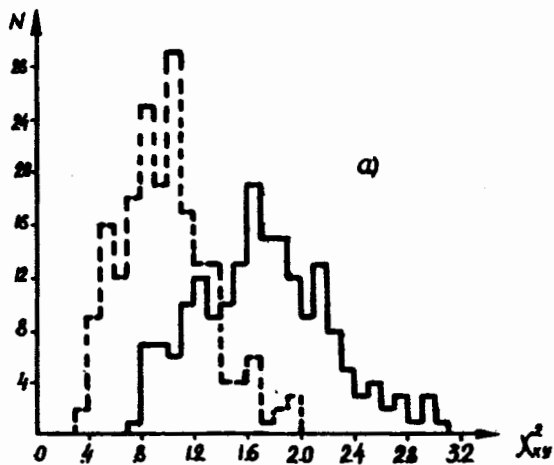


Рис. I.

- Распределение числа событий в зависимости от χ^2_{kv} для разных $\delta_{\text{изл.}}$. Треки генерировались в условиях камеры Вильсона.
- а) $\delta_{\text{изл.}} = 0.01$, $N = 186$, излом задавался на интервале $\kappa = 6$,
- б) $\delta_{\text{изл.}} = 0.02$, $N = 140$, " " " " "
- Пунктиром дано распределение для $\delta_{\text{изл.}} = 0$ ($N = 197$).

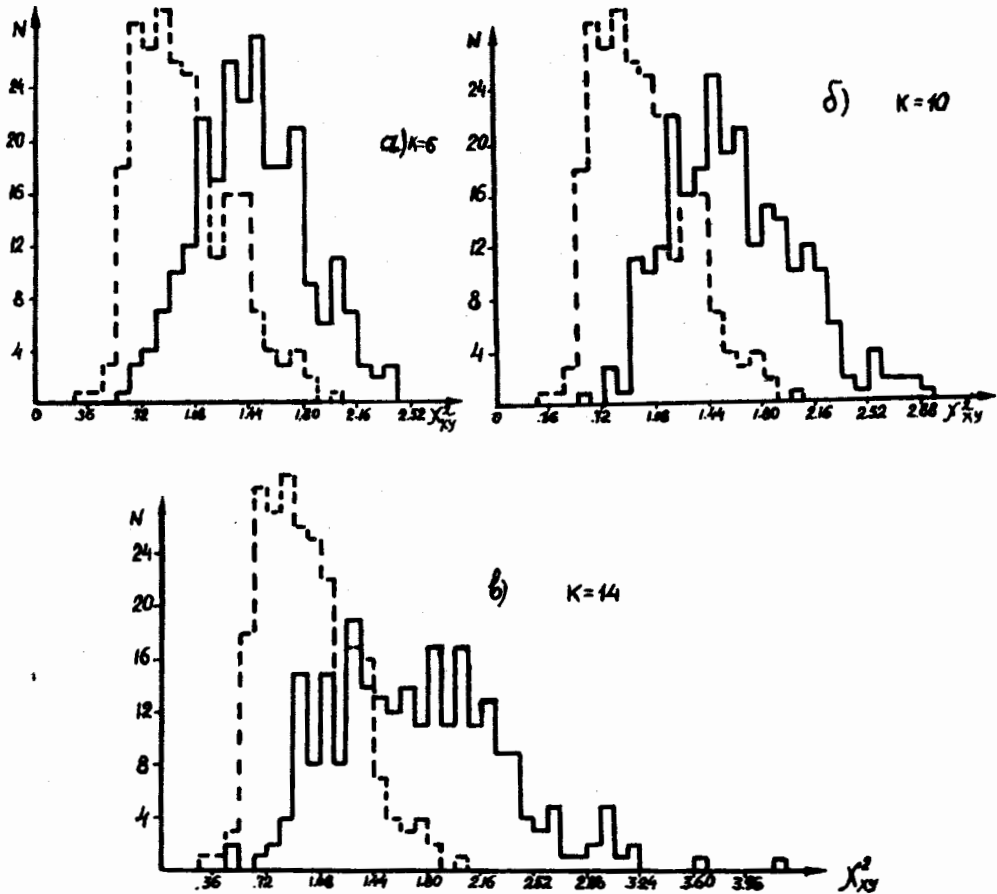


Рис. 2.

Распределение числа событий в зависимости от χ_{xy}^2 для $\delta_{\text{изл.}} = 0.01$ в условиях пропановой камеры.

Пунктиром дано распределение при $\delta_{\text{изл.}} = 0$ ($N = 250$).

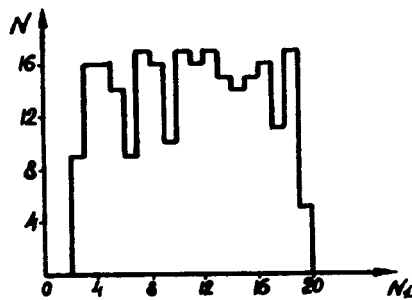


Рис. 3а

Распределение числа случаев по номеру интервала N_k , на котором программа обнаружила излом.

Треки генерировались в пропановой камере.

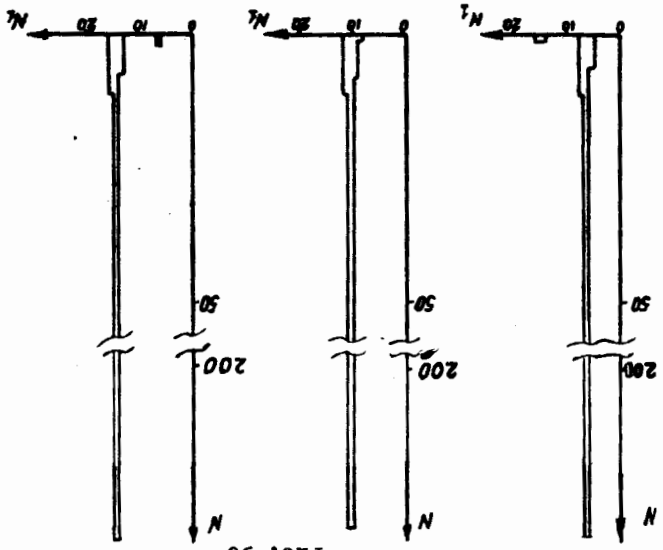
$$PV = 1 \text{ ГэВ/с}, \quad \alpha = 0, \quad \beta = \bar{x}/2, \quad S = 40 \text{ см}, \quad N_1 = 21$$

$$C_1 = 0, \quad C_2 = 0.$$

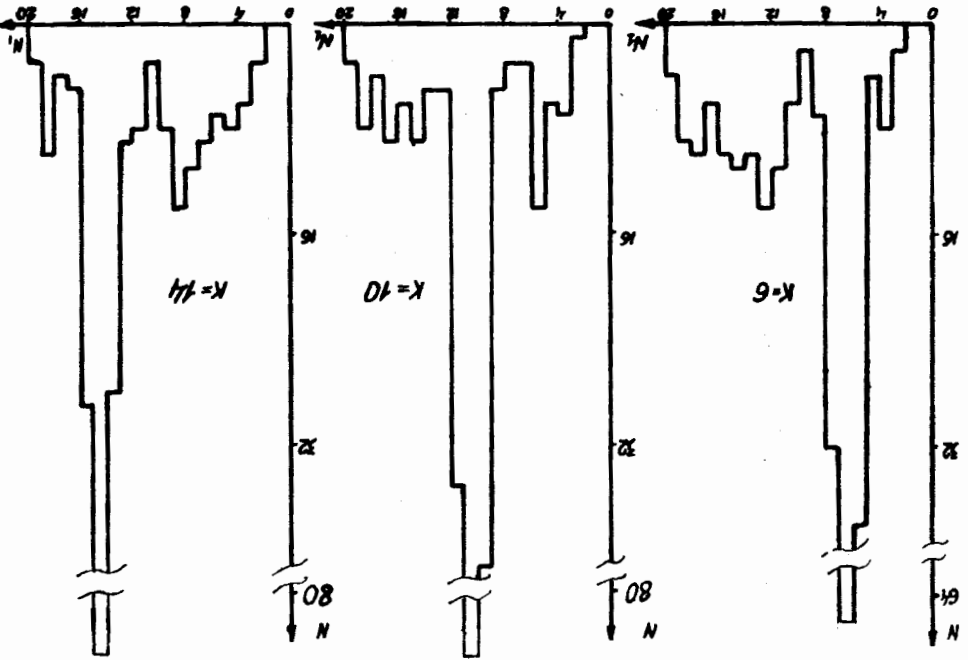
- а) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0$
- б) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0.01$
- в) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0.03$

f

Pnc. 3B



Pnc. 3C



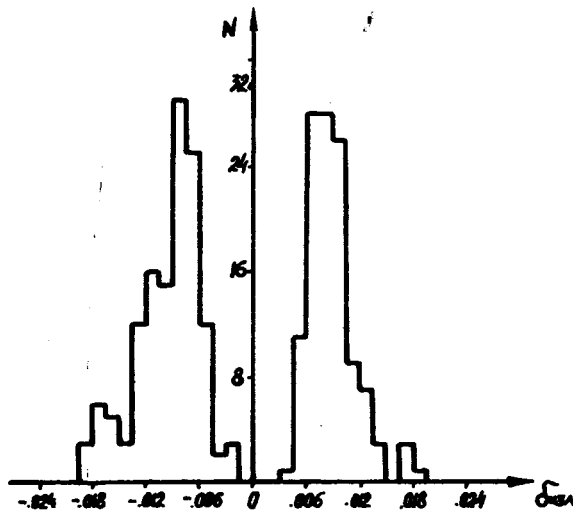


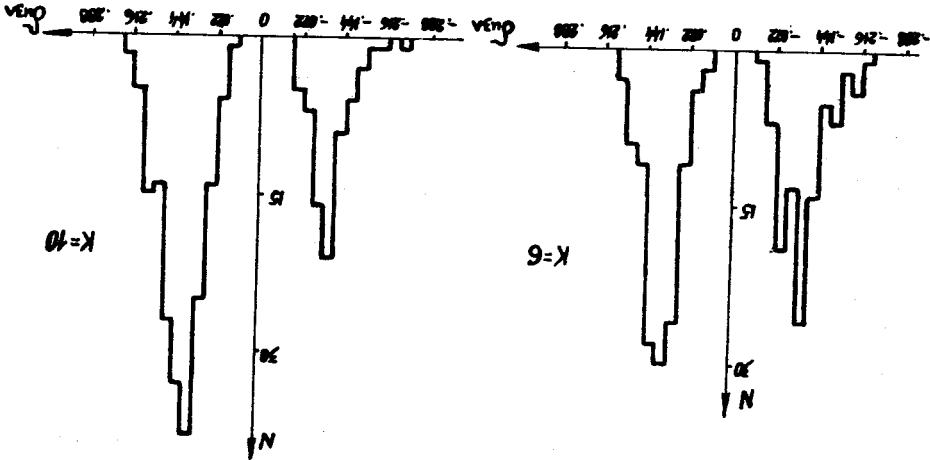
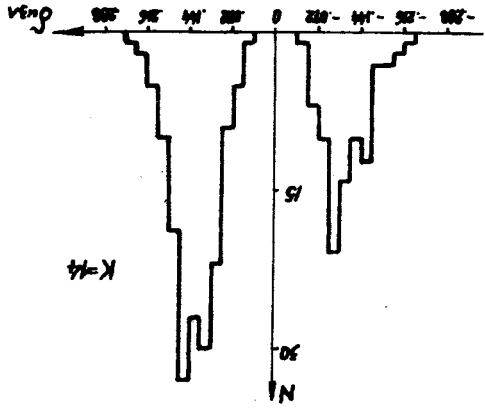
Рис. 4а

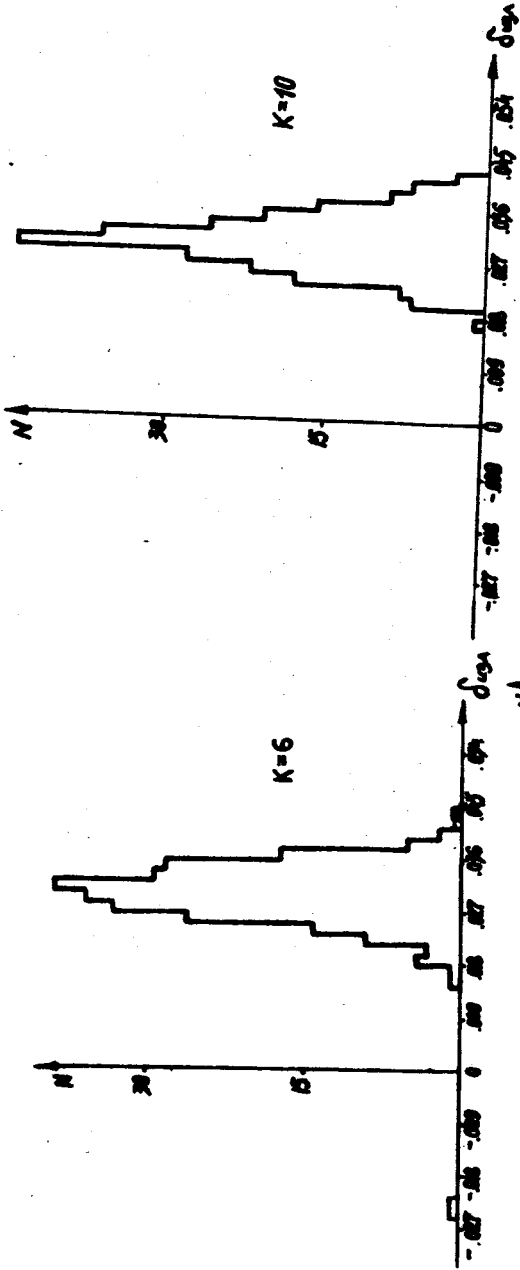
Распределение случаев по величине угла излома, определенного программой.

Треки генерировались в пропановой камере $pV = 1$ Гэв/с, $\alpha = 0$,
 $\beta = \pi/2$, $S = 40$ см, $N_1 = 21$, $C_1 = 0$, $C_2 = 0$.

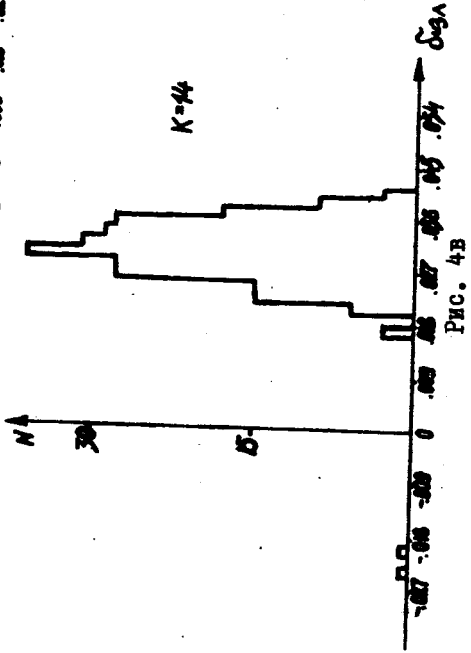
- а) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0$
- б) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0.01$
- в) при генерации $\delta_{\text{изл.}} = 0.03$

Prac. 46





25



PHC. 4B

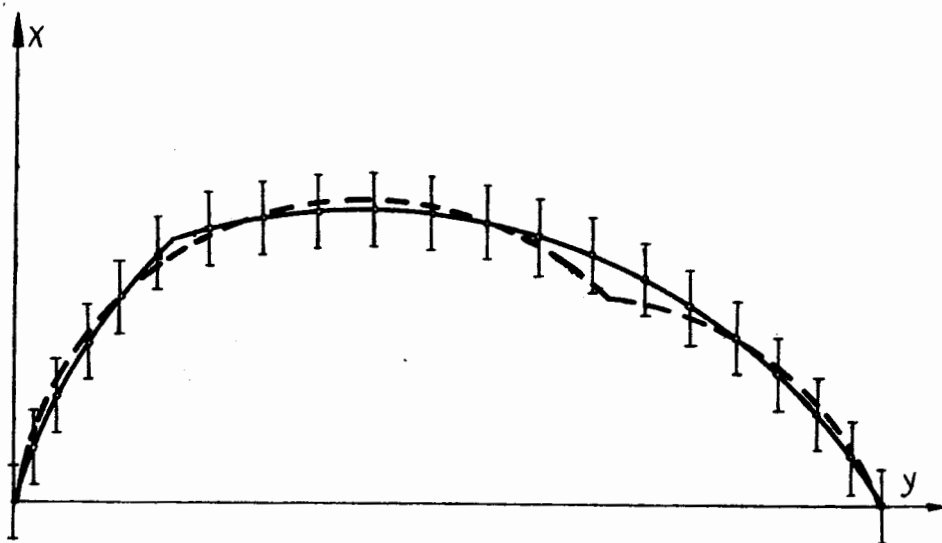


Рис. 5.

Схема обнаружения излома на симметричном интервале.

Сплошной линией изображен действительный трек с изломом на шестом интервале. Отмечены измерительные ошибки. Если программа правильно определяет излом, то подобранный и действительный трек можно считать совпадающими.

Пунктиром отмечен подобранный программой трек с изломом на четырнадцатом интервале.

Как видно, знак угла излома противоположен знаку истинного угла излома, а подобранный импульс (кривизна) резко отличается от истинного.

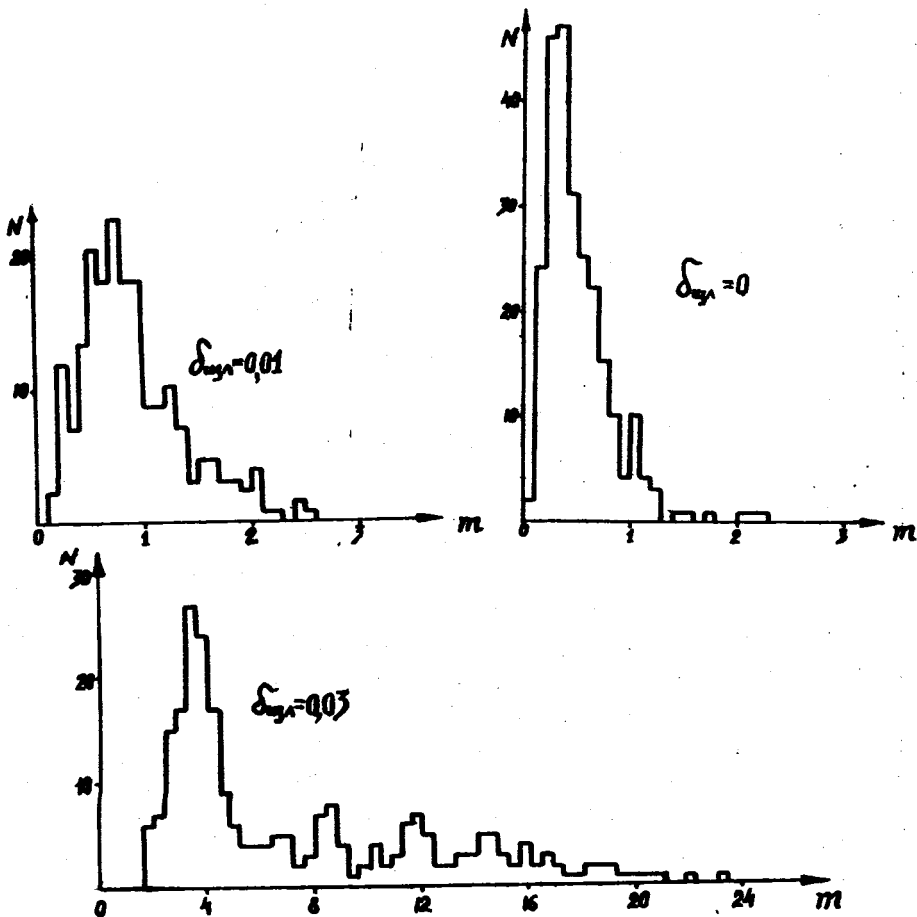


Рис. 6.

Распределение числа случаев по величине m

$$m = \max(\delta_i^2 / \rho \delta_i).$$

Треки генерировались в пропановой камере.

$$\rho V = 1 \text{ Гэв/с}, \quad \alpha = 0, \quad \beta = \pi/2, \quad S = 40 \text{ см}, \quad N_1 = 21, \quad C_1 = 0, \quad C_2 = 0.$$

Излом задан на интервале $\kappa = 10$.

Статистическое исследование этого критерия показало, что он не имеет каких-либо преимуществ по сравнению со значительно более простым критерием, примененным в программе.

Авторы выражают благодарность И.Н.Усовой за постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Говорун, И.А.Голутвин, И.М.Иванченко, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Л.Н.Струнов, Э.Н.Цыганов.
ОИЯИ, БЗ-3489, Дубна, 1967.
2. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова.
ОИЯИ, Б1-10-5642, Дубна, 1970.
ОИЯИ, 10-5994, Дубна, 1971.
3. Б.Росси. К.Грейзен.
Взаимодействие космических лучей с веществом. ИЛ, М., 1948.
4. Г.А.Емельяненко, К.П.Ломов, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Сайтов, А.П.Стельмах.
ПТЭ, 6, 1967; депонированная публикация ВИНТИ № 52-67;
ОИЯИ, Р-2829, Дубна, 1966.
5. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова.
ОИЯИ, Р10-3768, Дубна, 1968.
6. G.I.Makarenko, V.I.Moroz, I.S.Saitov, A.P.Stelmakh NIM 72
(1969) p.347-350; JINR, E10-4287, Dubna, 1969.

7. А.Д.Макаренкова, В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова.
ПТЭ, I, 1969; депонированная публикация ВИНТИ № 416-68;
ОИЯИ, Р10-3526, Дубна, 1967.
8. А.У.Абдурахимов, К.П.Вишневская, Нгуен Дин Ты.
ОИЯИ, I-5462, Дубна, 1970.
9. В.И.Мороз.
Автореферат диссертации, ОИЯИ, IO-4II2,
Дубна, 1968.
- IO. M.P.Balandin, N.G.Borisov et al.
NIM , 20, IIO (1963).
- II. D.Morellet
CERN 64-13, V. IV, p.217 (1965).
12. И.М.Граменицкий, Л.А.Тихонова, П.В.Шляпников.
ОИЯИ, P-2146, Дубна, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 ноября 1971 года.