СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р10 - 5860

Н.Г. Волченков, Б.М. Головин,
А.Б. Преображенский

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОЭФФЕКТИВНЫХ ИСКРОВЫХ ПРОМЕЖУТКОВ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЕКЦИЙ ТРЕКОВ

1971

P10 - 5860

Н.Г. Волченков, Б.М. Головин,
А.Б. Преображенский

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОЭФФЕКТИВНЫХ ИСКРОВЫХ ПРОМЕЖУТКОВ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЕКЦИЙ ТРЕКОВ

При одновременной регистрации группой искровых промежутков нескольких заряженных частиц может возникнуть неоднозначность при попарном сопоставлении проекций треков, т.е. при восстановлении полной пространственной картины наблюдаемого события. Для устранения такой неоднозначности в идентификации проекций используют искровой промежуток, установленный под некоторым углом к остальным промежуткам группы/1/.

В настоящей работе описан другой метод существенного снижения указанной неоднозначности, основанный на искусственном придании проекциям отдельных треков особенностей, заключающихся в отсутствии пробоя на треке в некоторых искровых промежутках. Для достижения этого часть искровых промежутков ставится в режим работы, соответствующий снижению эффективности регистрации ими частиц до заданной величины.

Пусть в данной группе искровых промежутков регистрируется n различных треков в виде n пар проекций. Рассмотрим один из искровых промежутков, имеющий эффективность регистрации частицы p . Обозначим единицей наличие пробоя в этом промежутке на данном треке, нулем – отсутствие пробоя. Очевидно, возможно 2^n различных ситуаций.

№ трека / № ситуации	1	2	3 . . .	$n-1$	n
1	0	0	0 . . .	0	0
2	0	0	0 . . .	0	1
3	0	0	0 . . .	1	0
.	.	.	. . . .	. . . .	.
.					
.					
n	1	1	1 . . .	1	1

Все ситуации за исключением первой и последней дают разбиение множества треков на два непустых непересекающихся класса, такое, что для любой проекции каждого трека можно указать, к какому из этих двух классов относится этот трек. Если ввести необходимое количество таких промежутков при условии, что на них будет происходить указанное разбиение, то в конце концов возникает n классов по одному элементу, т.е. произойдет полное отождествление проекций.

Обозначим $f_n^m(p)$ вероятность разбиения множества из n треков на два класса, имеющих m и $n-m$ элементов (для определенности будем считать, что $m \leq (n-m)$).

Очевидно, что

$$f_n^m(p) = \begin{cases} c_n^{n/2}\, p^{n/2}\, (1-p)^{n/2}, \ldots & \text{при} \quad m = n/2, \\ c_n^m p^m (1-p)^m [(1-p)^{n-2m} + p^{n-2m}], \ldots & \text{при} \quad m \neq n/2. \end{cases} \tag{1}$$

Исследование этой функции для n = 2,3,4 показывает, что при эффективности $p=1/2$ вероятность разбиения на два класса для заданного m оказывается максимальной.

Рассчитаем необходимое число промежутков с эффективностью p для достижения заданной вероятности P отождествления проекций n треков. Обозначим вероятность полного отождествления $F_n^K(p)$, где K – рассматриваемое число промежутков с эффективностью p.

1. n = 2

Рассмотрев всю совокупность возможных ситуаций, получаем следующую формулу для вероятности полного отождествления проекций двух треков с помощью K искровых промежутков с эффективностью p :

$$F_2^K(p) = \sum_{l=1}^{K} f_2^1(p)\,[1 - f_2^1(p)]^{l-1} = 1 - [1 - f_2^1(p)]^K = (1 - 2p(1-p))^K. \tag{2}$$

При эффективности p = 1/2

$$F_2^K = 1 - \frac{1}{2^K}. \tag{3}$$

Это уравнение позволяет рассчитать число K промежутков с $p = 1/2$ для заданной вероятности $P(P \leq F_2^K)$ в случае, когда необходимо идентифицировать только два трека:

$$K = E(0{,}5 - \log_2(1-P)), \tag{4}$$

где $E(x)$ – функция "целая часть x".

Практически удобней использовать формулу (3) для построения зависимости вероятности F_2^K от числа K и находить необходимое значение K графически.

2. $n = 3$

Для разбиения класса из трех треков на три класса по одному треку используем K ($K \geq 2$) искровых промежутков с эффективностью p. На одном из этих промежутков, исключая последний, должно произойти разбиение множества, содержащего три трека, на два множества из одного и двух элементов. На оставшихся после этого разбиения промежутках должно произойти разбиение класса из двух треков на два класса по одному элементу. Вероятность такого события равна:

$$F_3^K(p) = \sum_{i=1}^{K-1} f_3^1(p)[1 - f_3^1(p)]^{i-1} F_2^{K-i}(p), \tag{5}$$

где $f_3^1(p)^{i-1}$ – вероятность того, что на i-том промежутке произойдет разбиение класса из трех треков на классы из одного и двух треков; $[1-f_3^1(p)]^{i-1}$ – вероятность того, что на промежутках от первого до $(i-1)$-го не произойдет указанного разбиения; $F_2^{K-i}(p)$ – вероятность того, что на оставшихся после указанного разбиения промежутках произойдет отождествление проекций треков, входящих в большой класс, полученный после первого разбиения.

Ввиду того, что

$$f_3^1(p) = 3p(1-p),$$

$$F_2^{K-i}(p) = 1 - (1-2p(1-p))^{K-i},$$

получаем:

$$F_3^K(p) = \sum_{i=1}^{k-1} 3p(1-p)[1-3p(1-p)]^{i-1}(1-[1-2p(1-p)]^{K-i}). \tag{6}$$

При оптимальной эффективности $p = 1/2$

$$F_3^k = \sum_{l=1}^{k-1} \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2^{2l-2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{2k-l}}\right) =$$
$$= 1 - \frac{3}{2^k} - \frac{1}{2^{2k-2}} + \frac{3}{2^{2k-1}} = 1 + \frac{2}{2^{2k}} - \frac{3}{2^k}. \tag{7}$$

Уравнение (7) позволяет рассчитывать число промежутков с эффективностью $p = 1/2$ для достижения заданной вероятности $P\,(P \leq F_3^k)$:

$$K = E\,(2{,}5 - \log_2(3 - \sqrt{1 - 8P})). \tag{8}$$

Как уже было замечено, удобней пользоваться формулой (7) для построения зависимости вероятности F_3^K от числа K и находить необходимое число промежутков графически.

Минимальное число низкоэффективных искровых промежутков, обеспечивающее (при $p = 0{,}5$) достоверность P идентификации проекций 2 и 3 треков, можно определить по графику, приведенному на рис. 1.

Кривые рис. 2 характеризуют зависимость P при регистрации 3 треков от эффективности p выделяющих проекции искровых промежутков.

Рассуждения, аналогичные тем, которые были проделаны при записи формулы (5), можно отнести и к более общему случаю одновременного появления $n\,(n > 3)$ треков. В этом случае вероятность отождествления проекций треков может быть вычислена по следующей рекуррентной формуле:

$$F_n^k = \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{j=1}^{E(n/2)} f_n^j (1 - f_n^j)^{l-1} F_j^{k-l} F_{n-j}^{k-l}, \tag{9}$$

где $F_1^{k-l} = 1$, $F_n^1 = 0$ при $n > 3$, $E(x)$ – функция "целая часть x". Входящая в формулу (9) величина $f_n^m = f_n^m(p)$ вычисляется по формуле (1).

Литература

1. М.И. Дайон, Б.А. Долгошеин, В.И. Ефременко, Г.А. Лексин, В.А. Любимов. Искровая камера. Атомиздат, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июня 1971 года.

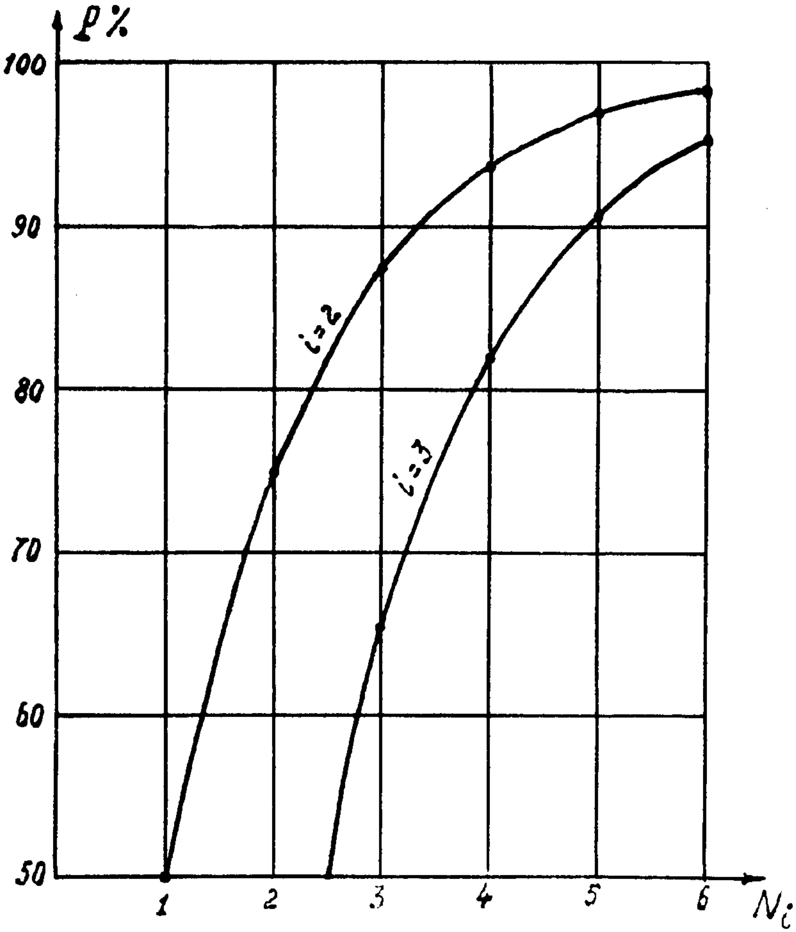

Рис. 1. Зависимость достоверности P идентификации проекции треков от числа N_i промежутков с пониженной эффективностью.

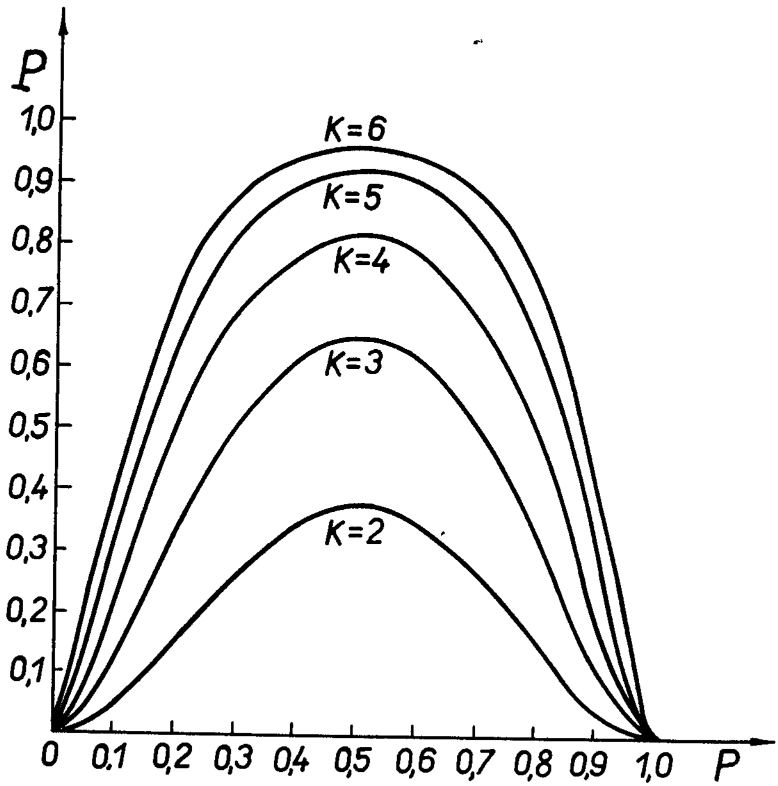

Рис. 2. Зависимость достоверности P идентификации треков ($n = 3$) от эффективности p выделяющих проекции искровых промежутков.