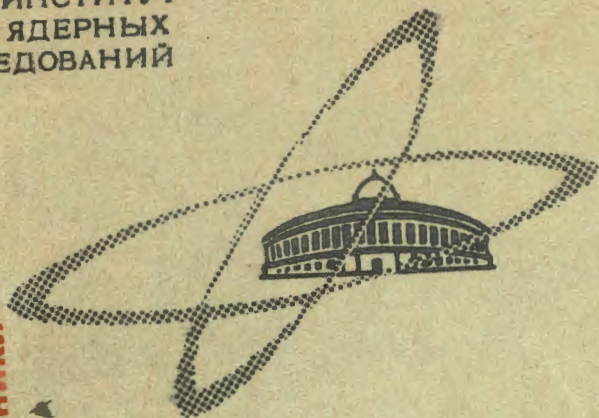


М 268

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P10 - 3768



Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина,  
А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова

ПРОГРАММА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ  
ДЛЯ БОЛЬШИХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР  
(Вариант "1-6")

1968

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ  
И АВТОМАТИЗАЦИИ

**P10 - 3768**

**Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина,  
А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова**

**ПРОГРАММА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ  
ДЛЯ БОЛЬШИХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР  
(Вариант "1-6")**

Направлено в ПТЭ

## О Г Л А В Л Е Н И Е :

	стр.
Глава 1. Общее описание программы геометрической реконструкции для больших камер (вариант I-6)	7
Глава 2. Размещение исходной информации на перфоленте	17
Глава 3. Обработка события в целом	27
§ 1. Считывание очередного события с магнитной ленты	27
§ 2. Зачеркивание ошибочных измерений	28
§ 3. Проверка правильности пробивки служебных признаков	29
§ 4. Определение коэффициентов преобразования в оптическую систему координат	29
§ 5. Проверка правильности измерения реперных крестов	32
§ 6. Переход в оптическую систему координат	33
§ 7. Матрица измерений	34
§ 8. Формирование управляющей перфокарты события	36
Глава 4. Обработка отдельного трека	37
§ 1. Проверка гладкости на проекции. Выброс плоских точек	37
§ 2. Восстановление пространственных координат	39

§ 3. Сшивание трека	45
§ 4. Вычисление магнитного поля в точках трека	47
§ 5. Выделение особых треков	48
§ 6. "Прополка"	48
Глава 5. Обработка особого трека	50
Глава 6. Обработка длинного трека	59
§ 1. Определение параметров частицы при аппроксимации трека параболой	59
§ 2. Проверка трека по критерию $\delta_x$	62
§ 3. Определение импульса по длине пробега частицы в камере	63
§ 4. Определение начальной оценки импульса по кривизне трека	64
§ 5. Проверка допустимости гипотезы о частице по критерию $g$ .	69
§ 6. Приложение к гл. 6	71
Глава 7. Определение оптимальной оценки $tg\alpha$	78
§ 1. Схема работы блока	78
§ 2. Определение оптимальной длины $\Delta_{opt}$	78
§ 3. Метод определения $tg\alpha$	80
§ 4. Определение $(\Delta tg\alpha)^2$	83
§ 5. Определение дисперсий измерительных ошибок в пространстве камеры	88
Глава 8. Определение оптимальных оценок $\rho^{-1}$ и $\beta$	98
§ 1. Построение функционала для определения $\rho^{-1}, \beta$ и $y^*$	99
§ 2. Определение $\rho^{-1}$ и $\beta$ в случае малого кулоновского рассеяния	107

§ 3. Определение параметров $tg\alpha, \beta, \rho$ частицы, останавливающейся в камере	II3
§ 4. Определение параметров следа первичного пучка	II4
§ 5. Общие замечания к методу определения оптимальных оценок $\rho^{-1}$ и $\beta$ .	II6
Глава 9. Определение оптимальных оценок параметров $\rho^{-1}, tg\alpha, \beta$ для электронов и позитронов	I20
§ 1. Общие замечания о выбранной схеме расчёта	I20
§ 2. Определение отсечки $\partial e$ и коэффициента $K_{\partial e}$ эффективного увеличения радиационной длины.	I22
§ 3. Определение оптимальной оценки $tg\alpha$	I25
§ 4. Определение оптимальных оценок $\rho^{-1}$ и $\beta$	I25
§ 5. Матрица $C'_{nm}$ многократного рассеяния и флуктуации радиационных потерь	I26
§ 6. Оптимальная длина для определения $\rho$	I32
Глава 10. Выбор ветви схемы определения параметров трека	I35
Глава 11. Выдача результатов программы	I46
§ 1. Обязательная выдача	I46
§ 2. Дополнительная печать	I52
§ 3. Таблица отказов работы программы	I55
Глава 12. Сводная таблица констант	I59
Глава 13. Проверка работы программы	I66
§ 1. Проверка начального приближения	I66
§ 2. Проверка работы блока определения оптимальных оценок параметров	I68

§ 3. Статистическая проверка программы	174
§ 4. Проверка программы обработки электронных треков	178
§ 5. Уменьшение ошибок параметров с увеличением информации о треке	178
Глава IV. Общие замечания	180
Литература	183

Приложение

Л.И. Мепилова, В. Фришева.

Программа выброса точек по кривой  
4-го порядка.

187

## ГЛАВА I.

### Общее описание программы геометрической реконструкции для больших камер (вариант I-6) \*

Программа рассчитана на обработку материалов с  
2- метровой пропановой камеры ОИЯИ,  
1-метровой пропановой камеры ОИЯИ,  
1-метровой жидководородной камеры ОИЯИ

и может быть легко настроена для любой другой камеры, близкой к указанным по конструкции ( например, СКАТ ИФВЭ ).

Исходя из особенностей конструкций пузырьковых камер нашего Института, в программе геометрической реконструкции мы считаем, что оптические оси стереофотокамер параллельны между собой и перпендикулярны поверхностям раздела оптических сред. Отклонения от перпендикулярности осей средам считаются малыми и учитываются при введении реперных крестов. (Программа рассчитана на число реперных крестов от 3 до 30).

Так как камеры в ОИЯИ заполнены жидким водородом, пропаном, и возможно заполнение их пропан-фреоновыми смесями, в алгоритме программы учтены как ионизационные потери, так и многократное рассеяние. Для обработки треков электронов специальный блок учитывает радиационные потери.

---

\* В этой главе используются материалы работы [I] .

Измерения магнитного поля в больших камерах показали, что наблюдается заметная его неоднородность, достигающая до 20%; поэтому в программе учитывается реальное поле в камере, которое задается в виде таблицы для трех компонентов поля, с возможностью учета его симметрии.

Для определения параметров трека строится функционал, учитывающий матрицу многократного рассеяния. В функционал входит рассчитанная траектория - интеграл уравнения Лоренца в реальном магнитном поле с учетом потерь. Хороший выбор начального приближения позволяет ограничиться только одной итерацией по методу Ньютона при окончательном определении параметров, обращающих в минимум  $\chi^2$ .

Программа рассчитана на обработку событий с числом треков не более 14, сфотографированных стереофотоаппаратом с числом объективов не более 6.

Для удобства физиков топология события (число  $V^0$  - частиц,  $\gamma$  - квантов, остановок частиц и т.д.) задается в виде, принятом в Дубне во всех ранее созданных геометрических программах.

Для экономии времени при составлении программы и удобства работы программа написана блоками в системе ИС-2 для машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4.

Настройка программы для обработки материала с определенной камеры осуществляется введением специальной таблицы констант (см. гл. 12), определяемых конструктивными особенностями камеры и условиями эксперимента.

Программа построена так, что ее легко использовать в работе *on-line* измерительных полуавтоматов ПУОС с ЭВМ БЭСМ-3М или БЭСМ-4.



На рис. I приведена принципиальная схема одной из основных ветвей программы, из которой видно, что расчет кинематических параметров трека производится для каждой частицы (в наиболее общем случае  $\alpha, \kappa, \rho, \epsilon$ ). Рабочая схема программы (см. рис. 2-6), разумеется, значительно сложнее, чем схема рис. I, так как она (а) включает много различных проверок исходного материала, (б) имеет другие ветви, позволяющие обрабатывать специальные случаи очень коротких или крутых треков и, если это оказывается возможным, сокращать время счета.

Расчеты выполняются в следующей системе единиц:

$M$  - масса частицы в Мэв/с<sup>2</sup>,

$P$  - импульс частицы в Мэв/с,

$H$  - магнитное поле в кгс,

$\alpha, \beta$  - углы в радианах,

$X, Y, Z; x, y,$  - координаты в см.,

$e/c = \pm 0,3$  для рассматриваемых однозарядных частиц.

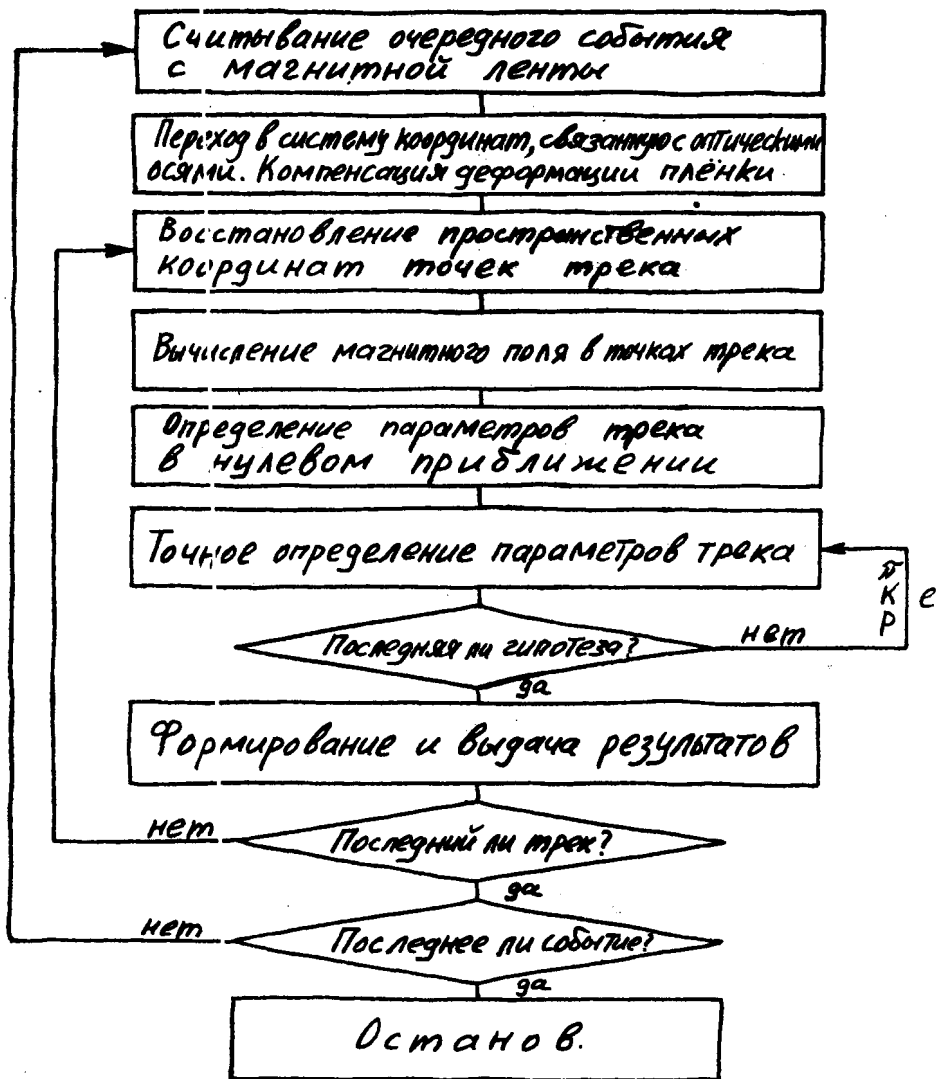
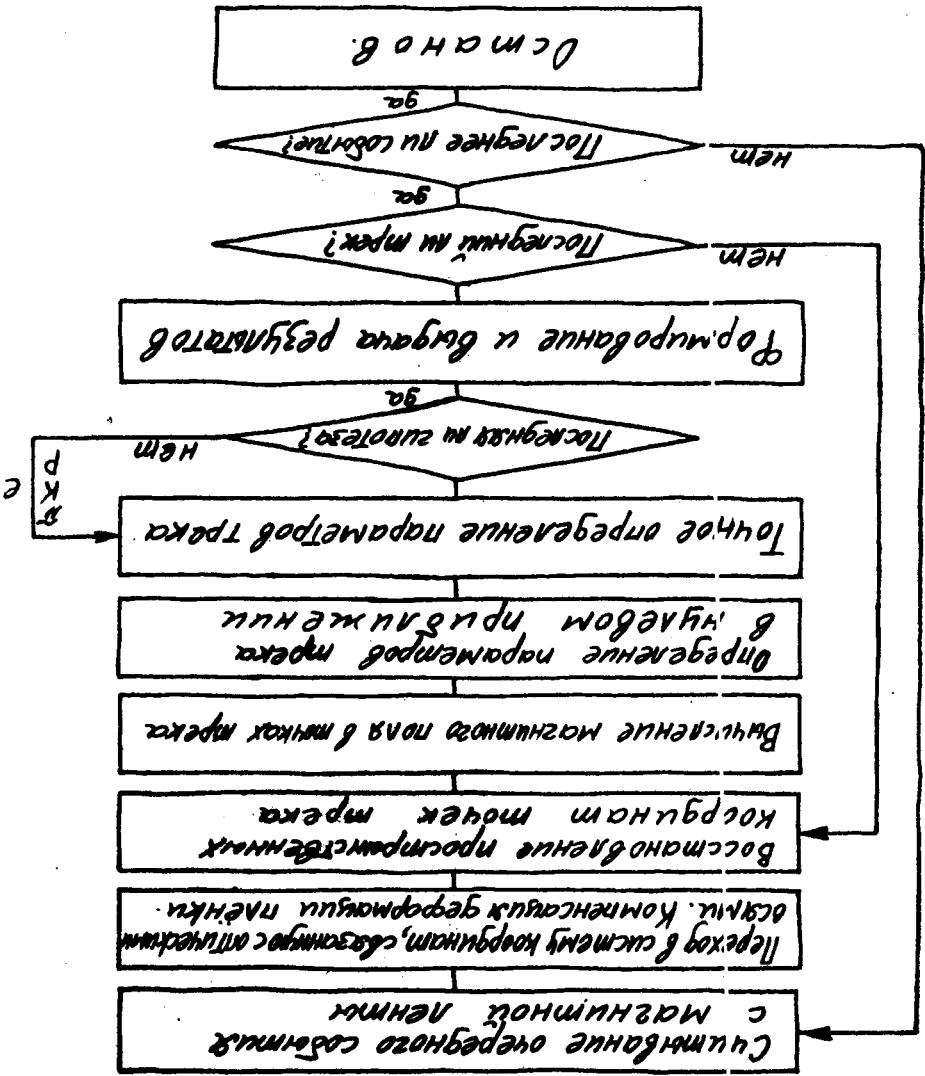


Рис. 1

Принципиальная схема  
 программы геометрической реконструкции  
 для больших камер (вариант 1-б)

Принципиальная схема  
 программы геометрической реконструкции  
 для боковых камер (вариант 1-6)

Рис 1



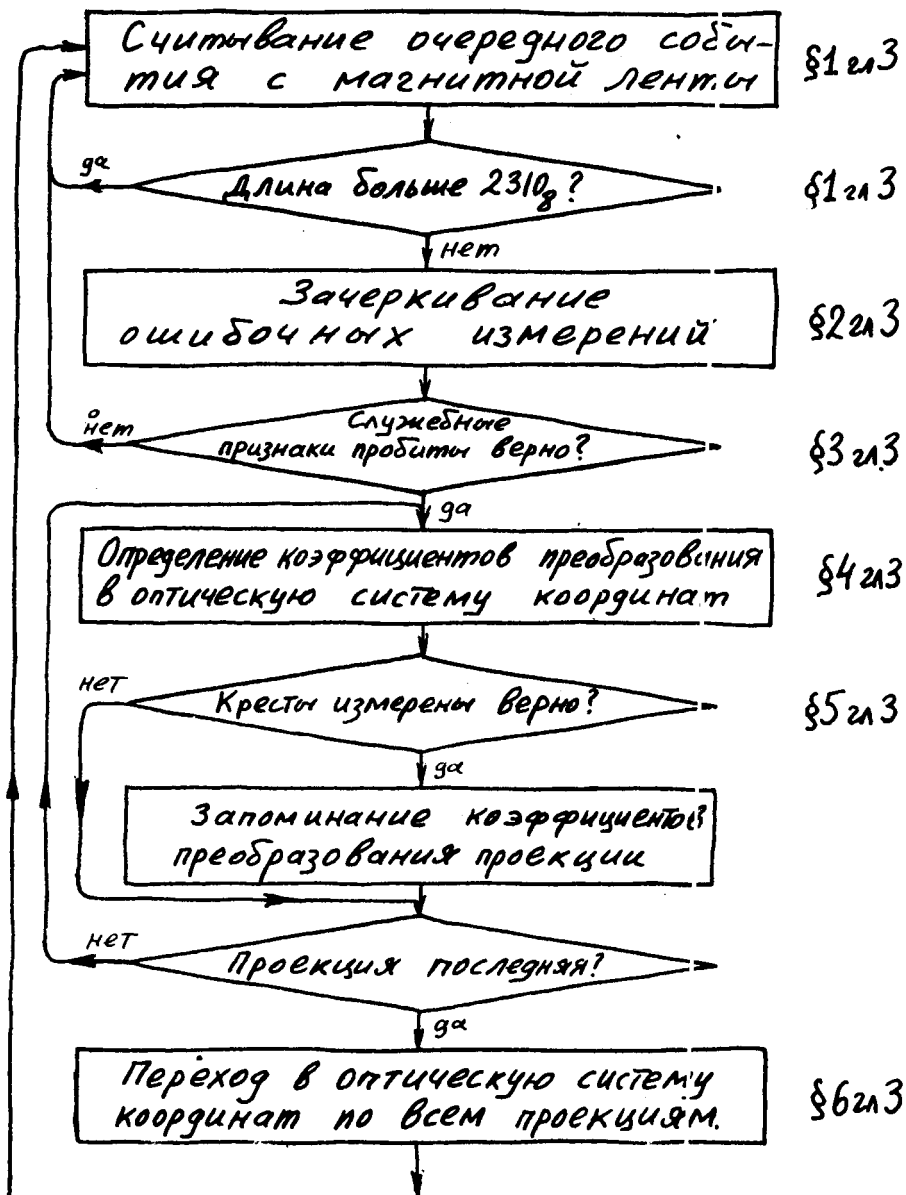


Рис 2 (начало)

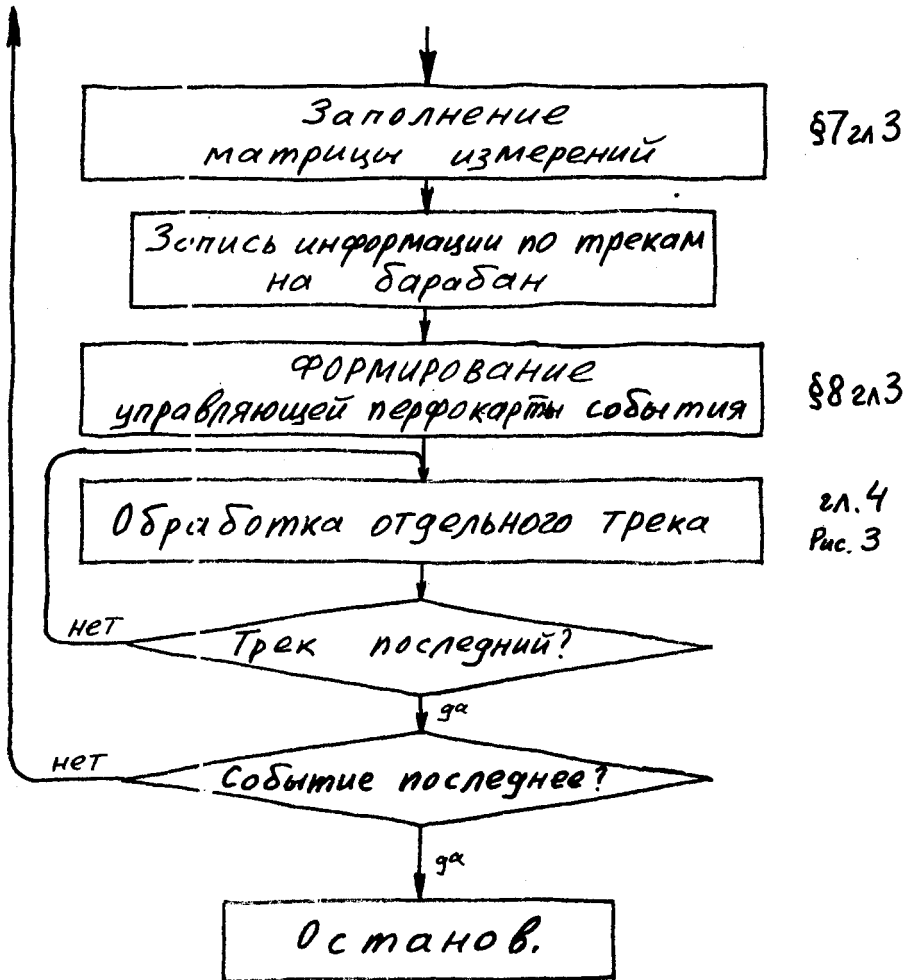


Рис 2 (окончание)

Схема программы геометрической  
реконструкции для больших камер  
(вариант 1-6)

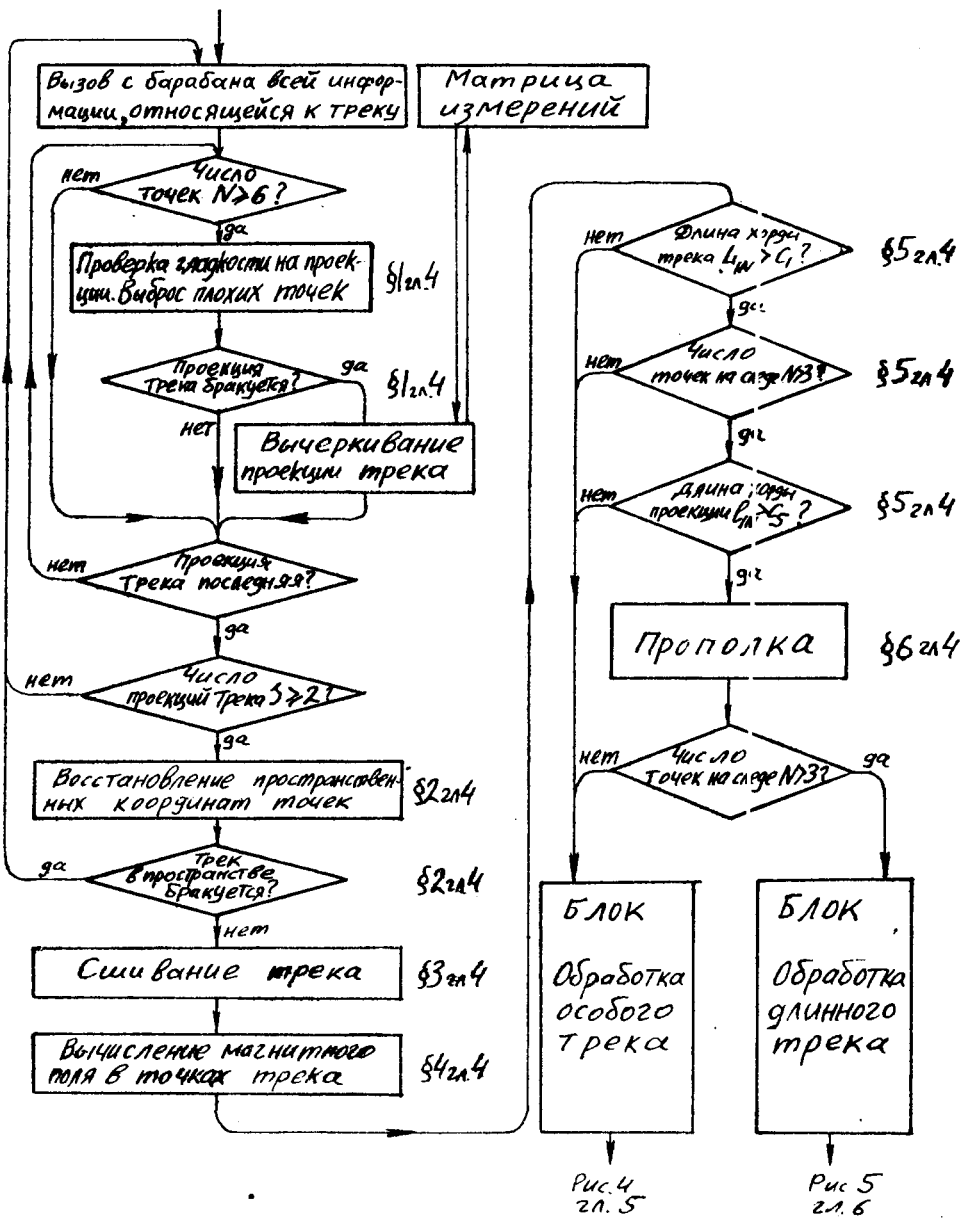


Рис 3  
 Схема блока обработки  
 отдельного трека

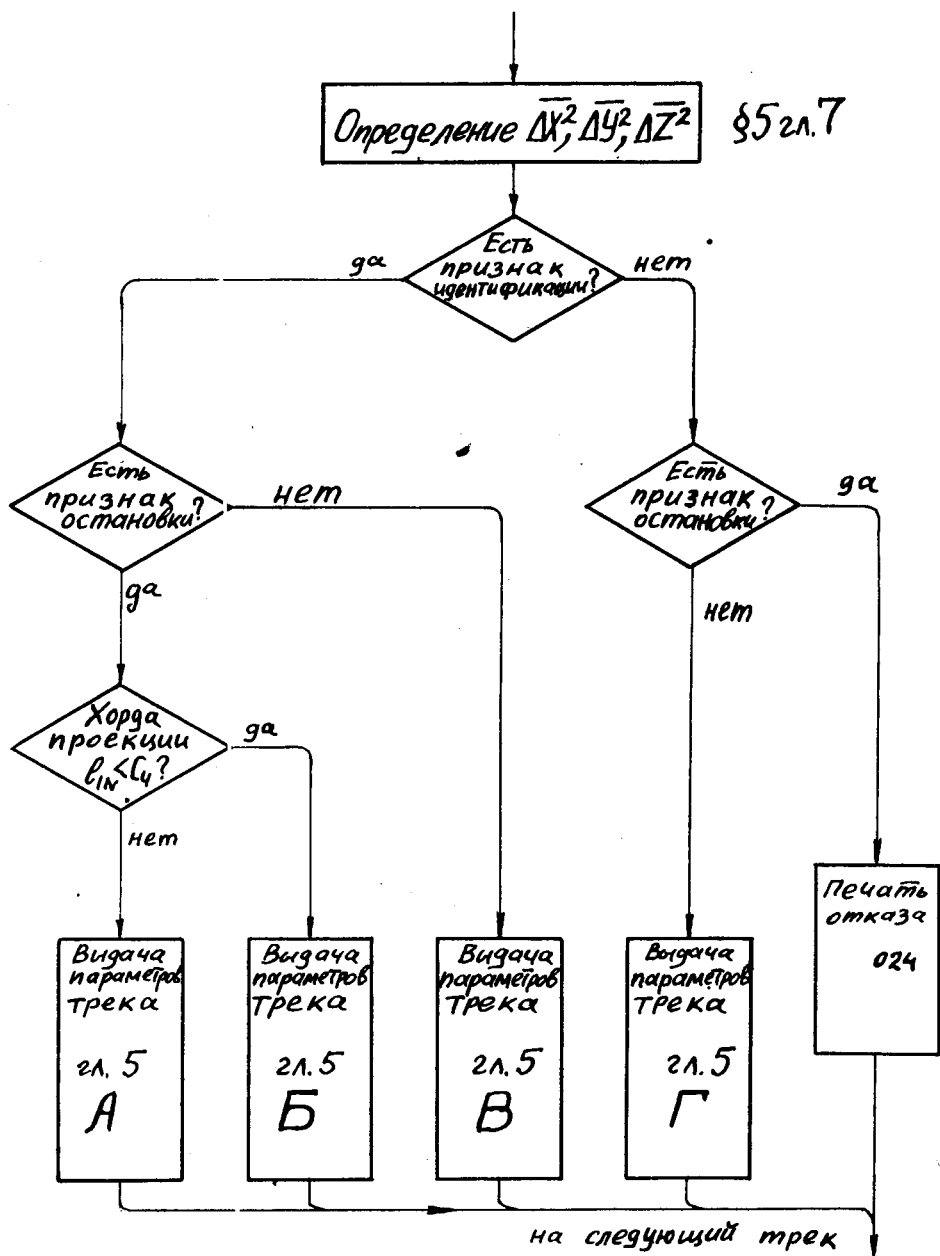


Рис.4

Обработка особого трека

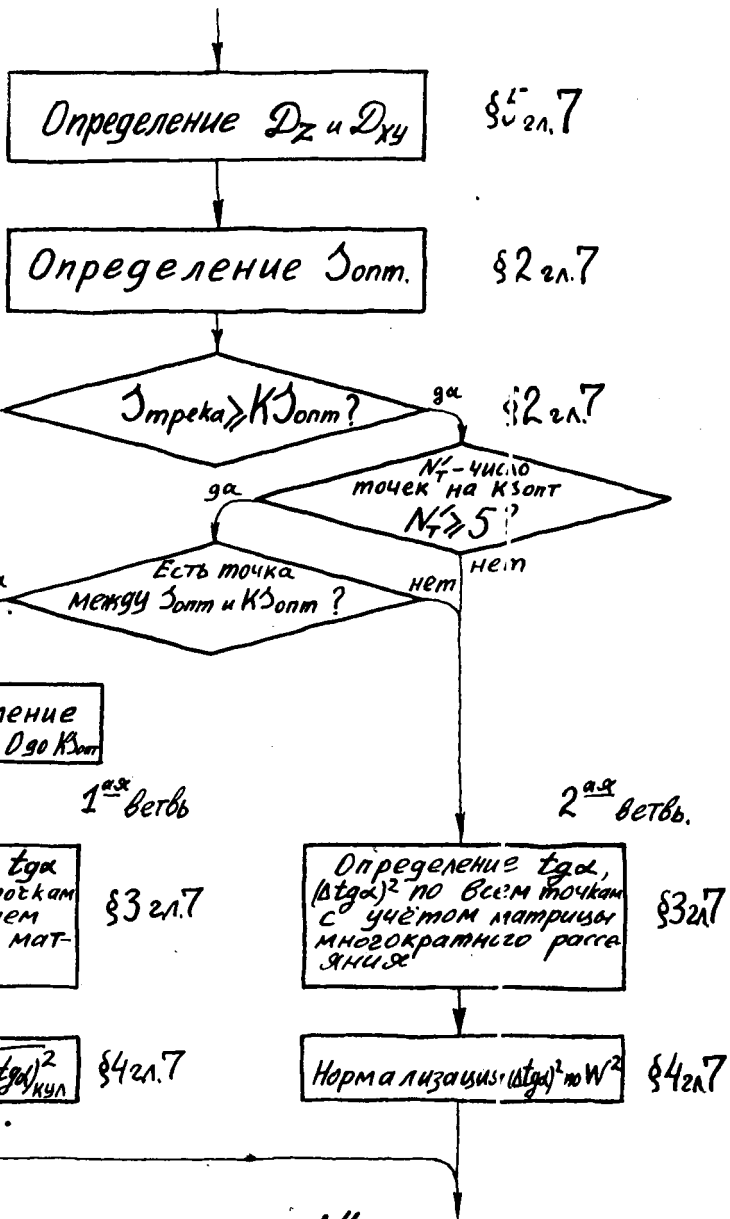


Рис. 5 Блок „α“

Определение оптимальной оценки  $tg\alpha$



§2а.6  
 Определение параметров траектории частицы при аппроксимации проекции на ХОУ параболой и развертки на ZS-прямой.

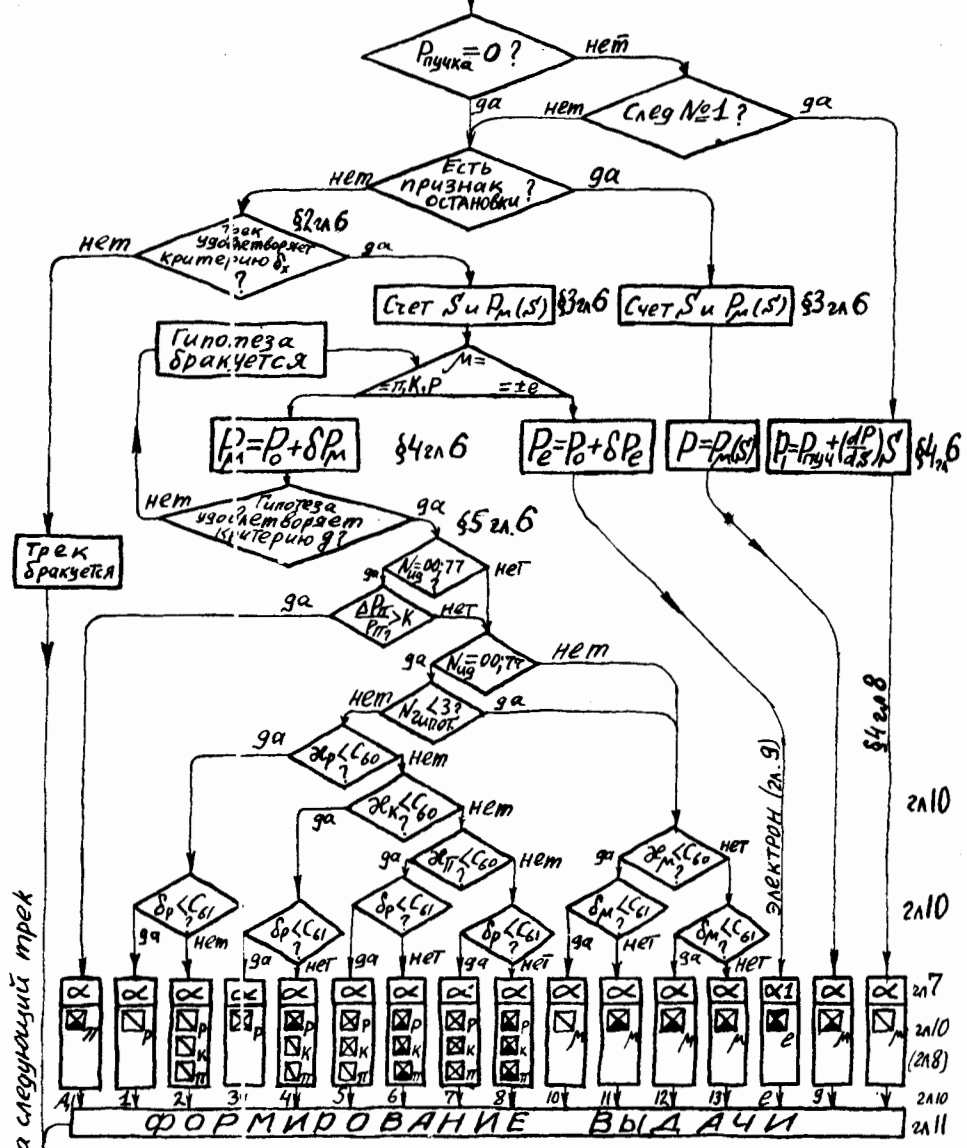


Рис 6. Обработка длинного следа

$$M = \begin{cases} = \pi^+, K^+, P, \text{ или } \pi^-, K^-, & \text{если } N_{\text{из}} = 00 \\ = \pi^+, K^+, P, e^+, \text{ или } \pi^-, K^-, e^-, & \text{если } N_{\text{из}} = 77 \\ = M, & \text{если } N_{\text{из}} \neq 0 \text{ и } N_{\text{из}} \neq 77 \end{cases}$$

## ГЛАВА 2.

### Размещение исходной информации на перфоленте

Мы исходим из того, что измерения производятся на полуавтомате [2] и пробиваются на перфоленте. При работе полуавтоматов, непосредственно связанных с ЭВМ, информация в памяти машины располагается аналогично.

Каждое событие занимает одну, две или три зоны на бумажной ленте, но не более  $2 \times 1144_8 = 2310_8$  кодов. Информация о событии располагается на перфоленте в следующем порядке (см. рис. 8а,б):

1. "Шапка события"
2. Признаки следов
3. Проекция
4. Признак конца события.

#### "Шапка события"

"Шапка события" должна быть пробита всегда в первых 8 кадрах перфоленты.

I кадр. Номер зоны перфоленты.

Номер зоны перфоленты занимает разряды (10, 9) (7, 6, 5) (3, 2, 1), таким образом, номер зоны может быть от 000 до  $377_8$  в указанной выше кодировке.

2 кадр. Номер эксперимента - девятизначное десятичное число, в разрядах с I по 36.

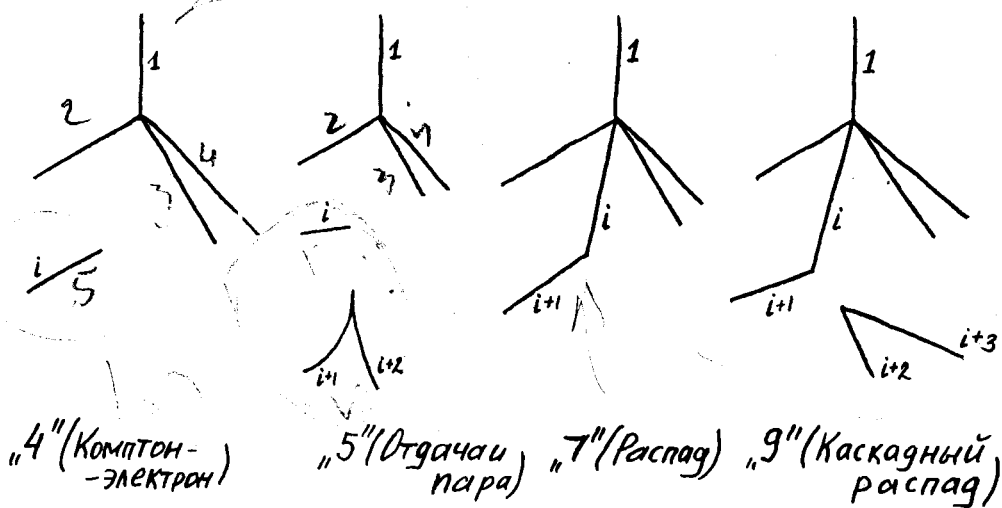
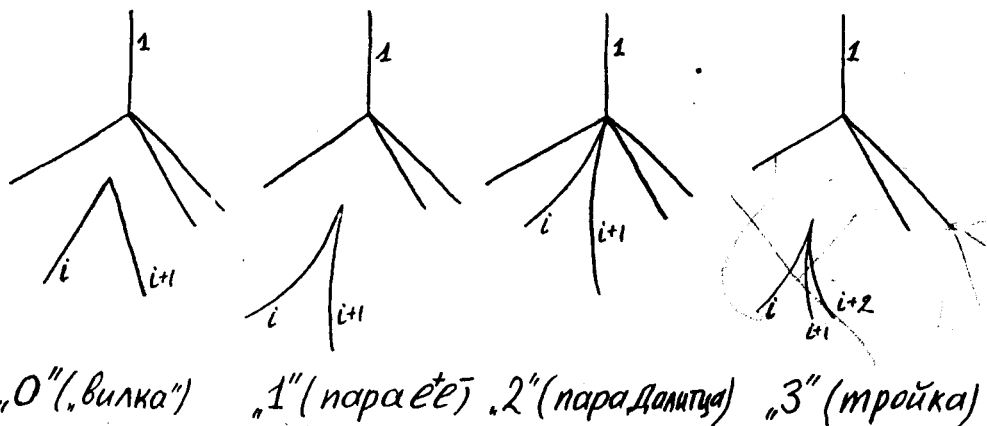


Рис. 7.

## Топология события

N кадра	36-25	24-13	12-1	Разряды	Содержание
---------	-------	-------	------	---------	------------

Шкала события

1			← N зоны →	Номер зоны от 000 до 377, целые значения цифры от 0 до 7.
2	← N эксперимента →			9 цифр в 10 <sup>ой</sup> системе
3	← N опыта →	← N пленки →	← N кадра →	3+3+3 цифры в 10 <sup>ой</sup> системе
4	N оператора	← Дата измерения →	N прибора	2+5+2 цифры в 10 <sup>ой</sup> системе
5	← ПЗ →	← П2 →	← П1 →	П-признак топологии события,
6	П6	П5	П4	каждый признак занимает 12 разрядов (1-4)-номер следов особенности в 8 <sup>ой</sup> системе, (5-8)-номер следа звезды в 8 <sup>ой</sup> системе, (9-12)-признак особенности (см. рис. 7)
7	П9	П8	П7	
8	П12	П11	П10	

Признаки следов (Задаются при необходимости (кадрах 9 и 24))

9	← Признаки следа →			Занимают один кадр на след,
...	—	"		Разряды (1-4)-номер следа в 2 <sup>ой</sup> системе,
...	—	"		(9-12, 13-16)-идентификация,
...	—	"		1 в 25 разряде - признак остановки.

Проекции

N			N-номер объектива в 8 <sup>ой</sup> системе в разрядках 33-36
← 0 →			Номер следа 0 - признак крестов
← X <sub>1</sub> →		← Y <sub>1</sub> →	} Координаты реперных крестов.
← X <sub>2</sub> →		← Y <sub>2</sub> →	
...	...	...	
← X <sub>n</sub> →		← Y <sub>n</sub> →	
← 0 →			} Признак конца измерений крестов
← 0 →			

Рис. 8а (начало)

Условное изображение пробивки события на перфоленте.

			$N_{\text{тр}}$	№ трека в разрядах 1-4 во 2 <sup>ой</sup> системе
$\leftarrow x_1 \rightarrow$	$\leftarrow y_1 \rightarrow$			} Координаты точек трека
...	...	...		
$\leftarrow x_n \rightarrow$	$\leftarrow y_n \rightarrow$			
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			} Признак конца измерений трека
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			
0000	0060	0000		Признак конца проекции
N				Номер объектива
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			следно - кресты
$\leftarrow x_1 \rightarrow$	$\leftarrow y_1 \rightarrow$			} Координаты крестов
...	...	...		
$\leftarrow x_n \rightarrow$	$\leftarrow y_n \rightarrow$			
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			} Признак конца измерений крестов
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			
			$N_{\text{тр}}$	Номер трека
$\leftarrow x_1 \rightarrow$	$\leftarrow y_1 \rightarrow$			} Координаты точек трека
...	...	...		
$\leftarrow x_n \rightarrow$	$\leftarrow y_n \rightarrow$			
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			} Признак конца измерений трека
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			
0000	0060	0000		Признак конца проекции
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			} Признак конца события
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			
$\leftarrow 0 \rightarrow$	$\leftarrow 0 \rightarrow$			

Рис 8а (окончание)

Условное изображение пробивки события на перфоленке

Пример пробивки служебной информации на перфоленде

по программе 1-6

В окошках указаны пробитые числа

Дорожка для БМ „Минск“

кадр	разряды	границы кадра
1	1-10	номер зоны (N24)
2	1-24	номер эксперимента
3	1-24 25-28	N кадра и N пленки (252651)
4	25-24 17-20 9-16 1-8	N оператора (2) N полуавтомата (8) число (21) месяц (8)
5 (вылки пары)	1-24	признаки топологии
6		
7		
8		
9	25 26-16 8-8 1-4	признак остановки — N — частицы (об) — N — ионизации N следа (1)
10 след N2	—	то же для следа 2
11 след N3	—	то же для следа 3
12 след N4	—	то же для следа 4
13 след N5	—	то же для следа 5
		разряды 33-35 для номера объектива (1) (проекция)
		один пустой кадр
		координаты первого креста
		координаты второго креста
		и т.д.

Пример перехода на пробивку координат следа после крестов или предыд. следа.

координаты последнего креста или последней точки предыдущего следа

два

пустых кадра

1-4 разряды — номер следующего прека (2)

координаты первой точки следа (N2)

Пример перехода на след. пом. проекц.

координаты послед. точки послед. следа, и меряемого на предыдущей проекции

два

пустых кадра

признак конца проекции — пробивка разрядов 17 и 18

N следующей проекции в разрядах 33-35 (3)

один пустой кадр

координаты  $i^{20}$  кресту на следующ. проекции

Пример пробивки конца оных (объектив) последние координаты

два

пустых кадра

признак конца проекции — пробивка 17, 18, разрядов

три

пустых

кадра

дорожка для БМ „Минск“ далее 35 пустых кадров

Рис. 88

Образец пробивки информации на перфоленде

3 кадр. Номер опыта, номер пленки, номер события.

$3 \times 3 = 9$  цифр в 10-й системе, в разрядах с I по 36.

4 кадр. Номер оператора, дата измерения, номер измерительного прибора.

$2 + 5 + 2 = 9$  цифр в 10-й системе, в разрядах с I по 36.

5 - 8 кадры. Топология события.

В каждом кадре могут быть записаны 3 признака события (всего  $3 \times 4 = 12$  признаков). Каждый признак занимает 12 разрядов (I-12, 13-24, 25-36). В разрядах I-4 (соответственно, 13-16 и 25-28) стоит номер в двоичной системе ("особенного") следа события (см. рис. 7).

5+8 (соответственно 17-20 и 29-32) номер следа звезды в двоичной системе.

9+12 (соответственно 21-24 и 33-36) признак особенности события (рис. 7), например "0" -  $V^0$  - событие, "I" - электрон-позитронная пара и т.д.

Если для задания топологии события нужно меньше места, то оставшиеся разряды заполняют нулями по 8 кадр включительно.

### "Признаки следов"

Эта информация задается только при ее необходимости в кадрах с № 9 по № 23. (На каждый след отводится один кадр).

В разрядах I-4 стоит номер следа в двоичной системе,

5+8 - признак ионизации (IO система)

9÷I2-I- признак идентификации (десятичное число)

I÷I6-2- признак идентификации

### Условные числа признаков идентификации

1 -  $\pi^+$

2 -  $K^+$

3 -  $p$

4 -  $\Sigma^+$

5 -  $\pi^-$

6 -  $K^-$

7 -  $\Sigma^-$

8 -  $e$  ( $e^+$  или  $e^-$  по знаку кривизны \*)

9 -  $e^-$

77 -  $\pi, K, p, e$  - по знаку кривизны

00, или отсутствие "признаков следов" означает выполнение расчетов для гипотез  $\pi^+, K^+, p$  или  $\pi^-, K^-, p$  в зависимости от знака кривизны и длины следа (см. гл. 5 и гл. 6),

25 разряд - признак остановки частицы в камере.

Признак остановки, заданный без признака идентификации, аннулируется.

---

\* В первом варианте программы

8 -  $e^-$

9 -  $e^+$



## Проекции

Каждая проекция обязательно должна начинаться номером объектива (проекции) и заканчиваться специальным признаком.

Допускается не более 6 проекций в событии.

Рассмотрим подробно информацию для каждой из проекций.

Кадр. Номер объектива, в IO системе в разрядах 33-36. В разрядах I-32 должны обязательно стоять нули.

Кадр. Номер следа "0"

"0" след - это реперные кресты на заданной проекции.

Пробивается просто нулевой кадр.

Кадр. Координаты первого по порядку креста.

В разрядах с I+16 координата  $y$  в двоичной системе, в разрядах 2I+36 координата  $x$  в двоичной системе.

Далее стоит информация о следах, которая для каждого следа начинается с его номера и кончается специальным признаком.

Номер следа пробивается в отдельном кадре в разрядах I+4 в двоичной системе, в остальных разрядах должны быть нули. Вслед за номером следа идут координаты точек.

Каждая точка занимает один кадр: координата  $x$  пробивается в разрядах 2I+36, координата  $y$  - в разрядах I+16. Координаты бьются в двоичной системе.

Младший разряд соответствует цене отсчета полуавтомата ( $\sim 2,5$  микрона).

Признаком конца трека является пробивка двух нулевых

кадров, признаком конца проекции—число

0000      0060      0000 .

Мы условно считаем, что измерения следа № 0, которые должны располагаться сразу за номером объектива, - это измерения координат реперных крестов на данной проекции. Порядок измерения крестов обязательно соответствует порядку их задания в блоке "Определение коэффициентов преобразования в систему координат, связанную с оптическими осями". (§4, гл.3)

Порядок измерения собственно следов и проекции произвольный.

Признаком конца события (всех проекций) является пробивка трех нулевых кадров.

Условное изображение пробивки см. на рис. 8а

При описанной выше пробивке измерений события разряды I9 и I0 используются как признаки аннулирования обнаруженной оператором (при пробивке) ошибочной информации.

"I" в I0 разряде - признак аннулирования трека (крестов), включая и его номер.

"I" в I9 разряде - признак аннулирования проекции, включая и ее номер.

Если информация о событии занимает больше  $II4+8$  кадров, то она располагается на двух стоящих подряд зонах перфоленты, причем разрыв допускается только между двумя соседними проекциями (сразу после признака конца проекции).

кадров, признаком конца проекции—число

0000      0060      0000 .

Мы условно считаем, что измерения следа № 0, которые должны располагаться сразу за номером объектива, - это измерения координат реперных крестов на данной проекции. Порядок измерения крестов обязательно соответствует порядку их задания в блоке "Определение коэффициентов преобразования в систему координат, связанную с оптическими осями". (§4, гл.3)

Порядок измерения собственно следов и проекции произвольный.

Признаком конца события (всех проекций) является пробивка трех нулевых кадров.

Условное изображение пробивки см. на рис. 8а

При описанной выше пробивке измерений события разряды I9 и 20 используются как признаки аннулирования обнаруженной оператором (при пробивке) ошибочной информации.

"I" в 20 разряде - признак аннулирования трэка (крестов), включая и его номер.

"I" в I9 разряде - признак аннулирования проекции, включая и ее номер.

Если информация о событии занимает больше II44<sub>8</sub> кадров, то она располагается на двух стоящих подряд зонах перфоленты, причем разрыв допускается только между двумя соседними проекциями (сразу после признака конца проекции).

Во второй зоне последовательно пробиваются:

1. Граница зоны
2. Номер зоны
3. Начало очередной проекции трека и т.д.



## ГЛАВА 3.

### Обработка события в целом

Начиная с данной главы, последовательно описывается работа программы, представленной на рис. 2-6.

Рассмотрим назначение каждого из блоков этой программы (см. рис. 2).

#### § I. Считывание очередного события с магнитной ленты.

Накопление исходных данных с перфоленты на магнитной ленте ЭВМ МИНСК с последующей передачей на магнитную ленту ЭВМ М-20 производится с плотной записью, т.е. в одну зону магнитной ленты (МЛ) может быть записано несколько зон перфоленты (ПЛ).

При записи на магнитную ленту во втором адресе первой строки информации (на МЛ) для каждой переписанной зоны перфоленты указывается число кодов этой зоны. За последним числом очередной зоны ПЛ стоит первая строка следующей зоны ПЛ. Признаком конца записи материала в зону магнитной ленты является код, состоящий из единицы 37-го разряда. Длина зоны МЛ всегда  $1144_8$  кода.

После считывания с магнитной ленты очередной зоны с номером № ЗМЛ и записи ее на магнитный барабан ЭВМ выбирает материал, относящийся к первому по порядку событию, записанному в этой зоне. Событие может размещаться в одной, двух или трех последовательных зонах магнитной ленты.

После ввода события производится проверка длины введен-

ного массива. Если она больше 2310<sub>8</sub> кодов, то выдается специальный признак

+++00 000 000 001

—3

и управление передается на ввод следующего события.

После обчета очередного события с магнитного барабана выбирается следующее, проверяется его длина и так далее, пока не будет обчислен весь материал, записанный в зону магнитной ленты с номером № ЗМЛ. Затем вызывается следующая зона магнитной ленты, и так далее.

## § 2. Зачеркивание ошибочных измерений

Для зачеркивания ошибочных измерений используется стандартный блок, ранее примененный в программе [ 3 ] .

Допускается аннулирование неправильных измерений трека (или крестов) на отдельной проекции и самой проекции в целом.

Пробивка "I" в 20 разряде (19 разряде) отдельного кадра аннулирует всю предыдущую информацию, относящуюся к данному треку (данной проекции). Дальнейшие измерения следует начинать с номера трека (номера проекции), если этот трек (проекция) должен быть измерен.

Для зачеркивания нескольких треков или снимков соответствующие признаки аннулирования пробиваются подряд столько раз, сколько треков или снимков нужно зачеркнуть. Максимальное число зачеркиваемых треков и проекций не должно превышать 10 и 8 соответственно.

### § 3. Проверка правильности пробивки служебных признаков

1. Если номер объектива не лежит в интервале I+6, то выдается код

+++00 000 000 002  
---3

2. Если после ввода трех последовательных зон перфоленты нет признака конца события, то выдается код

+++00 000 000 004  
---3

3. Если номер трека не лежит в интервале I+I4, то выдается код

+++00 000 000 005  
---3

Во всех трех случаях управление передается на ввод следующего события.

### § 4. Определение коэффициентов преобразования в оптическую систему координат

Пусть оптическая система камеры состоит из  $J$  жестко соединенных объективов с осями, которые составляют малые углы с перпендикулярами к плоскости разделов оптических сред.

Выберем  $J$  побочных оптических осей, параллельных между собой и составляющих также малые углы с упомянутыми выше перпендикулярами и главными оптическими осями.

Ось  $Z$  системы координат в пузырьковой камере направим по этим побочным оптическим осям, выбрав для определенности начало отсчета  $Z$  на границе рабочего объема камеры. Направление оси  $x$  системы координат камеры выбирается произвольно, ось  $y$  должна быть направлена так, чтобы получилась правая тройка.

На каждой из  $S$  проекций мы введем свою систему координат  $(x_s; y_s)$ , которую определим следующим образом:

а) Начало отсчета по осям  $x_s$  и  $y_s$  возьмем в точке пересечения побочной оптической оси с плоскостью проекции (пленки),

б) Оси  $x_s$  и  $y_s$  направим противоположно осям  $x$  и  $y$  соответственно.

Для определения коэффициентов перехода от системы координат  $(x'; y')$  измерительного прибора к оптической системе координат  $(x_s; y_s)$  на каждой из  $S$  проекций должны быть (1) измерены какие-то реперные точки (кресты) на этой проекции и (2) заданы их координаты в системе  $(x_s; y_s)$ .

В качестве таких реперных точек обычно берут или кресты на прижимном стекле фотоаппарата, или кресты на границе рабочего объема камеры. В первом случае мы будем иметь внутреннее ориентирование стереофотоаппарата, а во втором – внешнее. Рассматривая общую задачу определения коэффициентов математического описания оптической системы камеры и определения координат крестов в системе  $(x_s; y_s)$ , можно показать, что система внешнего ориентирования имеет преимущества, так как позволяет в определенной степени компенсировать погрешности математического описания оптики и определения координат крестов.



Настоящая программа геометрической реконструкции допускает как внешнее, так и внутреннее ориентирование фото-системы в зависимости от того, какие кресты (внутри объема камеры или на прижимном стекле фотоаппарата) принимаются как реперные.

Мы считаем, что до начала работы геометрической программы координаты реперных крестов в системах  $(x_s; y_s, z = I, \dots, N_s; s_k \leq 6)$  введены в программу в той последовательности, в какой они должны будут измеряться на полуавтомате.

Назовем эти кресты и соответствующие им координаты теоретическими. Обозначим набор этих координат на проекции через  $\{\bar{p}_i\}$  ( $i = I, \dots, N_s; 3 \leq N_s \leq 30$ ). Набор измеренных на полуавтомате координат реперных крестов обозначим через  $\{\bar{p}'_i\}$ .

Задача состоит в том, чтобы определить коэффициенты преобразования  $\lambda_x, \lambda_y, t_x, t_y, \varphi$  от системы координат полуавтомата к системе  $(x_s; y_s)$ .

Указанные коэффициенты могут быть получены из решения системы уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_x} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_y} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t_x} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t_y} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0, \quad (3-1)$$

где

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_s} \omega_i \left\{ \left[ \lambda_x (x_i - s_x) - (x'_i + t_x - s_x) \cos \varphi + (y'_i + t_y - s_y) \sin \varphi \right]^2 + \left[ \lambda_y (y_i - s_y) - (y'_i + t_y - s_y) \cos \varphi - (x'_i + t_x - s_x) \sin \varphi \right]^2 \right\}, \quad (3-2)$$

$\omega_i$  - вес точек (в нашей программе  $\omega_i = 1$ ).

Алгоритм решения системы (I) изложен в [4] и реализован в стандартной программе, которая выдает:

$$\varphi_m, \beta_x, S_y, S_x', S_y', \varphi, \lambda_x, \lambda_y, \quad (3-3)$$

где

$$t_x = S_x - S_x', \quad t_y = S_y - S_y', \quad \varphi_m = \min_{\lambda_x, \dots, \varphi} \varphi. \quad (3-4)$$

### § 5. Проверка правильности измерения реперных крестов

1. Число измеренных реперных крестов ( $N_s$ ) должно совпадать с числом заданных на рассматриваемой проекции  $\mathcal{J}$  теоретических ( $N_s'$ ). Если

$$N_s \neq N_s', \quad (3-5)$$

то печатается признак

+++00 000 000 003

+++00 000 000 00 $\mathcal{J}$

( $\mathcal{J}$  - номер проекции)

2. Для проверки качества измерений системы реперных крестов на рассматриваемой проекции производится оценка величины  $\frac{1}{2N_s-5} \varphi_m$  см. (3-4).

Если

$$\frac{1}{2N_s-5} \varphi_m > \lambda, \quad (3-6)$$

где  $A$  - заданная константа, одинаковая для всех проекций, то печатается код \*

+++00	000	000	006
+++00	000	000	003.

3. Коэффициенты усадки пленки  $\lambda_x$  и  $\lambda_y$  должны быть числами одного знака. Отрицательное значение  $\lambda_x \cdot \lambda_y$  означает несоответствие порядка измеренных и теоретических крестов или другую грубую ошибку в измерении крестов. При

$$\lambda_x \cdot \lambda_y \leq 0 \quad (3-7)$$

выдается код

+++00	000	000	007
+++00	000	000	003.

В случае выполнения любого из условий (3-5 ÷ 3-7) рассматриваемая проекция бракуется и управление передается на счет следующей проекции.

### § 6. Переход в оптическую систему координат

Измеренные полуавтоматом координаты трека преобразуются в нормализованные двоичные числа и умножаются на  $\mu$  - цену деления полуавтомата.

Переход от системы координат измерительного прибора в оптическую систему производится по формулам

=====

\* В раннем варианте программы отбрасывание по этому признаку производилось для каждого трека на проекции, поэтому вместо номера проекции 3 там стоял номер трека, а номер отказа был 014.

$$\begin{aligned} x_s &= \bar{a}_x^{-1} [\cos \varphi (x' - S'_x) - \sin \varphi (y' - S'_y)] + S_x, \\ y_s &= \bar{a}_y^{-1} [\sin \varphi (x' - S'_x) + \cos \varphi (y' - S'_y)] + S_y, \end{aligned} \quad (3-8)$$

где

$x_s, y_s$  - координаты точки трека в оптической системе для проекции с номером  $J$  ;

$x'_s, y'_s$  - координаты той же точки в системе координат измерительного прибора;

$\bar{a}_x, \bar{a}_y, \varphi, S'_x, S'_y, S_x, S_y$  - коэффициенты, определенные в § 4 (см. 3-3, 3-4).

### § 7. Матрица измерений

Для удобства анализа работы программы составляется специальная матрица правильных измерений (15 x 6), рассчитанная на 15 треков \* и 6 проекций.

Для каждого трека отведена одна ячейка памяти (строка). Разряды 1 ÷ 18 этой строки разбиты на 6 групп (столбцов) по 3 разряда (для 6 проекций).

Если есть измерения трека с номером  $i$  на проекции с номером  $K$ , то в младший разряд  $K$ -того столбца  $i$ -той строки матрицы заносится единица. В тех случаях, когда программа бракует отдельный след или всю проекцию, соответствующая единица заменяется нулем.

=====

\* Трек с номером 0' - реперные кресты.

Разряды	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Номер объекта Номер трека	6			5			4			3			2			1		
0			1			1			1			1			1			1
1			1			1									1			1
2			1			1									1			1
3									1			1						
4									1			1						
5												1			1			
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12						1			1						1			1
13																		
14																		

Рис. 9

Пример заполнения матрицы измерений

Событие измерено на 6 проекциях  
 Трек №0 (Кресты) качественно измерен на проекциях 1-6  
 Трек №1 качественно измерен на проекциях 1,2,5,6.  
 -- №2      --//--      --//--      --//--      1,2,5,6  
 -- №3      --//--      --//--      --//--      3,4  
 -- №4      --//--      --//--      --//--      3,4  
 -- №5      --//--      --//--      --//--      2,3  
 -- №12     --//--      --//--      --//--      1,2,4,5

Таким образом, на каждом этапе работы программы матрица измерений дает информацию о номерах, измеренных и не забракованных программой треков с указанием номеров проекций, на которых измерены эти треки.

В разряды 19+45 ячеек памяти, отведенных под матрицу измерений, засылаются нули.

Пример матрицы показан на рис. 9.

#### § 8. Формирование управляющей перфокарты события

Для управления работой последующих программ на перфорации или магнитную ленту, а также и на печать, выдается так называемая "управляющая перфокарта" в объеме "шапки события" (см. гл. II).

Вид пробивки и печати дан на *рис. № 8а* в первых восьми кодах. 9-ый код управляющей перфокарты - контрольная сумма.

Обработка отдельного трека

§ I. Проверка гладкости на проекции. Выброс  
плохих точек

Координаты проекции трека на плоскость снимка преобразуются из системы  $x_3oy_3$  (см. §§ 4 и 6 главы 3) в систему  $xoy$ , где ось  $ox$  выбирается так, чтобы сумма квадратов расстояний измеренных точек до нее была минимальна, а начало координат "0" совпадало с центром тяжести системы точек, образующих трек.

Исключение "изолированной" точки

Находится точка трека, наиболее удаленная от "0", т.е. точка, для которой

$$x_j^2 + y_j^2 = \max (x_i^2 + y_i^2). \quad (4-1)$$

Вычисляется величина

$$\sigma_1 = \frac{x_j^2 + y_j^2}{\frac{k}{n} \left[ \sum_{i=1}^k (x_i^2 + y_i^2) - (x_j^2 + y_j^2) \right]}, \quad (4-2)$$

где  $n$  - число точек трека,

$$k = 10.$$

Если  $\sigma_1 \geq 1$ , то точка  $(x_j; y_j)$  выбрасывается и программа работает сначала, рассматривая совокупность из  $(n-1)$  точки. Этот процесс продолжается, пока  $\sigma_1$  не станет  $< 1$

или число точек не станет  $< 5$ .

Далее в системе  $xoy$  проводится методом наименьших квадратов кривая

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (4-3)$$

и находится величина

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2}{n-5}}$$

Если  $\sigma_2 \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - заданная константа, то выброса точек не производится.

Если же  $\sigma_2 > \varepsilon$ , то выбрасывается наиболее удаленная от кривой  $y = f(x)$  точка, и по оставшимся точкам процесс повторяется, начиная с перехода в новую систему  $xoy$ . (4-4)

В программе „I-6” константа  $\varepsilon = 0,004$  см.

Описанная процедура реализована в программе [5], (см. „Приложение”), которая используется в „I-6” как стандартный блок.

Если в результате работы программы выброса число оставшихся точек  $< 5$ , то эта проекция трека бракуется, и на печать выдается признак

```
+++00   000   000   011
---3 .
```

Проверяется также, остались ли после выброса первая и последняя точки трека. При их выбросе проекция трека остается для дальнейшего счета, а на печать выдаются признаки:

```
+++00   000   000   012 }   при выбросе
---3           }   первой точки
                                     (4-5)
+++00   000   000   013 }   при выбросе
---3           }   последней точки
```



Если задать константу

$$C = 00\ 0000\ 0000\ 0001, \quad (4-6)$$

то в случае выброса первой точки проекция трека бракуется.

Если  $C = 0$ , то отбраковки проекции при потере первой точки не происходит.

## § 2. Восстановление пространственных координат

Работа блока начинается с проверки того, что данный трек измерен, по крайней мере, на двух проекциях, и эти измерения не забракованы. Указанная проверка производится путем анализа матрицы измерений (см. § 7, глава 3).

Если в матрице измерений не осталось ни одной проекции данного следа или осталось только одна, то восстановление пространственных координат данного трека не производится, на печать выдается признак

$$\begin{array}{cccc} +++00 & 000 & 000 & 014 \\ ---3 & & & \end{array} \quad (4-7)$$

Если в матрице измерений указано, что качественно измерены две или более проекции данного следа, то начинает работать программа восстановления пространственных координат точек треков по двум стереопроекциям <sup>/6/</sup>.

Обозначим индексом "Л" величины, относящиеся к проекции следа с младшим номером, а "П" - следующим за ним по старшинству. (Если след измерен на проекциях 1, 3, 4, то 1 означает "Л", 3 - "П", проекция 4 в дальнейшей обработке не используется). На левой и правой проекциях делаем переход

от систем , (связанных с оптическими осями (см. § 4, гл. 3), к системам  $(x_1, O_1, y_1)$  и  $(x_n, O_n, y_n)$  путем поворота каждой проекции вокруг своего центра на угол  $\varphi$  так, чтобы оси  $O_1 x_1$  и  $O_n x_n$  лежали на прямой, проходящей через точки  $O_1, O_n$ .

Угол  $\varphi$  определяется из условий

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{C_n - C_1}{\sqrt{(C_n - C_1)^2 + (B_n - B_1)^2}}, \\ \cos \varphi &= \frac{B_n - B_1}{\sqrt{(C_n - C_1)^2 + (B_n - B_1)^2}}, \end{aligned} \quad (4-8)$$

$(B_3, C_3)$  - координаты точки пересечения выбранной побочной оптической оси  $J$  - того объектива с плоскостью  $X = 0$  в системе координат камеры.

В системах координат  $(x_1, O_1, y_1)$ ,  $(x_n, O_n, y_n)$  для хорошо исправленных, почти тождественных объективов  $y$  - координаты соответствующих точек близки. Это дает возможность провести проверку правильности измерений первых точек следа, которые считаются соответствующими.

Если

$$|y_1 - y_n|_{\text{точка}} < \varepsilon, \quad (4-9)$$

то измерения считаем качественными,

если

$$|y_1 - y_n|_{\text{точка}} \geq \varepsilon, \quad (4-10)$$

то на печать выдается признак

$$\begin{array}{cccc} ++00 & 000 & 000 & 016 \\ \hline -3 & & & \end{array} \quad (4-II)$$

и этот трек далее не обрабатывается.

( $\varepsilon = 0,06$  см в действующем варианте программы).

Координаты  $X, Y, Z$  первой точки трека определяются по формулам

$$Z' = \frac{B'_n - B'_\lambda - (x_{\lambda k_\lambda} \psi_\lambda - x_{n k_n} \psi_n)}{x_{\lambda k_\lambda} \psi_{\lambda n} - x_{n k_n} \psi_{\lambda n}},$$

$$X' = Z' x_{\lambda k_n} \psi_{\lambda n} + x_{\lambda k_\lambda} \psi_\lambda + B'_\lambda,$$

$$Y' = (y_\lambda + x_\lambda) (A_\lambda^{-1} + A_n^{-1})^{-1} + C',$$

(4-12)

$$X = X' \cdot \cos \varphi - Y' \cdot \sin \varphi,$$

$$Y = X' \cdot \sin \varphi - Y' \cdot \cos \varphi,$$

$$Z = Z',$$

$$B'_{\lambda(n)} = B_{\lambda(n)} \cdot \cos \varphi + C_{\lambda(n)} \cdot \sin \varphi,$$

$$C' = -B_\lambda \cdot \sin \varphi + C_\lambda \cdot \cos \varphi,$$

$$A_{\lambda, n} = (Z k_\lambda \psi_\lambda + k_\psi)_{\lambda, n},$$

$$\psi_1 = 1 + \beta_1 z^2 + \beta_2 z^4 + \beta_3 z^6,$$

$$\psi = 1 + \alpha_1 z^2 + \alpha_2 z^4,$$

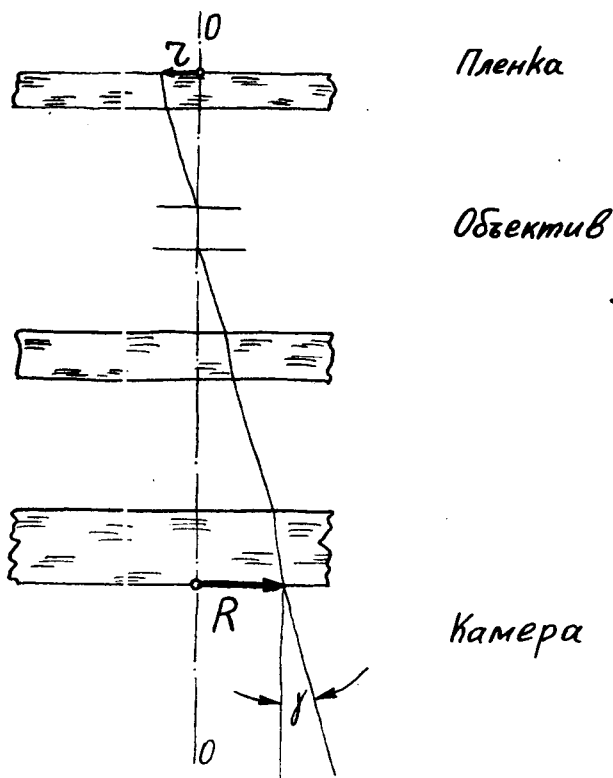


Рис 10а

### Описание оптики

$OO'$  - оптическая ось.

$$R(z) = z K \Psi(z), \text{ где } \Psi(z) = 1 + \alpha_1 z^2 + \alpha_2 z^4$$

$$\text{tg } \gamma = z K_1 \Psi_1(z), \text{ где } \Psi_1(z) = 1 + \beta_1 z^2 + \beta_2 z^4 + \beta_3 z^6$$

Для описания оптики должны быть заданы величины  $K, K_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ .

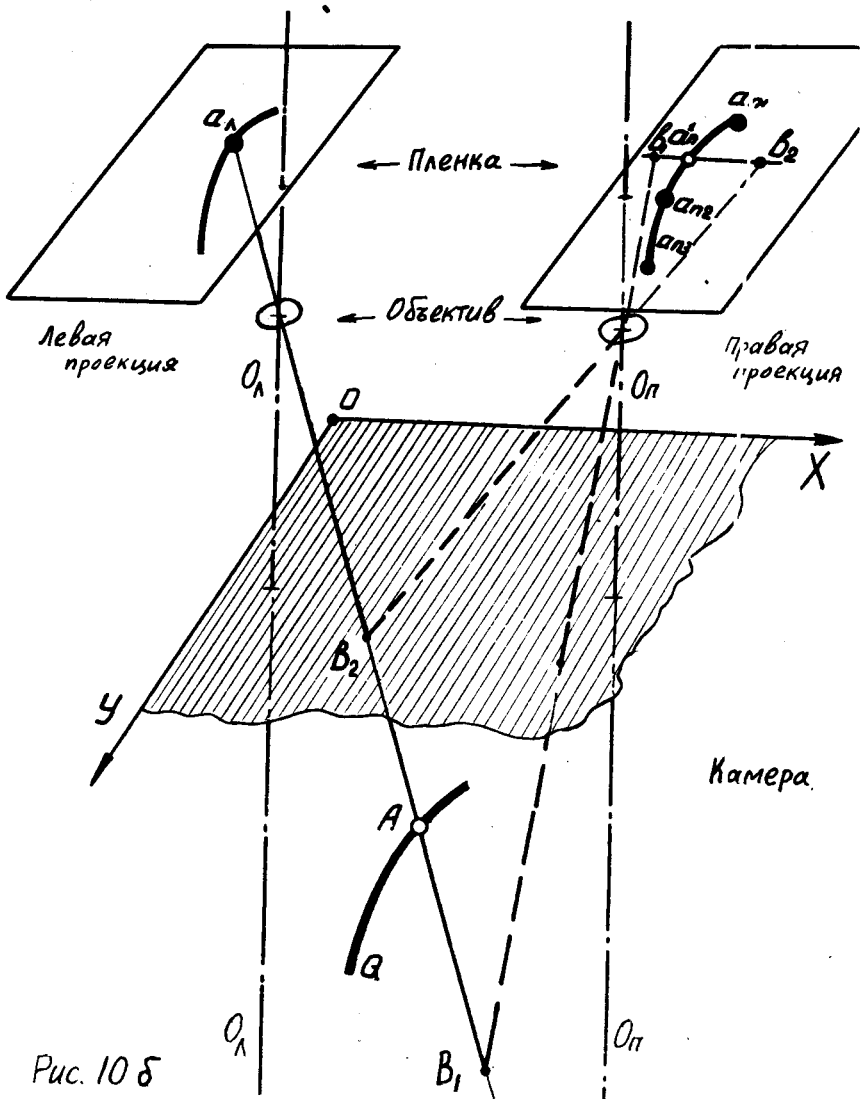


Рис. 10 б

Схема определения квазиисотвествующей точки  $A'_п$   
 $O_л$  и  $O_п$  — оси левой и правой стереокамер.  $XOY$  — нижняя поверхность верхнего стекла камеры.  $A_л, A_п1, A_п2, A_п3$  — измеренные точки на проекциях следа  $Q$ .  $B_1B_2$  — прямая, проектирующаяся в точку  $A_л$ .  $b_1b_2$  — проекция  $B_1B_2$  на правый кадр, иначе, образ точки  $A_л$  на правом кадре.  $A'_п$  лежит на пересечении  $b_1b_2$  с параболой, аппроксимирующей точки  $A_п1, A_п2, A_п3$ .  
 $A$  — пространственная точка, проектирующаяся в  $A_л$  и  $A'_п$ .

$K_1, K; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \alpha_1, \alpha_2$  - коэффициенты математического описания оптики /6/ (Рис. 10а).

Далее для каждой измеренной точки (в том числе и первой) на левой проекции находится квазисоответствующая точка на правой проекции и определяются координаты  $(X, Y, Z)$  по формулам (4-12) (см. рис. 10б). Координаты  $(X, Y, Z)$  первой точки, определенные прямо по формулам (4-12), в дальнейшем используются в программах идентификации  $V^*$ ,  $\gamma$  и так далее для определения положения первой точки следа, а пространственные координаты всех точек трека, определенные с поиском квазисоответствующих точек, используются при определении параметров трека.

После восстановления пространственных координат в программе выполняются следующие проверки:

1) если не была по какой-либо причине восстановлена последняя точка трека, то печатается признак

+++00 000 000 020  
---3 (4-13)

и продолжается обработка этого трека;

2) если число восстановленных пространственных точек окажется меньше двух, то обработка трека на этом заканчивается, а на печати выдается признак

+++00 000 000 021  
---3 (4-14)

3) если число восстановленных точек больше 2-х, но меньше 5, а число точек на проекциях следа после работы программы выброса оставалось больше 5, то на печать выдается признак

+++00 000 000 022 ,  
 ---3 (4-15)

и трек дальше не обрабатывается.

### § 3. Сшивание трека

Для двухметровой пропановой камеры в программе есть блок, позволяющий производить сшивание восстановленного в пространстве трека, сфотографированного первой стереоголовкой (проекции №№ 1, 2, 3) и второй стереоголовкой (проекции №№ 4, 5, 6). Заметим, что восстановление пространственных координат точек трека для каждой стереоголовки производится независимо.

К начальной части трека приписываются точки, сфотографированные другой стереоголовкой, причем, если имеются перекрывающиеся части, то одна из общих частей отбрасывается.

За начальную часть трека принимается часть, измеренная первой стереоголовкой, если

$$z_1 \geq z_2,$$

и второй стереоголовкой, если

$$z_1 < z_2.$$

Здесь

$$z_1 = \sqrt{(x_1^{(1)} - x_k^{(1)})^2 + (y_1^{(1)} - y_k^{(1)})^2 + (z_1^{(1)} - z_k^{(1)})^2}, \quad (4-16)$$

$$z_2 = \sqrt{(x_k^{(2)} - x_1^{(2)})^2 + (y_k^{(2)} - y_1^{(2)})^2 + (z_k^{(2)} - z_1^{(2)})^2}. \quad (4-17)$$

Верхний индекс у координат означает номер стереоголовки; значения нижнего индекса: "I" - I-ая точка, "K" - конечная.

Отбрасывание одной из перекрывающихся частей производится по следующему правилу. Отбрасываются те точки второй части трека, для которых

$$z_i^2 < z_{k_i}^2, \quad (4-18)$$

где

$$z_i^2 = (x_i^I - x_i^II)^2 + (y_i^I - y_i^II)^2 + (z_i^I - z_i^II)^2, \quad (4-19)$$

$$z_{k_i}^2 = (x_i^I - x_k^II)^2 + (y_i^I - y_k^II)^2 + (z_i^I - z_k^II)^2. \quad (4-20)$$

Верхний индекс у координат означает:

I - начальную часть трека,

II - пришиваемую часть трека.

Нижний индекс означает:

"I" - первую точку начальной части трека,

"K" - конечную точку начальной части трека,

"i" - рассматриваемую точку пришиваемого трека.



Далее производится проверка числа точек в сшитом треке. Если их число больше 30, то отбрасываются точки с номерами, большими 30, на печать выдается признак

+++00    000    000    015 ,                    (4-2I)  
---3

и счет продолжается дальше.

#### § 4. Вычисление магнитного поля в точках трека.

Магнитное поле в больших камерах практически невозможно сделать постоянным по всему объему, поэтому в программу введен специальный блок, вычисляющий магнитное поле в точках трека. Исходные значения магнитного поля измеряются в точках  $\langle X, Y, Z \rangle$  прямоугольной решетки и задаются для каждой точки в виде трех величин  $H_x, H_y, H_z$ .

Программа рассчитана не более чем на 320 точек; точность записи поля—1 гаусс.

Если магнитное поле имеет одну или две плоскости симметрии, то в программе предусмотрена возможность задать поле только в части камеры, а на остальной объем его распространить закон симметрии.

Магнитное поле в каждой точке трека вычисляется линейной интерполяцией, исходя из ближайших точек таблицы магнитного поля.

Подробное описание этого алгоритма дано в /7/.

## § 5. Выделение особых треков

К особым трекам отнесем такие, у которых нельзя надежно определить кривизну, т.е. очень короткие треки или круто направленные.

Особые треки характеризуются тем, что для них

$$L_{1N} = \sqrt{(x_1 - x_N)^2 + (y_1 - y_N)^2 + (z_1 - z_N)^2} < C_1, \quad (4-22)$$

или

$$N \leq 3,$$

или

$$e_{1N} = \sqrt{(x_1 - x_N)^2 + (y_1 - y_N)^2} < C_5. \quad (4-23)$$

"I" - номер начальной точки трека,

"N" - номер последней точки трека.

$C_1$  и  $C_5$  - константы (см) (таблица констант - гл. I2),

## § 6. "Прополка"

Для устойчивой работы последующих программ должны быть исключены совпадающие или очень близкие между собой измеренные точки трека.

Исключение точек осуществляется по следующему правилу:

а). Если  $e_{12} < C_2$ , то точку  $N 2$  отбрасываем, и на ее место засылаем точку  $N 3$  для продолжения проверки и т.д., пока либо не придем к последней точке трека (она всегда оставляется), либо не встретим такую точку, для которой исходное неравенство не выполняется. Тогда в зависимости от величины  $e_{2N}$  выбираем (б) или (в) (под  $N 2$  здесь пони-

мается точка, оставленная в (а). Здесь и далее принято обозначение

$$l_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2}, \quad (4-24)$$

б). Если  $l_{12} > c_2$  и

$$l_{2N} > c_2, \quad (4-25)$$

то точку  $N$  2 сохраняем, а проверку начинаем с (а), принимая за начальную точку с номером 2.

в). Если

$$\begin{aligned} l_{12} &> c_2, \\ l_{2N} &< c_2, \end{aligned} \quad (4-26)$$

то точку  $N$  2 и все последующие, кроме последней, исключаем.  $c_2$  - константа (см) (гл. 12).

Из описания этого блока видно, что "прополка" всегда сохраняет первую и последнюю точки трека.

Обработка особого трека

В зависимости от наличия признаков идентификации и остановки, а также знака ( $l_{1N} - C_4$ ), определение параметров следов разделяем на 4 ветви (А, Б, В, Г), как показано на рис. 4.

Здесь

$$l_{1N} = \sqrt{(x_1 - x_N)^2 + (y_1 - y_N)^2}.$$

А.

Признак идентификации - есть.

Признак остановки - есть.

$$l_{1N} \geq C_4.$$

В этом случае счет ведется по формулам:

$$\begin{cases} \cos \beta_0 = (x_N - x_1) l_{1N}^{-1}, \\ \sin \beta_0 = (y_N - y_1) l_{1N}^{-1}, \end{cases} \quad (5-1)$$

$$\sin d = (z_N - z_1) L_{1N}^{-1}, \quad (5-2)$$

$$\beta = \beta_0 \pm |\delta\beta| C_{22}. \quad (5-3)$$

Поправка  $\delta\beta$  определяется по формуле (5-4), вывод которой приведен в конце главы.

$$\delta\beta = \frac{H_0}{z} \left[ 0,12374 t^{57} - 0,12320 t^{77} + 0,00696 t^{147} - (0,00002 - 0,00008 \left( \frac{H_0}{z} \right)^2 \text{см}^2) t^{157} \right], \quad (5-4)$$

где

$$z = \frac{d}{0,43}, \quad t = \frac{z L_{1N}}{E_0}. \quad (5-5)$$

$$d = \begin{cases} 0,427 \text{ г/см}^3 - \text{пропан} \\ 0,058 \text{ г/см}^3 - \text{водород} \end{cases} \quad (5-6)$$

$E_0$  - масса в единицах  $\text{МэВ}/c^2$

$$\bar{H}_0 = \frac{1}{2} (H_i + H_N), \quad (5-7)$$

$$H_i = (H_{x_i} \cdot \cos \beta + H_{y_i} \cdot \sin \beta) \operatorname{tg} \alpha - H_{z_i}, \quad (5-8)$$

$(H_x, H_y, H_z)_i$  - компоненты магнитного поля в точке  $(x_i, y_i, z_i)$ ,

"I" - индекс первой точки трека,

"N" - индекс последней точки трека,

$\mu$  - индекс частицы.

$$C_{12} = \begin{cases} 1,210057 - \text{пропан} \\ 1,062197 - \text{водород} \end{cases}$$

Знак (+) или (-) выбирается в соответствии со знаком заряда частицы.

$$\rho = \rho_\mu(S), \quad (5-9)$$

где

$$S = \begin{cases} L_{1N}, & \text{если } \frac{L_{1N}}{R_1} < C_{19}, \\ L_{1N} \left[ 1 + \frac{(1-n^2)^2}{24} \cdot \frac{L_{1N}^2}{R_1^2} \right], & \text{если } \frac{L_{1N}}{R_1} \geq C_{19}, \end{cases} \quad (5-10)$$

$$R_1 = \frac{\rho_\mu(L_{1N}) \sqrt{1-n^2}}{0,3 H_0}. \quad (5-11)$$

Зависимость  $P_{\mu}(S)$  дана в виде

$$P_{\mu}(S) = E_{\mu} \left\{ \kappa_1 \left( \frac{S}{E_{\mu}} \right)^d + \kappa_2 \left( \frac{S}{E_{\mu}} \right)^{3d} + \kappa_3 \left( \frac{S}{E_{\mu}} \right) + \right. \\ \left. + \kappa_4 \left( \frac{S}{E_{\mu}} \right)^2 + \kappa_5 \left( \frac{S}{E_{\mu}} \right)^3 \right\}. \quad (5-12)$$

Приведем набор констант для водородной камеры для частиц всех масс \*

$$d = 0,2734375$$

$$\kappa_1 = 0,981847$$

$$\kappa_2 = -0,086559$$

$$\kappa_3 = 0,302559$$

$$\kappa_4 = -0,0710033$$

$$\kappa_5 = 0,0375$$

Для пропановой камеры мы имеем в программе два набора констант \*\* в зависимости от величины  $S$

1) Для  $S < S_{\mu}$

$$d = 0,290$$

$$\kappa_1 = 1,60223398$$

$$\kappa_2 = -3,90038502$$

$$\kappa_3 = 5,73114729$$

$$\kappa_4 = -5,29403949$$

$$\kappa_5 = 9,82328272$$

2) Для  $S \geq S_{\mu}$

$$d = 0,463$$

$$\kappa_1 = 3,19679317$$

$$\kappa_2 = 5,26522827$$

$$\kappa_3 = -4,78849043$$

$$\kappa_4 = -1,73650360$$

$$\kappa_5 = 0,195080757$$

---

\* Константы получены И.С.Саитовым, Н.Ф.Марковой и В.И. Никитиной.

\*\* Константы получены Е.Н.Кладницкой, Н.Ф.Марковой и В.И. Никитиной.

где  $S_x = 25$ ,  $S_k = 95$ ,  $S_p = 175$  см

$$\Delta \rho = 100 [P_k(S+0,01) - P_k(S)] \sqrt{2[e^2(\Delta x)^2 + m^2(\Delta y)^2 + n^2(\Delta z)^2]} + c_{23} \cdot P_k(S), \quad (5-13)$$

$$\Delta R = \frac{\sqrt{1 - \kappa n^2 \alpha}}{0,3 H_0} \Delta \rho, \quad (5-14)$$

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{2}{(1-n^2)^3} \left[ n^2 e^2 \left( \frac{\Delta x}{L_{IN}} \right)^2 + m^2 n^2 \left( \frac{\Delta y}{L_{IN}} \right)^2 + (e^2 + m^2) \left( \frac{\Delta z}{L_{IN}} \right)^2 \right] + \frac{2}{(1-n^2)^3} \left[ 2 n^2 \ell m \frac{\Delta x \Delta y}{L_{IN}^2} \right] + (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{кул. ост.}}^2 \quad (\text{см. 5-31 и 7-70})^*$$

$$(\Delta \rho)^2 = 2 \left[ \frac{m^2}{(m^2 + e^2)^2} \left( \frac{\Delta x}{L_{IN}} \right)^2 + \frac{e^2}{(m^2 + e^2)^2} \left( \frac{\Delta y}{L_{IN}} \right)^2 \right] - 2 \left[ 2 \ell m \frac{\Delta x \Delta y}{(m^2 + \ell^2)^2 L_{IN}^2} \right] + (\Delta \beta)_{\text{кул. ост.}}^2 \quad (\text{см. 5-32 и 7-70})^*$$

Б. Признак идентификации - есть,  
 Признак остановки - есть

$$\ell_{IN} < c_4.$$

(Чрезвычайно короткий, или очень крутой трек).

Параметры частицы определяются по следующим формулам:

$\beta$  по формулам (5-I)

$\kappa$  и  $n$  по формуле (5-2)

$$P = P_k(L_k) \quad (5-17)$$

$R$  - по формуле (5-II)

$$(\Delta \beta)^2 = I$$

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{L_{IN}} \right)^2 + (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{кул. ост.}}^2, \quad *) \quad (5-18)$$

\*) Корреляционный член и кулоновская ошибка в момент издания в программу еще не введены.

$\Delta P$  - см. (5-13)

$\Delta R$  - см. (5-14).

В.

Признак идентификации - есть

Признака остановки - нет

$\beta$  см. (5-3)

$\alpha$  см. (5-2)

$$\rho = c_6, \quad (5-19)$$

$R$  см. (5-II)

$(\Delta\beta)^2$  см. (5-16)

$(\Delta t_{g-1})^2$  см. (5-15)

$$\Delta\rho = c_7, \quad (5-20)$$

$\Delta R$  см. (5-14)

В случаях А, Б, В для каждой гипотезы выдается своя перфокарта.

Г.

Признака идентификации - нет

Признака остановки -нет

$\beta$  см. (5-1)

$\alpha$  см. (5-2)

$R$  см. (5-II)

$(\Delta t_{g-1})^2$  см. (5-15)

$(\Delta\beta)^2$  см. (5-16)

$$\rho = c_6,$$

$$\Delta\rho = c_7,$$

$\Delta R$  см. (5-14)

Выдача производится на одну перфокарту с  $N_2 = 0$ .



Поправка к углу  $\beta$  для коротких следов:  
останавливающихся частиц

Углы  $\beta_0$  и  $\alpha$  для указанных частиц определяются из формул (5-1, 5-2). Как видно,  $\beta_0$  является углом между осью и хордой траектории.

Определив  $\delta\beta$  как угол между хордой и касательной к проекции траектории, запишем искомый угол  $\beta$  между касательной к проекции траектории и осью  $OX$  в виде

$$\beta = \beta_0 \pm \delta\beta,$$

где знак выбирается в зависимости от знака частицы.

Из [8] следует зависимость между длиной дуги траектории до остановки  $S_k$  и импульсом  $P_k$ .

$$S_k = 0,43 \cdot d^{-1} \cdot E_0 (E_0^{-1} \sqrt{E_0^2 + P_k^2} - E_0)^{1,75}, \quad (5-21)$$

откуда

$$P_k = \sqrt{2} \cdot E_0 \cdot u_k^{2/7} (1 + \frac{1}{2} u_k^{4/7})^{1/2}, \quad (5-22)$$

где  $x = d \cdot (0,43)^{-1}$ ,  $u_k = \frac{x \cdot S_k}{E_0}$ ,

$d$  - плотность рабочей среды камеры в г/см<sup>3</sup>,

$E_0$  - масса частицы в Мэв/с<sup>2</sup>

$P_k$  - импульс (Мэв/с).

Проинтегрировав дифференциальное уравнение

$$\frac{d\beta}{dS} = \frac{0,3 \cdot \bar{H}_0}{P_k}, \quad (5-23)$$

и перейдя в систему, где ось  $x$  направлена по касательной к первой точке трека, получим

$$\beta = \frac{q_3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\bar{H}_0}{\bar{x}} \left( \frac{7}{5} t_k^{5/7} - \frac{7}{36} u_k^{9/7} + \frac{21}{416} u_k^{14/7} \right), \quad (5-24)$$

где

$\bar{H}_0$  см. (5-7, 5-8) в кгс.

Искомая поправка  $\delta\beta$  определяется как

$$\delta\beta = \arctg \frac{y(s_k)}{x(s_k)} \approx \frac{y}{x} - \frac{1}{3} \left( \frac{y}{x} \right)^3, \quad (5-25)$$

где

$$\begin{aligned} y(s_k) &= \cos \alpha \int_0^{s_k} \sin \rho ds, \\ x(s_k) &= \cos \alpha \int_0^{s_k} \cos \rho ds. \end{aligned} \quad (5-26)$$

При вычислении интегралов мы считаем возможным ограничиться

$$\sin \rho \approx \rho - \frac{1}{6} \rho^3, \quad \cos \rho \approx 1 - \frac{1}{2} \rho^2. \quad (5-27)$$

Выполнив указанное, получим

$$\delta\beta = \frac{\bar{H}_0}{\bar{x}} \left\{ 0,12374 \cdot u_k^{5/7} - 0,0232 \cdot u_k^{9/7} + 0,00696 \cdot u_k^{14/7} - 0,00002 \cdot u_k^{19/7} \right\}. \quad (5-28)$$

Перейдя в последней формуле от  $S_k$  к длине хорды  $L_k$

$$L_k = \sqrt{x^2(s_k) + y^2(s_k) + z^2(s_k)}, \quad (5-29)$$

где

$$z(s_k) = S_k \cdot \sin \alpha, \quad (5-30)$$

получим

$$\delta\beta = \frac{\bar{H}_0}{\bar{x}} \left\{ 0,12374 \cdot t_k^{5/7} - 0,0232 \cdot t_k^{9/7} + 0,00696 \cdot t_k^{14/7} - \left[ 0,00002 - 0,00028 \left( \frac{\bar{H}_0}{\bar{x}} \right)^2 \cos^2 \alpha \right] t_k^{19/7} \right\},$$

где

$$t_k = \frac{x L_k}{E_0}.$$

Формула для  $\delta\beta$  получена из разложения в ряд и должна хорошо работать при малых  $L_k$ . Для улучшения приближения на интервале  $L_k$  от 0 до 2,5 см были подобраны коэффициенты

$C_{22}$  (см. 5-3).

С учетом  $C_{22}$  точность работы формулы (5-3) видна из таблицы I.

Формулы для  $(\Delta \epsilon \alpha)_{\text{кул. осм.}}^2$  и  $(\Delta \beta)_{\text{кул. осм.}}^2$  при измерении только двух точек

Отклонение  $U$  от первоначального направления частицы с пробегом  $L$  и массой  $M$  из-за кулоновского рассеяния может быть записано по аналогии с (7-38<sup>ж</sup>), как  $U = L v^{-1} \sum_{j=1}^{\nu} (\nu - j) \delta_j$ , где  $\nu \gg 1$  (при  $\nu \gg 1$ ,  $\eta$  можно пренебречь). Смысл  $\delta$  и  $\eta$  виден из сноски к 8-54.

$$\overline{U^2} = L^2 v^{-2} \sum_{j=1}^{\nu} (\nu - j)^2 \overline{\delta_j^2}, \quad \text{где} \quad \overline{\delta_j^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{21,2}{\rho_j v_j} \right)^2 \frac{L v^{-1}}{X_0}.$$

Учитывая, что для малых  $L$  из (5-12) следует

$$P_j = M^{1-d} K_1 [L v^{-1} (\nu - j)]^d, \quad \text{получим, выполнив суммирование,}$$

$$\overline{U^2} = \frac{1}{6} \left( \frac{21,2}{\rho v} \right)_{\text{нач.}}^2 \frac{1}{X_0} L^3 \left[ \frac{M^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} + \frac{\rho^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} \right],$$

откуда следует, что

$$\overline{(\Delta \epsilon \alpha)_{\text{кул. осм.}}^2} = \frac{\overline{U^2}}{L_{\text{ин}}^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{6} \frac{L_{\text{ин}}}{X_0} \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \frac{21,2}{\rho v} \right)^2 \left[ \frac{M^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} + \frac{\rho^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} \right], \quad (5-31)$$

$$\overline{(\Delta \beta)_{\text{кул. осм.}}^2} = \frac{\overline{U^2}}{L_{\text{ин}} \cos^2 \alpha} = \frac{1}{6} \frac{L_{\text{ин}}}{X_0} \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left( \frac{21,2}{\rho v} \right)^2 \left[ \frac{M^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} + \frac{\rho^2}{M^2 + \rho^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}d} \right]. \quad (5-32)$$

Таблица I

Точность определения угла  $\beta$  по двум точкам для треков частиц, останавливающихся в камере.

S см	Водород						Пропан					
	$\pi^-$			$p$			$\pi^-$			$p$		
	$\beta_0$ рад.	$C_{22}^{\beta}$ рад.	$\beta$ рад.	$\beta_0$ рад.	$C_{22}^{\beta}$ рад.	$\beta$ рад.	$\beta_0$ рад.	$C_{22}^{\beta}$ рад.	$\beta$ рад.	$\beta_0$ рад.	$C_{22}^{\beta}$ рад.	$\beta$ рад.
0,5	1,6359	0,0664	1,5695	1,5545	0,0171	1,5716	1,6143	0,0427	1,5716	1,5593	0,0110	1,5703
1,0	1,6786	0,1089	1,5697	1,5438	0,0280	1,5718	1,6412	0,0697	1,5715	1,5521	0,0180	1,5701
1,5	1,7156	0,1454	1,5702	1,5346	0,0374	1,5720	1,6641	0,0929	1,5712	1,5460	0,0240	1,5700
2,0	1,7493	0,1785	1,5708	1,5261	0,0459	1,5720	1,6847	0,1139	1,5708	1,5405	0,0295	1,5700
2,5	1,7808	0,2093	1,5715	1,5183	0,0538	1,5721	1,7038	0,1333	1,5705	1,5354	0,0346	1,5700
3,0	1,8106	0,2384	1,5722	1,5108	0,0613	1,5721	1,7218	0,1515	1,5703	1,5306	0,0394	1,5700

Генерировались треки с  $\beta = \pi/2$  ( $\approx 1,5708$ ) и обрабатывались по формулам (5-1)+(5-3). Максимальное перемещение конца трека в пространстве камеры из-за неточности формулы (5-3) составляет  $32 \mu$  (протон, 2,5 см, пропан), что значительно меньше измерительных ошибок.

## ГЛАВА 6.

### Обработка длинного трека

К длинным трекам отнесем такие, которые не вошли в группу особых (см. § 5 гл. 4). Обработка таких треков происходит в 2 этапа: сначала определяется начальное приближение для параметров частицы, затем оптимальное значение.

В этой главе рассматривается способ вычисления начального приближения величин  $\rho$ ,  $\beta$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ , где

$\rho$  - импульс частицы в первой точке,

$\beta$  - угол между касательной к проекции трека на  $XOY$  в первой точке с осью  $OX$ ,

$\operatorname{tg} \alpha$  - тангенс угла между направлением трека и плоскостью  $XOY$ .

§ I. Определение параметров частицы при аппроксимации трека параболой.

Сначала производится переход в систему координат трека:

$$\left. \begin{aligned} X'_i &= (X_i - X_{cp}) \cos \varphi + (Y_i - Y_{cp}) \sin \varphi, \\ Y'_i &= -(X_i - X_{cp}) \sin \varphi + (Y_i - Y_{cp}) \cos \varphi, \\ Z'_i &= Z_i, \end{aligned} \right\} \quad /6-1/$$

$$\sin \varphi = \frac{X_1 - X_N}{e_{1N}}, \quad \cos \varphi = \frac{Y_N - Y_1}{e_{1N}}, \quad /6-2/$$

$$e_{1N} = \sqrt{(X_N - X_1)^2 + (Y_N - Y_1)^2}, \quad /6-3/$$

$$x_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(x_1 + x_N), \quad y_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(y_1 + y_N), \quad /6-4/$$

$$M_{x_i}' = M_{x_i} \cdot \cos \varphi + M_{y_i} \cdot \sin \varphi, \quad M_{y_i}' = -M_{x_i} \cdot \sin \varphi + M_{y_i} \cdot \cos \varphi. \quad /6-5/$$

Проекция трека на плоскость  $x'y'$  аппроксимируется параболой

$$x' = a y'^2 + c. \quad /6-6/$$

Параметры  $a$  и  $c$ , а также ошибка параметра  $a$  определяются по всем восстановленным пространственным точкам трека из условия минимума функционала

$$x^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N [x_i'^3 - (a y_i'^3 + c)]^2, \quad /6-7/$$

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i' y_i'^2 - \sum_{i=1}^N x_i' \cdot \sum_{i=1}^N y_i'^2}{D}, \quad /6-8/$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^N x_i' \cdot \sum_{i=1}^N y_i'^4 - \sum_{i=1}^N y_i'^2 \cdot \sum_{i=1}^N x_i' y_i'^2}{D}, \quad /6-9/$$

$$D = N \cdot \sum_{i=1}^N y_i'^4 - \left( \sum_{i=1}^N y_i'^2 \right)^2, \quad /6-10/$$

$$\sigma_a^2 = \frac{N}{N-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N x_i'^2 - a \sum_{i=1}^N x_i' y_i'^2 - c \cdot \sum_{i=1}^N x_i'}{D}. \quad /6-II/$$

Определяется радиус кривизны параболы в точке  $y' = 0$

$$R = \frac{1}{2a}, \quad /6-12/$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{« } \beta = \bar{\beta} + \varphi, \\ & \bar{\beta} = \begin{cases} \beta' & \text{при } \beta' \geq 0, \\ \beta' + \pi & \text{при } \beta' < 0, \end{cases} \\ & \operatorname{tg} \beta' = \frac{x'_2 - x'_1}{y'_2 - y'_1} = \frac{R + c}{y'_1}, \end{aligned} \right\} /6-13/$$

$$\left. \begin{aligned} \text{т.к. } & x'_2 = R + c, \\ & x'_1 = 0, \\ & y'_2 = 0. \end{aligned} \right\} /6-14/$$

Угол  $\bar{\beta}$  определяется как угол между прямой, проходящей через точки  $(x'_2; y'_2)$  и  $(x'_1; y'_1)$  и осью  $y'$ . Для треков малой кривизны угол  $\bar{\beta}$  почти равен углу между касательной к проекции трека на плоскость  $x'o'y'$  и осью  $o'x'$ , поэтому в качестве начального приближения угла  $\beta$  принимаем  $(\bar{\beta} + \varphi)$ , где  $\varphi$  определяется из (6-2).

Для оценки величины  $\delta x$ —разброса точек около оси следа мы используем упрощенное выражение

$$\delta x = \frac{\sigma_a}{a} \cdot \frac{\sqrt{N} \cdot \epsilon_{1N}^2}{12\sqrt{b} \cdot R}, \quad /6-15/$$

полученное из характеристик разброса точек около аппроксимирующей параболы [9]. Это выражение справедливо при условиях

$$N \gg 1, \quad R \gg l_N.$$

$\operatorname{tg} \alpha$  и  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$  определяем из условия минимума функционала  $W^2$  по  $x$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ .

$$W^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N [x_{i3} - (x_0 + R \Phi_i \operatorname{tg} \alpha)]^2, \quad (6-16)$$

где

$$\Phi_i = \operatorname{mesin} y'_i R^{-1}. \quad (6-17)$$

Из (6-16) следует

$$\operatorname{tg} \alpha = \left( \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N \Phi_i \cdot N \sum_{i=1}^N x'_i \Phi_i \right) R^{-1} \left[ \left( \sum_{i=1}^N \Phi_i \right)^2 - N \sum_{i=1}^N \Phi_i^2 \right]^{-1}, \quad (6-18)$$

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = W_{\min}^2 \cdot N \cdot R^{-2} \left[ N \sum_{i=1}^N \Phi_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N \Phi_i \right)^2 \right]^{-1}. \quad (6-19)$$

Импульс  $p$  будет определен далее в § 3 и § 4.

§ 2. Проверка трека по критерию  $\delta x$ .

Величина  $\delta x$  (см. 6-15) показывает разброс измеренных точек относительно аппроксимирующей параболы. Поэтому  $\delta x$  может служить предварительным критерием качества измерения и показателем отсутствия изломов\* для следов, которые по своей конфигурации могут с достаточной точностью аппроксимироваться параболой.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Если} & \delta x < C_9 \\ \text{или} & \delta x < C_H \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{при} \quad p' \leq C_{10} \\ \text{при} \quad p' > C_{10} \end{array}, \quad (6-20)$$

\* Точным критерием качества измерений и отсутствия изломов является величина  $\chi^2$  (8-41). Возможная замена критерия  $\delta x$  рассмотрена в п. 2, § 6, гл. 6.



$$\rho' = \frac{0,3 \bar{H}}{2|a| \cos \alpha}, \quad \bar{H} = \frac{1}{2}(H_1 + H_2), \quad H_i = -H_{iz} + \operatorname{tg} \alpha_i (H_{ix} \cos \beta + H_{iy} \sin \beta), \quad (6-21)$$

то считаем трек достаточно гладким и определяем начальное приближение по параметрам параболы, аппроксимирующей трек по всем измеренным точкам, как это описано в § I настоящей главы.

Если хотя бы одно из условий (6-20) не выполнено, то, в зависимости от числа точек на следе, либо производится его отбраковка (при  $N \leq 4$ ) с выдачей признака

$$\begin{array}{cccc} +++00 & 000 & 000 & 025 \\ ---3 & & & \end{array} \quad (6-22)$$

либо он делится пополам, с дальнейшим определением импульса по той половине, для которой условия (6-20) выполнены ( $\alpha$  и  $\beta$  всегда определяются по первой половине). Если условия (6-20) выполнены для обеих частей трека, то для дальнейших расчетов за коэффициент параболы принимаем их среднее значение.

$$a = 0,5 (a_I + a_{II}).$$

Если условия (6-20) ни для одной части трека не выполнены, то трек бракуется с печатью признака (6-22).

### § 3. Определение импульса по длине пробега частицы в камере

Длину трека для определения импульса вычисляем по формуле

$$S = L_{iN} \left[ 1 + \frac{\cos^2 \alpha}{24} (2a L_{iN})^2 \right]. \quad (6-23)$$

Импульс  $P_{\mu}(S)$  и его ошибку определяем по формулам (5-12) и (5-13).

Если задан признак остановки частицы и признак идентификации, то  $P_{\mu}(S)$  и его ошибка, определенные в настоящем параграфе, считаются окончательными и далее в программе не уточняются.

§ 4. Определение начальной оценки импульса по кривизне трека

Для оптимального определения оценки импульса частицы  $P$ , который дает блск точного определения импульса (см. гл. 7,8) необходимо получить возможно более точное значение импульса в нулевом приближении без больших затрат времени на ЭВМ.

Импульс определяется, исходя из средней кривизны параболы, аппроксимирующей проекцию трека, с учетом ионизационных потерь\* и неоднородности магнитного поля, как это показано ниже [II] (см. также § 6, гл. 6).

Интегрируя уравнение движения в неоднородном магнитном поле с учетом торможения

$$\frac{dP}{dS} = \frac{e}{\beta_0 c} [-H_z + \text{tg} \alpha (H_x \cdot \cos \beta + H_y \cdot \sin \beta)], \quad (6-24)$$

мы получаем зависимость между углом поворота  $\beta$  и плоской дугой в виде разложения

---

\* Для  $e^{\pm}$  также и средних радиационных потерь.

$$\beta = \left(\frac{d\beta}{ds}\right)_{s=s_0} \cdot s + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\beta}{ds^2}\right)_{s=s_0} \cdot s^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3\beta}{ds^3}\right)_{s=s_0} \cdot s^3, \quad (6-25)$$

где производные от  $\beta$  по  $s$  ( $\frac{d\beta}{ds}$ ,  $\frac{d^2\beta}{ds^2}$ ,  $\frac{d^3\beta}{ds^3}$ ) получены из уравнения (6-24) и являются функциями от  $P, P', \vec{H}, \vec{H}'$ .

Траектория может быть записана в виде

$$\begin{aligned} y(s) &= \int_0^s \sin \beta ds, \\ x(s) &= \int_0^s \cos \beta ds. \end{aligned} \quad (6-26)$$

Перейдя в систему координат рассчитанной траектории трека и аппроксимируя эту траекторию параболой вида

$$y = a \left(x - \frac{x_k}{2}\right)^2 + c, \quad (6-27)$$

где  $x_k$  - расстояние между началом и концом траектории, получим из условия минимума функционала  $Q^2$

$$Q^2 = \int_0^{x_k} \left[ y(s) - a \left(x(s) - \frac{x_k}{2}\right)^2 - c \right]^2 ds \quad (6-28)$$

следующее выражение для  $a$

$$a = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{d\beta}{ds}\right)_{s=s_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\beta}{ds^2}\right)_{s=s_0} \cdot s_k + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3\beta}{ds^3}\right)_{s=s_0} \cdot s_k^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{d^4\beta}{ds^4}\right)_{s=s_0} \cdot s_k^3 \right]. \quad (6-29)$$

С другой стороны, аппроксимируя методом наименьших квадратов измеренные точки такой же параболой в системе координат трека, получим:

$$a_3 = \frac{(N+1) \sum_{i=0}^N y_i \left(x_i - \frac{x_k}{2}\right)^2 - \sum_{i=0}^N y_i \cdot \sum_{i=0}^N \left(x_i - \frac{x_k}{2}\right)^2}{(N+1) \sum_{i=0}^N \left(x_i - \frac{x_k}{2}\right)^4 - \left[ \sum_{i=0}^N \left(x_i - \frac{x_k}{2}\right)^2 \right]^2}. \quad (6-30)$$

Приравнявая  $a$  к  $a_3$ , получим

$$a_3 = a = F(P, P', \vec{H}, \vec{H}', s_k). \quad (6-31)$$

Разрешая это выражение относительно  $\rho$ , будем иметь<sup>\*</sup>

$$\rho = \rho_3 + \left[ \frac{qS}{\cos^2 \alpha} \left( H' R_3 + \frac{1}{H} \cdot \frac{B \cdot D}{2B \cdot \sin \alpha} \right) - \frac{1}{2 \cos \alpha} \left( \frac{dP}{dS} \right) \right] \cdot \delta \kappa + \quad (6-32)$$

$$+ \frac{qS}{7 \cos^2 \alpha} \left[ \frac{1}{2} H'' - \frac{10}{3} \frac{d^2 P}{dS^2} + 3 \operatorname{tg} \alpha \cdot B' - \frac{2 \sin \alpha}{R_3} \cdot D + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{B H'}{H} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{B' D}{H} + \frac{2}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{B D'}{H} + \frac{3}{\rho} \frac{\cos \alpha}{R_3} \cdot H \right] \delta \kappa^2,$$

где

$$R_3 = \frac{1}{2a_3}, \quad \left. \right\} \quad (6-33)$$

$$\rho_3 = \frac{1}{2} \frac{R_3}{\cos \alpha} M, \quad \left. \right\} \quad (6-34)$$

$$H = (H_x \cdot \cos \beta + H_y \cdot \sin \beta) \operatorname{tg} \alpha - H_z, \quad (6-35)$$

$$H' = \left( \frac{dH_x}{dS} \cos \beta + \frac{dH_y}{dS} \sin \beta \right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{dH_z}{dS}, \quad (6-35)$$

$$H'' = \left( \frac{d^2 H_x}{dS^2} \cos \beta + \frac{d^2 H_y}{dS^2} \sin \beta \right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{d^2 H_z}{dS^2}, \quad (6-36)$$

$$B = H_y \cdot \cos \beta - H_x \cdot \sin \beta, \quad (6-37)$$

$$B' = \frac{dH_y}{dS} \cos \beta - \frac{dH_x}{dS} \sin \beta, \quad (6-38)$$

$$D = H_x \cdot \cos \beta + H_y \cdot \sin \beta, \quad (6-39)$$

$$D' = \frac{dH_x}{dS} \cos \beta + \frac{dH_y}{dS} \sin \beta, \quad (6-40)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dS} = - \frac{a_1}{v^3} \left( \ln \frac{v^2}{1-v^2} - v^2 + a_2 \right) \end{aligned} \right. \quad (6-41)$$

для  $x, k, \rho$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 P}{dS^2} = - \frac{E^2}{(\rho^2 + E^2)^{3/2}} \cdot \frac{dP}{dS} \left[ - \frac{3}{v} \frac{dP}{dS} - 2a_1 \cdot \frac{1-v^2+v^4}{v^4(1-v^2)} \right], \end{aligned} \right. \quad (6-42)$$

<sup>\*</sup> Подробный вывод (6-32) см в п. I, § 6, гл. 6.

$$\frac{dP}{dS} = -\frac{a_{1e}}{v^3} \left( c_{11} \frac{v^2}{1-v^2} - v^2 + a_{2e} \right) - \frac{P(1+\epsilon)}{x_0 \cdot K} \quad (6-43)$$

$$\frac{d^2P}{dS^2} = \frac{E^2}{(P^2 + E^2)^{3/2}} \cdot \frac{dP}{dS} \left[ -\frac{3}{v} \frac{dP}{dS} - 2a_{1e} \frac{1-v^2+v^4}{v^4(1-v^2)} \right] - \frac{dP}{dS} \left( \frac{1+\epsilon}{x_0 \cdot K} \right) \quad (6-44)$$

для  $l^{\pm}$

$v$  - скорость частицы в единицах  $c$ ,

$E$  - масса частицы в Мэв/ $c^2$ ,

$a_1, a_{1e}$  и  $a_2, a_{2e}$  константы, характеризующие ионизационные потери в среде, для  $\pi, K, \rho$  и  $e$  соответственно,

$K_{2e}$  - коэффициент эффективного увеличения радиационной длины (§ 2, гл. 9 и [10])

$$b = 0,014 \quad [8].$$

При использовании формулы (6-32) необходимо учитывать, что

$\frac{dP}{dS}$  и  $\frac{d^2P}{dS^2}$  должны быть вычислены при номинальном значении импульса  $P$ , которое не известно. Поэтому в программе построен следующий итерационный процесс:

$\frac{dP}{dS}$  и  $\frac{d^2P}{dS^2}$  вычисляются при

$$P = P_0 = \frac{0,3 HR}{\cos \alpha} \quad (6-45)$$

и подставляются в формулу (6-32), которая дает новое значение

$P$ . При этом  $P$  снова вычисляются  $\frac{dP}{dS}$  и  $\frac{d^2P}{dS^2}$  и подставляются в (6-32) и т.д.

Итерации прекращаются, если два последовательно получен-

ных значения импульса различаются на величину, меньшую чем  $0,001 \cdot \rho$ .

Практически требуется не более 3 итераций.

Указанная методика позволяет определить  $\rho$  для тяжелых частиц с систематической ошибкой, не превышающей 2,3% в самых неблагоприятных случаях.

Однако для ошибочных гипотез итерации могут не сойтись. Это бывает в том случае, если импульс, определяемый по кривизне трека, меньше, чем импульс, определяемый по видимому пробегу для данной гипотезы о треке.

Поэтому в программе допускается не более 10 итераций. Если же для рассматриваемой гипотезы о частице после 10 итераций

$$P_9 - P_{10} > 0,001 \cdot P_{10}$$

( $P_9, P_{10}$  - импульсы после 9-ой и 10-й итераций соответственно),

то гипотеза бракуется с выдачей признака

+++00    000    000    025  
---3

т.е. бракуется аналогично случаю

$$g > C_{12} \quad (\text{см. 6-50}).$$

Особым случаем является определение импульса первичной (пучковой) частицы. Для приведения импульса к точке взаимодействия используется формула

$$P_1 = P_{\text{пучка}} + \frac{\partial P}{\partial S} \cdot S, \quad (6-46)$$

где

$P_{\text{пучка}}$  входит в таблицу констант. В дальнейшем  $P_1$  не изменяется.

$$\Delta P_1 = P_1 \cdot \sqrt{(0,03)^2 + \left(\frac{0,02}{a}\right)^2 + \left(\frac{C_{21}}{\sqrt{S} \cdot v_{\text{кол}}}\right)^2}, \quad (6-47)$$

Если же камера облучается пучком нейтральных частиц, то в таблице констант задается  $P_{\text{пучка}} = 0$ . В этом случае выделения следа первичной частицы не производится.

§ 5. Проверка допустимости гипотезы о частице по критерию  $g$ .

Проведем сравнение импульса  $P_{\mu}(S)$ , вычисленного по пробегу (6-23, 5-12) и импульса  $P_{\mu}(a)$ , определенного по кривизне параболы, как показано в § 4 настоящей главы.

Определим величину

$$g_{\mu} = \frac{|P_{\mu}(S) - P_{\mu}(a)|}{\Delta P_{\mu}}, \quad (6-48)$$

где

$$\Delta P_{\mu} = \sqrt{(0,03)^2 + \left(\frac{0,02}{a}\right)^2 + \left(\frac{C_{21}}{\sqrt{S} \cdot v_{\mu} \cdot \cos \alpha}\right)^2} \cdot P_{\mu} \quad (6-49)$$

Возможны следующие случаи:

а)

$$g > c_{12}, \quad (c_{12} \approx 4). \quad (6-50)$$

Это означает, что если принять данную гипотезу ( $\mu$ ) о массе частицы, то импульс по видимому пробегу превысит на  $c_{12}$  ошибок импульс, определенный по кривизне. Следовательно, при достаточно большом  $c_{12}$ , данная гипотеза  $\mu$  неприемлема. Поэтому гипотеза бракуется с выдачей признака

++00 000 000 025

б)

$$c_{12} \geq g \geq 0. \quad (6-51)$$

В этом случае для работы блока точного определения импульса выдается

$$P_{\mu} = P_{\mu}(s) \cdot c_g, \quad (c_g \approx 1,01), \quad (6-52)$$

что обеспечивает правильную работу блока интегрирования уравнения движения (гл. 8), учитывающего ионизационные потери.

в)

$$g < 0. \quad (6-53)$$

В этом случае можно считать, что частица вышла из камеры. Для работы блока (гл. 7) выдается

$$P_{\mu} = P_{\mu}(a). \quad (6-54)$$

Результаты работы этого блока используются в дальнейшем (гл. 10) при определении ветвей расчетов.



§ 6. Приложение к главе 6.

1. Вывод формулы (6-32)

Ниже приводится выполненный в работе [II] расчет импульса частицы с учетом неоднородности магнитного поля и ионизационных потерь при аппроксимации проекции трека параболой.

Из уравнения Лоренца следует (см. (7-10)+(7-12) )

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{1}{P(s)} \cdot \frac{q_3}{\cos \alpha} H(s), \quad (6-55)$$

где

$$H(s) = -M_z + \operatorname{tg} \alpha (M_x \cdot \cos \beta + M_y \cdot \sin \beta) \quad (6-56)$$

( $P$  - Мэв/с,  $H$  - кэс, частица однозарядная).

Зависимость  $\beta = \beta(s)$  может быть представлена в виде:

$$\beta = \beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 \cdot s^2 + \beta_3 \cdot s^3, \quad (6-57)$$

где

$$\beta_1 = \left. \frac{d\beta}{ds} \right|_{s=0} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{q_3}{P} H, \quad (6-58)$$

$$\beta_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2\beta}{ds^2} \right|_{s=0} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{q_3}{P} \left\{ H' + \frac{1}{P} \left[ -H \frac{dP}{ds} + q_3 \cdot B \left( \frac{D}{\cos^2 \alpha} + 2H \operatorname{tg} \alpha \right) \right] \right\}, \quad (6-59)$$

$$\begin{aligned} \beta_3 = \left. \frac{1}{6} \frac{d^3\beta}{ds^3} \right|_{s=0} = & \frac{1}{6 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{q_3}{P} \left\{ H'' + \frac{1}{P} \left[ -H \frac{d^2P}{ds^2} - 2H' \frac{dP}{ds} + \right. \right. \\ & + 0,3 \left( (3B'H + 4BH'') \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha} (2B'D' + B'D'') \right) \left. \right] + \frac{1}{P^2} \left[ 2H \left( \frac{dP}{ds} \right)^2 \right] + \\ & + \frac{q_3}{P^2} \left[ (-7H \operatorname{tg} \alpha - \frac{3D}{\cos^2 \alpha}) B \frac{dP}{ds} + 0,3 \left( \frac{H}{\cos^2 \alpha} (-D^2 + (9-6 \cos^2 \alpha) B^2) + 2D \operatorname{tg} \alpha \left( \frac{3B^2}{\cos^2 \alpha} - H^2 \right) \right) \right] \left. \right\}. \quad (6-60) \end{aligned}$$

Из этого видно, что  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  - функции  $\rho$ , магнитного поля и их производных в первой точке.

$\beta_0$  - определяется из начального условия, которое удобно выбрать в виде

$$y(0) = y(s_k) = 0, \quad (6-61)$$

где

$$y(s) = \int_0^s \sin(\beta(s)) ds. \quad (6-62)$$

Координата  $x$  траектории соответственно определяется как

$$x(s) = \int_0^s \cos(\beta(s)) ds. \quad (6-63)$$

Во всех дальнейших выкладках будут удерживаться члены до  $s^3$ .

Из (6-61) с учетом (6-57) и (6-62) следует

$$\beta_0 \left(1 - \frac{1}{6} \beta_1^2 s_k^2\right) + \beta_0' \left(-\frac{1}{4} \beta_1 s_k - \frac{1}{6} \beta_2 s_k^2\right) - \quad (6-64)$$

$$-\frac{1}{6} \beta_0^3 + \frac{1}{2} \beta_1 s_k + \frac{1}{3} \beta_2 s_k^2 + \frac{1}{4} \beta_3 s_k^3 - \frac{1}{24} \beta_1^3 s_k^3 = 0.$$

Подставляя в (6-64) разложение  $\beta_0$  по степеням  $s_k$  и приравнявая члены с одинаковыми степенями, получим

$$\beta_0 = -\left(\frac{1}{2} \beta_1 s_k + \frac{1}{3} \beta_2 s_k^2 + \frac{1}{4} \beta_3 s_k^3\right). \quad (6-65)$$

Откуда

$$\sin \beta = -\left[\frac{1}{2} \beta_1 s_k + \frac{1}{3} \beta_2 s_k^2 + \frac{1}{4} \beta_3 s_k^3\right] + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + \beta_3 s^3 - \quad (6-66)$$

$$-\frac{1}{6} \left[-\frac{1}{8} \beta_1^3 s_k^3 + \frac{3}{4} \beta_1^2 \beta_2 s_k^2 s - \frac{3}{2} \beta_1 \beta_2^2 s_k s^2 + \beta_2^3 s^3\right],$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{4} \beta_1^2 s_k^2 - \beta_2^2 s_k s + \beta_3^2 s^2 \right]. \quad (6-67)$$

После подстановки (6-66) и (6-67) в (6-62) и (6-63) получим:

$$y(s) = \frac{1}{2} \beta_1 (-s_k s + s^2) + \frac{1}{3} \beta_2 (-s_k^2 s + s^3) + \frac{1}{4} \beta_3 (-s_k^3 s + s^4) - \frac{1}{48} \beta_1^3 (-s_k^3 s + 3 s_k^2 s^2 - 4 s_k s^3 + 2 s^4), \quad (6-68)$$

$$x(s) - \frac{1}{2} x(s_k) = s - \frac{1}{2} s_k + \beta_1^2 \left( \frac{1}{48} s_k^3 - \frac{1}{8} s_k^2 s + \frac{1}{4} s_k s^2 - \frac{1}{6} s^3 \right). \quad (6-69)$$

Теперь произведем аппроксимацию кривой (6-68)-(6-69) параболой вида

$$y^* = a \left( x - \frac{1}{2} x_k \right)^2 + c \quad (6-70)$$

и определим  $a$  из условий минимума функционала

$$Q^2 = \int_0^{s_k} \left[ y(s) - a \left( x(s) - \frac{1}{2} x(s_k) \right)^2 - c \right]^2 ds, \quad (6-71)$$

которые имеют вид

$$\frac{\partial Q^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial Q^2}{\partial c} = 0. \quad (6-72)$$

$$(6-80) \quad \int_{5x}^{\circ} y ds \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx = -\frac{1}{144} \beta_1^5 x^6 - \frac{1}{144} \beta_2 x^5 - \frac{1}{160} \beta_3 x^4 + \frac{1}{1920} \beta_4^3 x^3.$$

$$(6-79) \quad \int_{5x}^{\circ} y ds = -\frac{1}{12} \beta_1 x^4 - \frac{1}{12} \beta_2 x^3 + [-\frac{2}{3} \beta_3 + \frac{1}{480} \beta_4^3] x^2,$$

$$(6-78) \quad \int_{5x}^{\circ} y(x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx = -\frac{270}{5} \beta_1 - \frac{270}{5} \beta_2 - \frac{270}{13} \beta_3 x^2 + \frac{10320}{11} \beta_4^3 x^2,$$

$$(6-77) \quad \int_{5x}^{\circ} \left[ \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx \right]^2 dx = -\frac{3}{5} x^5 + \frac{1260}{8} \beta_1^2,$$

из (6-75) и (6-76) следует, что

$$(6-76) \quad \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^4 dx = \frac{3}{5} x^5 - \frac{672}{8} \beta_1^2.$$

$$(6-75) \quad \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx = \frac{3}{6} x^3 - \frac{1440}{8} \beta_1^2,$$

$$(6-74) \quad \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx = \frac{3}{5} x^3 - \frac{270}{5} \beta_1^2,$$

(6-73)

Выпшем ряд интервалов, необходимых для вычисления

$$(6-73) \quad a = \frac{\int_{5x}^{\circ} y ds \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx - 5x \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^4 dx}{\left[ \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^2 dx \right]^2 - 5x \int_{5x}^{\circ} (x - \frac{2}{7} x_k)^4 dx}$$

из (6-71) и (6-72) следует, что

Отсюда получаем

$$\int_0^{j_k} y ds \int_0^{j_k} (x - \frac{1}{2} x_k)^2 ds - j_k \int_0^{j_k} y (x - \frac{1}{2} x_k)^2 ds = -\frac{j_k^6}{360} \beta_1 - \frac{j_k^7}{360} \beta_2 - \frac{j_k^8}{420} \beta_3 + \frac{j_k^8}{40.2} \beta_1^3. \quad (6-81)$$

После подстановки (6-77) и (6-81) в (6-73), будем иметь:

$$a = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{d\beta}{ds} \right)_{s=0} + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\beta}{ds^2} \right)_{s=0} \cdot j_k + \frac{1}{7} \left( \frac{d^3\beta}{ds^3} \right)_{s=0} \cdot j_k^2 + \frac{3}{56} \left( \frac{d\beta}{ds} \right)_{s=0}^3 \cdot j_k^2 \right]. \quad (6-82)$$

Параметр  $a$  параболы (6-70) может быть определен экспериментально (обозначим его  $a_3$ ) методом наименьших квадратов из функционала  $Q_3^2$  при аппроксимации измеренных точек  $(x_i, y_i)$

$$Q_3^2 = \sum_{i=1}^N \left[ y_i - a_3 \left( x_i - \frac{1}{2} x_k \right)^2 - c \right]^2, \quad (6-83)$$

где система координат выбрана так, что  $y_1 = y_N = x_1 = 0$ .

$$\frac{\partial Q_3^2}{\partial a_3} = 0, \quad \frac{\partial Q_3^2}{\partial c} = 0. \quad (6-84)$$

Из (6-84) имеем

$$a_3 = \frac{N \sum_{i=1}^N y_i \left( x_i - \frac{1}{2} x_k \right)^2 - \sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{2} x_k \right)^2}{N \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{2} x_k \right)^4 - \left[ \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{2} x_k \right)^2 \right]^2}. \quad (6-85)$$

Приравнявая  $a_3$  и  $a$ , из (6-82) получим

$$a_3 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{d\beta}{ds} \right)_{s=0} + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\beta}{ds^2} \right)_{s=0} \cdot j_k + \frac{1}{7} \left( \frac{d^3\beta}{ds^3} \right)_{s=0} \cdot j_k^2 + \frac{3}{56} \left( \frac{d\beta}{ds} \right)_{s=0}^3 \cdot j_k^2 \right]. \quad (6-86)$$

Подставив в (6-86) выражения (6-58)-(6-60), придем к уравнению относительно  $\rho$  в начальной точке.

Решением этого уравнения является выражение (6-32).

2. Возможное улучшение методики выделения изломов (§ 2, гл. 6)

В § 2, гл. 6 используется критерий  $\delta x$  для выделения изломов на треке при начальной аппроксимации. Однако для случаев длинных следов с большим торможением, особенно в условиях сильно неоднородного магнитного поля, величина  $\delta x$  (6-15) оказывается значительно большей, чем измерительная ошибка, так как трек резко отличен от аппроксимирующей параболы. Поэтому  $C_9$  и  $C_{11}$  (6-20) необходимо брать достаточно большими, что снижает возможности выделения изломов.

Представляет интерес определить доверительные границы в (6-20), исходя из особенностей трека и конфигурации магнитного поля.

Решением системы (6-72) являются величины  $a$  (6-82) и  $c$

$$c = \frac{1}{8} \left[ -\beta_1 \cdot \delta x^2 - \beta_2 \cdot \delta x^3 + \frac{1}{35} \left( \frac{13}{24} \beta_1^3 - 31 \beta_3 \right) \delta x^4 \right]. \quad (6-87)$$

Подставив (6-87) и (6-82) в (6-71), получим

$$\min_{a,c} Q^2 = \frac{2}{71} \left[ \frac{1}{3\beta_2} \delta x^7 + \beta_2 \beta_3 \cdot \delta x^8 + \frac{1}{280} \left( \frac{1}{4} \beta_1^6 + \beta_1^3 \beta_3 + 211 \beta_3^2 \right) \delta x^9 \right]. \quad (6-88)$$

Обозначив через  $\rho^2$  средний квадрат отклонения траектории от параболы, запишем

$$\rho^2 = \frac{1}{S_K} (\min_{a,c} Q^2) = \frac{2}{7!} \left[ \frac{1}{3} \beta_2^2 + \beta_2 \beta_3 \beta_K + \frac{1}{280} (\frac{1}{4} \beta_1^6 + \beta_1^2 \beta_3 + 21 \beta_2^2) \beta_K^2 \right] \beta_K^6. \quad (6-89)$$

Величина среднего квадрата отклонения измеренной точки от оси параболы может быть оценена как

$$\overline{\Delta^2} = \overline{(\rho + \varepsilon_{узл} + \varepsilon_{кгч})^2} = \rho^2 + \overline{\varepsilon_{узл}^2} + \overline{\varepsilon_{кгч}^2},$$

где

$$\overline{\varepsilon_{узл}^2} = D_{xy}, \quad (\text{см (7-62)}), \quad (6-90)$$

$\overline{\varepsilon_{кгч}^2}$  дает средний разброс точек около оси аппроксимирующей параболы и может быть грубо оценена как

$$\overline{\varepsilon_{кгч}^2} = 2,7 \cdot 10^{-4} \left( \frac{2,2}{PV} \right)^2 \frac{1}{\chi_0} S^3. \quad (6-91)$$

Если для критерия отсутствия излома (в начальном приближении) использовать величину  $\min \chi^2$ , где  $\min \chi^2$  есть (6-7) с подстановкой (6-8) и (6-9), то вместо условий (6-20) будем иметь критерий в виде

$$\overline{\Delta^2} - C \frac{\sqrt{\overline{\Delta^2} (\overline{\varepsilon_{узл}^2} + \overline{\varepsilon_{кгч}^2})}}{\sqrt{N}} < \min \chi^2 < \overline{\Delta^2} + C \frac{\sqrt{\overline{\Delta^2} (\overline{\varepsilon_{узл}^2} + \overline{\varepsilon_{кгч}^2})}}{\sqrt{N}}. \quad (6-92)$$

В (6-92) границы получены из условия статистического шума измерений и многократного рассеяния. Трек считается не имеющим излома, если условие (6-92) выполнено; здесь  $C$  - произвольная константа, выбираемая из условия выделения изломов на угол, больший заданного.

## ГЛАВА 7.

### Определение оптимальной оценки $tg\alpha$

#### § 1. Схема работы блока

Блок определения оптимальной оценки  $tg\alpha$  состоит из двух ветвей (см. рис. 5).

Первая ветвь предназначена для вычисления  $tg\alpha$  на части трека меньше или равной оптимальной длине, определяемой из соотношения между измерительной ошибкой и многократным рассеянием. На треках такой длины основной вклад в ошибку дает измерительный разброс точек, поэтому для получения оптимальной оценки  $tg\alpha$  можно воспользоваться простой диагональной матрицей, не вводя матрицу многократного рассеяния. К ветви с матрицей мы обращаемся в том случае, если число точек на оптимальной длине меньше необходимого или они неудачно сгруппированы.

#### § 2. Определение оптимальной длины $l_{opt}$

Координаты  $X'$  и  $Z'$  точек трека, направленного в точку "I" вдоль оси  $O'X'$ , могут быть записаны как

$$\begin{cases} X'_1 = 0 \\ Z'_1 = T \end{cases}, \quad \begin{cases} X'_2 = S \\ Z'_2 = T + \frac{1}{2} S\delta + \eta \end{cases}, \quad (7-1)$$

где

$S$  - пространственная длина трека,

$\delta$  - угол многократного рассеяния [II],

$\eta$  - превышение действительного смещения над средним смещением, равным  $0,5 S\delta$ .



( $\delta$  и  $\eta$  - независимые случайные величины с дисперсиями  $\frac{\partial S}{2}$  и  $\frac{\partial S^3}{24}$  соответственно, где  $\partial = \left(\frac{\partial \lambda}{\rho v}\right)^2 \frac{1}{\lambda_0}$ ,  $\lambda_0$  - радиационная длина. (См. также сноску к 8-54).

Выполняя поворот на угол  $\alpha$ , из (7-1) будем иметь с учетом измерительных ошибок  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_z$

$$\begin{cases} x_1 = \varepsilon_{x_1} - T \cdot \sin \alpha, & x_2 = -T \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} S \delta \cdot \sin \alpha - \eta \cdot \sin \alpha + S \cdot \cos \alpha + \varepsilon_{x_2}, \\ z_1 = T \cdot \cos \alpha + \varepsilon_{z_1}, & z_2 = T \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} S \delta \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \cos \alpha + S \cdot \sin \alpha + \varepsilon_{z_2}, \end{cases} \quad (7-2)$$

Учитывая, что для определения оценки  $\operatorname{tg} \alpha$  по двум точкам используется формула

$$(\operatorname{tg} \alpha)_{\text{оценка}} = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}, \quad (7-3)$$

получим для малых ошибок ( $\varepsilon$ ,  $\delta$ ,  $\eta$ )

$$(\operatorname{tg} \alpha)_{\text{оценка}} = (\varepsilon_{z_2} - \varepsilon_{z_1} - \varepsilon_{x_1} \operatorname{tg} \alpha + \varepsilon_{x_2} \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} S \delta \cdot \cos^2 \alpha + \eta \cdot \cos^2 \alpha + S \operatorname{tg} \alpha) S^{-1} \quad (7-4)$$

где  $f = S \cdot \cos \alpha$ .

Отсюда ошибка  $\operatorname{tg} \alpha$  определится как

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = 2 (\varepsilon_{z_2} - \varepsilon_{x_1} \operatorname{tg} \alpha)^2 S^{-2} + \frac{1}{6} \partial S \cos^5 \alpha, \quad (7-5)$$

где

$$\overline{(\varepsilon_{z_2} - \varepsilon_{x_1} \operatorname{tg} \alpha)^2} = D_{\varepsilon} \quad (7-6)$$

Оптимальная длина определится из условия

$$\frac{\partial}{\partial S} (\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = 0, \quad (7-7)$$

откуда получим

$$S_{\text{опт}} = \left[ 24 \frac{Dz}{D} \cos^5 \alpha \right]^{\frac{1}{3}} \quad (7-8)$$

Для сравнения с треком используется величина

$$S'_{\text{опт}} = K \cdot S_{\text{опт}}, \quad (7-9)$$

где  $K$  выбрано равным 1,5. Определение  $Dz$  дано в § 5 этой главы.

### § 3. Метод определения $\text{tg} \alpha$

Из уравнения Лоренца в тормозящей среде

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}] + \frac{\vec{p}}{p} \frac{dp}{dt} \quad (7-10)$$

после перехода к переменным ( $p, \alpha, \beta, S$ ) получим систему дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{ds} = \frac{e}{pc} [-H_z + \text{tg} \alpha (H_x \cdot \cos \beta + H_y \cdot \sin \beta)] , \end{array} \right. \quad (7-11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\alpha}{ds} = \frac{e}{pc} (H_y \cdot \cos \beta - H_x \cdot \sin \beta) . \end{array} \right. \quad (7-12)$$

Для определения  $\alpha$  используем уравнение (7-12)

$$\frac{d\alpha}{ds} = f(s), \quad (7-13)$$

где

$$f(s) = \frac{e}{pc} (M_y \cdot \cos \beta - M_x \cdot \sin \beta). \quad (7-14)$$

Отсюда

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{\cos \alpha} f(s). \quad (7-15)$$

Интегрируя (7-15), получим

$$\sin \alpha(s) = \sin \alpha_0 + \int_0^s f(s) ds. \quad (7-16)$$

Из

$$\frac{dz}{ds} = \operatorname{tg} \alpha(s) \quad (7-17)$$

следует

$$z(s) = z_0 + \int_0^s \operatorname{tg} \alpha(s) ds = z_0 + \int_0^s \frac{\sin \alpha_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2}{\sqrt{1 - [\sin \alpha_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2]^2}} ds_2. \quad (7-18)$$

Разлагая  $z(s)$  по искомым поправкам  $\delta z_c$  и  $\delta \operatorname{tg} \alpha_0$  к начальному приближению  $\hat{z}_0$  и  $\operatorname{tg} \hat{\alpha}_0$ , определенному в § 4 главы 6, получим

$$z(s) = \hat{z}_0 + \int_0^s \frac{\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2}{\sqrt{1 - [\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2]^2}} ds_2 + \frac{\partial z}{\partial \operatorname{tg} \hat{\alpha}_0} \bigg|_{\hat{\alpha}_0, \hat{z}_0} \delta \operatorname{tg} \hat{\alpha}_0 + \frac{\partial z}{\partial z_0} \bigg|_{\hat{\alpha}_0, \hat{z}_0} \delta z_0, \quad (7-19)$$

где

$$\frac{\partial z}{\partial \operatorname{tg} \hat{\alpha}_0} = \int_0^s \frac{\cos \hat{\alpha}_0 \cdot ds_2}{[1 - (\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2)^2]^{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{\partial z}{\partial z_0} = 1. \quad (7-20)$$

Для упрощения вычислений мы приближенно полагаем

$$\sin \beta(s_i) = \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta s_i}, \quad \cos \beta(s_i) = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta s_i}, \quad (7-21)$$

где

$$\Delta S_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}.$$

Указанные приближения оправданы тем, что компоненты магнитного поля  $H_x$  и  $H_y$  малы, поэтому  $\alpha$  слабо зависит от  $\beta$ . Таким образом, вводя приближения (7-21), мы вносим малую ошибку в определение правой части уравнения (7-13). Следовательно, при определении  $\alpha$  приближение (7-21) дает погрешность второго порядка малости. По этим же соображениям в выражении (7-20) мы пренебрегаем слабой зависимостью  $\rho$  от  $\alpha$ .

Величины  $\delta \operatorname{tg} \alpha_0$  и  $\delta z_0$  определяются из условия минимума \*

$$\chi_z^2 = (\bar{z} - \bar{z}_0)(G + D_z E)^{-1}(\bar{z} - \bar{z}_0), \quad (7-22)$$

где

$G$  - матрица многократного рассеяния для второй ветви или нулевая матрица для первой ветви;

$D_z$  - см. § 5, гл. 7;

$E$  - единичная матрица;

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} z(s_1) \\ \vdots \\ z(s_N) \end{pmatrix},$$

$z(s_i)$  определяется по формуле (7-18).

Элементы матрицы многократного рассеяния вычисляются по формуле

=====

\* См. также (7-63), (7-64), в которых рассматривается простой случай двух точек.

$$(\hat{G})_{nm} = \frac{1}{\cos^2 \hat{\alpha}_0} \delta_{nm}, \quad (7-23)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_{nm} = & \left[ \frac{(x_{1,2})^2}{4 X_0} \right] \left\{ \frac{2}{3} \sum_{k=2}^n S_{k-1,k}^3 \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{S_{k,n} + S_{k,m}}{S_{k-1,k}} + \right. \right. \\ & + \frac{9}{4} \frac{S_{k,n} \cdot S_{k,m}}{S_{k-1,k}^2} \cdot \frac{\sqrt{M^2 + P_{k-1}^2} \cdot \sqrt{M^2 + P_k^2}}{P_{k-1}^2 \cdot P_k^2} + \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=2}^n S_{k-1,k} \cdot S_{k,n} \cdot S_{k,m} \cdot \frac{\sqrt{M^2 + P_{k-1}^2} \cdot \sqrt{M^2 + P_k^2}}{P_{k-1}^2 \cdot P_k^2} \right\}. \end{aligned} \quad (7-24)$$

Здесь

$S_{ij}$  - длина дуги от точки с номером  $i$  до точки с номером  $j$ .

$\delta_{nm}$  без учета изменения импульса вдоль трека было получено в [12].

Искомый параметр  $tg \alpha$  находится по формуле

$$tg \alpha = tg \hat{\alpha}_0 + \delta tg \alpha_0. \quad (7-25)$$

#### § 4. Определение $(\Delta tg \alpha)^2$

Если мы пользуемся для определения  $tg \alpha$  методом наименьших квадратов с правильно определенными коэффициентами в матрице  $(G + E \cdot D_2)$ , то ошибка  $(\Delta tg \alpha)^2$  равна соответствующему диагональному элементу обратной матрицы нормальной системы.

Рассмотрим получение нормальной системы.

Из условия минимума  $x_z^2$  (см. 7-22) по  $\delta \text{tg} \alpha_0, \delta z_0$  и выражения  $\hat{z}(s)$  (7-19), получаем нормальную систему

$$\begin{cases} \delta \text{tg} \alpha_0 \sum_{i,j} b(s_i) Q_{ij} b(s_j) + \delta z_0 \sum_{i,j} b(s_i) Q_{ij} c(s_j) = \sum_{i,j} [z(s_i) - \hat{z}(s_i)] Q_{ij} b(s_j), \\ \delta \text{tg} \alpha_0 \sum_{i,j} c(s_i) Q_{ij} c(s_j) + \delta z_0 \sum_{i,j} c(s_i) Q_{ij} c(s_j) = \sum_{i,j} [z(s_i) - \hat{z}(s_i)] Q_{ij} c(s_j), \end{cases} \quad (7-26)$$

где

$Q_{ij} = (G + E D z)^{-1}_{ij}$  - элемент матрицы, обратной к матрице  $G + E D z$ .

$$\hat{z}(s) = \hat{z}_0 + \int_0^s \frac{\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2}{[1 - (\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2)^2]^{\frac{1}{2}}} ds_1, \quad (7-27)$$

$$b(s) = \left. \frac{\partial z}{\partial \text{tg} \alpha_0} \right|_{\hat{\alpha}_0, \hat{z}_0} = \int_0^s \frac{\cos \hat{\alpha}_0}{[1 - (\sin \hat{\alpha}_0 + \int_0^{s_2} f(s_2) ds_2)^2]^{\frac{3}{2}}} ds_3, \quad (7-28)$$

$$c(s) = \left. \frac{\partial z}{\partial z_0} \right|_{\hat{\alpha}_0, \hat{z}_0} = 1. \quad (7-29)$$

$(\Delta \text{tg} \alpha)^2$  определяется как первый диагональный элемент матрицы

$$\begin{pmatrix} \sum_{i,j} b(s_i) Q_{ij} b(s_j) & ; & \sum_{i,j} b(s_i) Q_{ij} c(s_j) \\ \sum_{i,j} c(s_i) Q_{ij} b(s_j) & ; & \sum_{i,j} c(s_i) Q_{ij} c(s_j) \end{pmatrix}^{-1} \quad (7-30)$$

отсюда

$$(\Delta \text{tg} \alpha)^2 = \frac{-\sum_{ij} c(s_i) Q_{ij} c(s_j)}{\begin{vmatrix} \sum b a b & ; & \sum b Q c \\ \sum b Q c & ; & \sum c Q c \end{vmatrix}}. \quad (7-31)$$

Т.к. при определении  $\mathcal{D}_z$  используется средняя ошибка  $\overline{\sigma^2}$  измерений на пленке, то для учета личных дисперсий лаборантов-измерителей мы приближенно полагаем

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{норм.}}^2 = W^2 (\operatorname{tg} \alpha)_2^2 \quad \text{если } N \geq N' \quad (\text{см. 7I, гл. I2})$$

$$\text{или} \quad (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{норм.}}^2 = (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_1^2 \quad \text{если } N < N' \quad (7-32)$$

( $W^2$  здесь по формуле 7-33)

$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$ , определенный по (7-32), считается окончательным при счете по второй ветви блока „ $\alpha$ “ (рис. 6).

Для выдачи, при счете по этой ветви, формируется также

$$W^2 = \frac{1}{N-2} \min \chi_{\Sigma}^2. \quad (7-33)$$

Определение  $\operatorname{tg} \alpha$  по первой ветви блока „ $\alpha$ “ (рис. 6) производится без использования матрицы многократного рассеяния. Таким образом, матрица  $Q$  в этом случае равна

$$Q = E. \quad (7-34)$$

Параметры  $\delta \operatorname{tg} \alpha$  и  $\mathcal{D}_z$  определяются из условий минимума  $(\chi_{\Sigma}^2)_1$

$$\frac{\partial}{\partial (\delta \operatorname{tg} \alpha)} (\chi_{\Sigma}^2)_1 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \mathcal{D}_z} (\chi_{\Sigma}^2)_1 = 0, \quad (7-35)$$

где

$$(\chi_{\Sigma}^2)_1 = \sum_i (z_i - z_{i0})^2. \quad (7-36)$$

Для дальнейших расчетов и выдачи формируются

$$\left. \begin{aligned} W^2 &= \mathcal{D}_z^2 (N-1)^{-1} \min (\chi_{\Sigma}^2)_1, \\ \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \alpha_0 + \delta \operatorname{tg} \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (7-37)$$

где  $\delta \operatorname{tg} \alpha_0$  берется из системы (7-35),  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{норм.}}$ , вычисленный по описанной выше процедуре (7-30, 7-32) (с заменой  $Q$  на  $E$  и подстановкой в (7-32)  $W^2$ , рассчитанного по (7-37)), учитывает в этом случае лишь измерительные ошибки координат.

Поэтому нужно определить вклад в ошибку  $\operatorname{tg} \alpha$  от многократного рассеяния.

Для учета многократного рассеяния можно приближенно считать, что  $\alpha$  не меняется вдоль трека. В этих условиях из (7-35) следует:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N (z_{i0} \sum_{j=1}^{i-1} s_j) - \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right) \sum_{i=1}^N z_{i0}}{N \cdot \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right)^2 - \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right)^2} \quad (7-38)$$

$z_{i0}$  может быть записано в виде, обобщающем (7-1)-(7-4).

$$z_{i0} = z_0 + \left( \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right) \operatorname{tg} \alpha + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ \left( \sum_{k=j}^{i-1} S_k \right) - \frac{1}{2} S_j \right] \delta_j \cdot \cos^2 \alpha + \left( \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j \right) \cdot \cos^2 \alpha. \quad (7-38^*)$$

ж)

Измерительные ошибки по  $s$  и  $z$  в (7-38)\* положены равными 0.

Здесь

$S_i$  - длина пространственной дуги между  $i$  и  $i+1$  точками,

$s_i$  - длина между  $i$  и  $i+1$  точками проекции пространственной дуги на плоскость XOY.

\* Множитель  $\cos^2 \alpha$  появляется при переносе ошибок с  $s_j$  (7-38) (аналог  $X$  в 7-2) на  $z$ , так как это было сделано при переходе от (7-2) к (7-4).



За вклад в ошибку  $\text{tg}\alpha$  от многократного рассеяния мы принимаем величину

$$(\Delta \text{tg}\alpha)_{\text{кун}}^2 = \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{\partial \text{tg}\alpha}{\partial \delta_i} \right)^2 \frac{1}{\delta_i^2} + \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{\partial \text{tg}\alpha}{\partial \eta_i} \right)^2 \frac{1}{\eta_i^2}, \quad (7-39)$$

которая может быть получена из (7-38), после подстановки туда (7-38).

Считая, что точки на треке расположены равномерно, получим

$$(\Delta \text{tg}\alpha)_{\text{кун}}^2 = C_{\alpha}(N) \frac{S}{X_0} \frac{1}{\cos^4 \alpha} \cdot \left( \frac{21,2}{PV} \right)^2. \quad (7-40)$$

Таблица значений  $C_{\alpha}(N)$  приведена ниже; в программе используется аппроксимация  $C'_{\alpha}(N)$ .

Таблица 2.

Значения функций  $C_{\alpha}(N)$  и  $C'_{\alpha}(N)$ .

$N$	2	3	4	5	$\infty$
$C_{\alpha}(N)$	0,167	0,167	0,171	0,173	$\approx 0,186$
$C'_{\alpha}(N)$	0,167	0,168	0,171	0,173	0,186

Таким образом, в программе вычисляется величина

$$(\Delta \text{tg}\alpha)_{\text{кун}}^2 = C'_{\alpha}(N) \left( \frac{21,2}{PV} \right)^2 \frac{S}{X_0} \frac{1}{\cos^4 \alpha}, \quad (7-41)$$

где

$X_0$  - радиационная длина,

$$C'_{\alpha}(N) = 0,186 - 0,082 N^{-1} + 0,088 N^{-2}$$

Окончательная величина  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$  в этой ветви программы имеет вид

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2 = (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\substack{\text{норм.} \\ Q = E^2 z}}^2 + (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{к.у.з.}}^2. \quad (7-42)$$

### § 5. Определение дисперсий измерительных ошибок в пространстве камеры

А. Рассмотрение ведется в следующих упрощающих предположениях:

1. Трек считаем прямым и направленным по орту

$$\vec{r} = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}, \quad (7-43)$$

где

$$l = (X_N - X_1) L_{\text{пл.}}^{-1} \cos \alpha, \quad m = (Y_N - Y_1) L_{\text{пл.}}^{-1} \cos \alpha, \quad n = \sin \alpha, \quad (7-44)$$

$$L_{\text{пл.}} = \sqrt{(X_N - X_1)^2 + (Y_N - Y_1)^2}$$

( $\alpha$  - из начального приближения).

2. Дисперсии определяем для средней точки трека

$$X_0 = \frac{1}{2}(X_N + X_1), \quad Y_0 = \frac{1}{2}(Y_N + Y_1), \quad Z_0 = \frac{1}{2}(Z_N + Z_1). \quad (7-45)$$

3. Объективы  $i$  и  $j$  считаем тождественными и исправленными на дисторсии, так что переход из пространства на пленку осуществляется по формулам [6].

$$\begin{aligned}x_i &= A_o^{-1}(X - B_i), & x_j &= A_o^{-1}(X - B_j), \\y_i &= A_o^{-1}(Y - C_i), & y_j &= A_o^{-1}(Y - C_j),\end{aligned}\tag{7-46}$$

где

$$A_o = K_1 Z + K,$$

$(B_i; C_i)$  - координаты оси  $i^{\text{го}}$  объектива.

4. Формулы восстановления для несоответствующих точек [6] в этих условиях сводятся к

$$X^* = B_{ij} \frac{x_i^*}{x_i^* - x_j^*},\tag{7-47}$$

$$Y^* = B_{ij} \frac{y_i^*}{x_i^* - x_j^*},$$

$$Z^* = Z - B_{ij} \frac{K_1^{-1}}{x_i^* - x_j^*} - K \cdot K_1^{-1},$$

где  $x_j^*$  - координата точки пересечения линии проектирования  $y_j^* - y_i^*$  с аппроксимацией трека на  $j^{\text{мом}}$  кадре (рис. 10 и 11)

$$X^* = (X - B_i) \cos \varphi + (Y - C_i) \sin \varphi,\tag{7-48}$$

$$Y^* = -(X - B_i) \sin \varphi + (Y - C_i) \cos \varphi,$$

$$\sin \varphi = B_{ij}^{-1} (C_j - C_i),\tag{7-49}$$

$$\cos \varphi = B_{ij}^{-1} (B_j - B_i),$$

$$B_{ij} = \sqrt{(C_j - C_i)^2 + (B_j - B_i)^2}, \quad (7-50)$$

\* - отмечены система координат, связанная с оптическими осями  $i^{\infty}$  и  $j^{\infty}$  объективов.

Направляющие косинусы трека в этой системе  $(\ell^*, m^*, n^*)$

$$\ell^* = L_{пл.}^{-1} B_{ij}^{-1} [(\chi_N - \chi_i)(B_j - B_i) + (Y_N - Y_i)(C_j - C_i)] \cos \alpha, \quad (7-51)$$

$$m^* = L_{пл.}^{-1} B_{ij}^{-1} [-(\chi_N - \chi_i)(C_j - C_i) + (Y_N - Y_i)(B_j - B_i)] \cos \alpha,$$

$$n^* = n.$$

Определим направление трека на плоскости  $j^{\infty}$  кадра в системе осей  $(x_j^*, y_j^*)$ , представляющих собой проекции осей  $X^*, Y^*$

$$\frac{dx_j^*}{ds} = f_0^{-2} [f_0 \ell^* - (X_0^* - B_{ij}) \kappa_1 n^*], \quad (7-52)$$

$$\frac{dy_j^*}{ds} = f_0^{-2} [f_0 m^* - Y_0^* \kappa_1 n^*],$$

откуда

$$\operatorname{ctg} \psi = \frac{dx_j^*}{dy_j^*} = \frac{f_0 \ell^* - (X_0^* - B_{ij}) \kappa_1 n^*}{f_0 m^* - Y_0^* \kappa_1 n^*}. \quad (7-53)$$

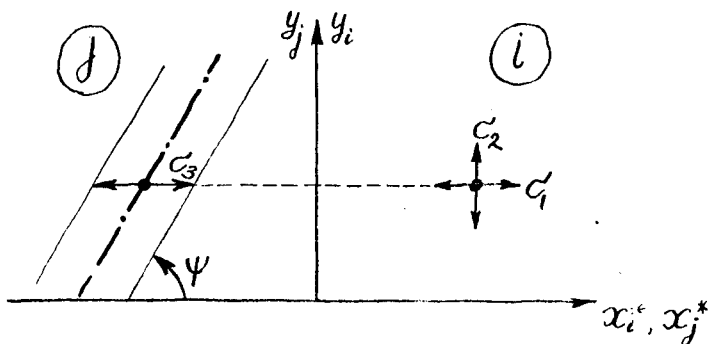


Рис. 11

### Определение измерительных ошибок координат точек трека

- линия проектирования на  $j^{om}$  кадре, уравнение  $y_j = y_l$
- · - · - аппроксимация трека на  $j^{om}$  кадре
- $c_1, c_2$  - ошибки измерения точки на  $l^{om}$  ("левом") кадре
- $c_3$  - ошибка в положении оси проекции трека на  $j^{om}$  ("правом" - см. "Приложение 3") кадре.

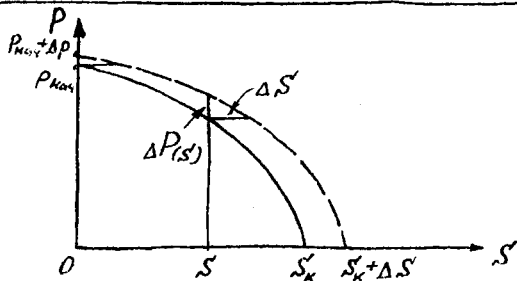


Рис. 12

### Определение $\frac{d}{dP_{max}} P(S)$

- за зависимость  $P(S)$  для  $P(0) = P_{max}$
- за зависимость  $P(S)$  для  $P(0) = P_{max} + \Delta P$

Эти зависимости представляют собой одну и ту же кривую, сдвинутую на величину  $\Delta S' = - \left[ \frac{dP}{dS} \right]^{-1} \Delta P$

$\Delta P(S) = P(S)_{P_{max} + \Delta P} - P(S)_{P_{max}} = \left[ \frac{d}{dS} P(S) \right]_{P_{max}} \Delta S'$ , откуда:

$$\frac{d}{dP_{max}} P(S) = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta P(S)}{\Delta P} = \left[ \frac{d}{dS} P(S) \right]_{S=S} \cdot \left[ \frac{d}{dS} P(S) \right]_{S=0}^{-1}$$

Для определения смещения восстановленной точки из-за погрешностей измерений нужна таблица производных, которые приводятся ниже.

$$\begin{cases} \frac{\partial z^*}{\partial x_i^*} = -A_0^2 \cdot K_i^{-1} \cdot B_{ij}^{-1}, \\ \frac{\partial z^*}{\partial x_j^*} = A_0^2 \cdot K_i^{-1} \cdot B_{ij}^{-1}, \\ \frac{\partial z^*}{\partial y_i^*} = \frac{\partial z^*}{\partial y_j^*} = 0, \end{cases} \quad (7-54)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x_i^*}{\partial x_i^*} = -A_0 \cdot B_{ij}^{-1} (X_0^* - B_{ij}), \\ \frac{\partial x_i^*}{\partial x_j^*} = A_0 \cdot B_{ij}^{-1} \cdot X_0^*, \\ \frac{\partial x_i^*}{\partial y_i^*} = \frac{\partial x_i^*}{\partial y_j^*} = 0, \end{cases} \quad (7-55)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial y_i^*}{\partial x_i^*} = -A \cdot B_{ij}^{-1} \cdot Y_0^*, \\ \frac{\partial y_i^*}{\partial x_j^*} = A_0 \cdot B_{ij}^{-1} \cdot Y_0^*, \\ \frac{\partial y_i^*}{\partial y_i^*} = 1, \\ \frac{\partial y_i^*}{\partial y_j^*} = 0. \end{cases} \quad (7-56)$$

С учетом измерительных ошибок  $\sigma$  на плоскостях  $i^{\text{го}}$  и  $j^{\text{го}}$  кадров имеем:

$$\begin{aligned}x_{i3}^* &= x_{0i}^* + \sigma_1, \\y_{i3}^* &= y_{0i}^* + \sigma_2, \\x_{j3}^* &= x_{0j}^* + \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \text{ctg } \psi.\end{aligned}\quad (7-57)$$

Б. Определение дисперсии поперечного смещения  $\mathcal{D}_{xy}$

Из (7-57) смещения  $\Delta X^*$  и  $\Delta Y^*$  равны

$$\begin{aligned}\Delta X^* &= \frac{\partial X^*}{\partial x_i} \sigma_1 + \frac{\partial X^*}{\partial x_j} (\sigma_3 + \sigma_2 \cdot \text{ctg } \psi), \\ \Delta Y^* &= \frac{\partial Y^*}{\partial x_i} \sigma_1 + \frac{\partial Y^*}{\partial x_j} (\sigma_3 + \sigma_2 \cdot \text{ctg } \psi) + \frac{\partial Y^*}{\partial y_i} \sigma_2.\end{aligned}\quad (7-58)$$

Подставляя вместо производных их значения, получим

$$\begin{aligned}\Delta X^* &= k_0 B_{ij}^{-1} [-(X_0^* - B_{ij}) \sigma_1 + (X_0^* \text{ctg } \psi) \sigma_2 + X_0^* \sigma_3], \\ \Delta Y^* &= k_0 B_{ij}^{-1} [-Y_0^* \sigma_1 + (Y_0^* \text{ctg } \psi + B_{ij}) \sigma_2 + Y_0^* \sigma_3].\end{aligned}\quad (7-59)$$

Компонента перемещения  $\Delta_{\perp}$ , перпендикулярная к проекции трека на плоскость  $X^*O^*Y^*$ , запишется в виде

$$\Delta_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1-n^2}} (m^* \Delta X^* - l^* \Delta Y^*).\quad (7-60)$$

Из (7-60) и (7-59) имеем:

$$\Delta_1 = \frac{k_c}{B_{ij}(1-n^2)} \left\{ [-(X_o^* - B_{ij})m^* + Y_o^* e^*] \delta_1 + \right. \\ \left. + [m^* X_o^* \operatorname{ctg} \psi - e^* (Y_o^* \operatorname{ctg} \psi + B_{ij})] \delta_2 + (m^* X_o^* - e^* Y_o^*) \delta_3 \right\}. \quad (7-61)$$

Обозначая через  $\mathcal{D}_{xy}$  дисперсию поперечного смещения отдельной точки, будем иметь

$$\mathcal{D}_{xy} = \overline{\Delta_1^2} = \frac{k_c^2 \overline{\sigma^2}}{B_{ij}^2 (1-n^2)} \left\{ [e^* Y_o^* - m^* (X_o^* - B_{ij})]^2 + \right. \\ \left. + [m^* X_o^* \operatorname{ctg} \psi - e^* (Y_o^* \operatorname{ctg} \psi + B_{ij})]^2 + \right. \\ \left. + (m^* X_o^* - e^* Y_o^*)^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \psi) \right\} + C_{63}. \quad (7-62)$$

(Дисперсии измерительных ошибок по осям  $X$  и  $Y$  считаются равными  $\overline{\sigma^2}$ ).

В. Определение.  $\mathcal{D}_z$  - дисперсии по оси  $Z$ .

Рассмотрим появление  $\mathcal{D}_x$  в выражении (7-22) и (6)<sub>nn</sub> в виде (7-23) на простейшем примере определения  $\operatorname{tg} \alpha$  по двум точкам.



Так как  $X$  и  $Z$  подвержены ошибкам, то для их точного учета мы должны были бы провести кофлюэнтный анализ. Для упрощения вычислений мы сводим задачу к регрессионной, пересчитав ошибку  $X$  в ошибку  $Z$ .

При этом имеем (сравни с 7-2):

$$\begin{aligned} X_1 &= 0, \\ X_2 &= f, \\ Z_1 &= \varepsilon_z + \varepsilon_x \cdot \frac{\partial Z}{\partial X}, \\ Z_2 &= \varepsilon_{z_2} + \varepsilon_{x_2} \frac{\partial Z}{\partial X} + \left(\frac{1}{2} S \cdot \delta + \eta\right) \cos^{-1} \alpha + f \cdot \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \quad (7-63)$$

(Многokратное рассеяние приводит к появлению почти цилиндрического пучка траекторий, поэтому сечение этого пучка прямой параллельной  $Z$  в  $\cos^{-1} \alpha$  раз больше диаметра пучка).

Отсюда имеем матрицу

$$(G + E D_z)_{11} = \overline{(z_1 - 0 \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} = \overline{(\varepsilon_z + \varepsilon_x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2},$$

$$(G + E D_z)_{12} = (G + E D_z)_{21} = \overline{(z_1)(z_2 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha)} = 0,$$

(7-64)

$$(G + E D_z)_{22} = \overline{(z_2 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} = \overline{(\varepsilon_z + \varepsilon_x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} + \frac{1}{6} D S^3 \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

Из выражений (7-4) следует, что в качестве обобщенной ошибки по оси  $Z$  следует брать величину  $\mathcal{D}_Z$

$$\mathcal{D}_Z = \overline{(\Delta Z)^2} = \overline{(\varepsilon_Z - \varepsilon_x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} \quad (7-65)$$

Вычислим  $\mathcal{D}_Z$  с учетом имеющихся зависимостей между  $\varepsilon_Z$  и  $\varepsilon_x$

$$\varepsilon_Z = \frac{\partial Z}{\partial x_i^*} \delta_i + \frac{\partial Z}{\partial y_i^*} \delta_i + \frac{\partial Z}{\partial x_j^*} \delta_j + \frac{\partial Z}{\partial y_j^*} \operatorname{ctg} \psi \cdot \delta_j, \quad (7-66)$$

откуда

$$\varepsilon_Z = A_i^* k_i^{-1} B_{ij}^{-1} (-\delta_i + \delta_j + \delta_i \operatorname{ctg} \psi). \quad (7-67)$$

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \varepsilon_Z - \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} (\Delta X^* \cos \beta + \Delta Y^* \sin \beta) = \\ &= A_0 B_{ij}^{-1} \left\{ \left[ -A_0 k_i^{-1} + (X_0^* - B_{ij}) \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \cos \beta + Y_0^* \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \sin \beta \right] \delta_i + \right. \\ &+ \left[ A_0 k_j^{-1} \operatorname{ctg} \psi - \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \cos \beta X_0^* \operatorname{ctg} \psi - \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \sin \beta (Y_0^* \operatorname{ctg} \psi + B_{ij}) \right] \delta_j + \\ &+ \left. \left( A_0 k_i^{-1} - \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \cos \beta X_0^* - \frac{n}{\sqrt{1-n^2}} \sin \beta Y_0^* \right) \delta_j \right\}. \end{aligned} \quad (7-68)$$

Величина  $\mathcal{D}_Z = \overline{(\Delta Z)^2}$  определяется, таким образом, по формуле

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_Z &= A_0^2 B_{ij}^2 \overline{\delta_i^2} \left\{ \left[ -A_0 k_i^{-1} + (X_0^* - B_{ij}) \frac{n}{1-n^2} \ell^* + Y_0^* \frac{n}{1-n^2} m^* \right]^2 + \right. \\ &+ \left. \left[ A_0 \operatorname{ctg} \psi k_j^{-1} - \frac{n}{1-n^2} \ell^* X_0^* \operatorname{ctg} \psi - \frac{n}{1-n^2} m^* (Y_0^* \operatorname{ctg} \psi + B_{ij}) \right]^2 \right\} + \\ &+ \left[ A_0 k_i^{-1} - \frac{n}{1-n^2} \ell^* X_0^* - \frac{n}{1-n^2} m^* Y_0^* \right]^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \psi) \} + C_{\text{ог}}. \end{aligned} \quad (7-69)$$

Г. Дисперсии  $\overline{(\Delta X)^2}$ ,  $\overline{(\Delta Y)^2}$ ,  $\overline{(\Delta Z)^2}$  и корреляция  $\overline{\Delta X \Delta Y}$  для соответствующих точек.

$$\overline{(\Delta X)^2} = \frac{\sigma^2 \theta_0^2}{B_{ij}^2} \left\{ \left[ (X_0^* - B_{ij})^2 + X_0^{*2} \right] \cos^2 \varphi + \left[ \frac{B_{ij}^2}{2} + 2 Y_0^{*2} \right] \sin^2 \varphi - 2 (X_0^* - B_{ij}) Y_0^* \sin \varphi \cos \varphi \right\} + C_{65},$$

$$\overline{(\Delta Y)^2} = \frac{\sigma^2 \theta_0^2}{B_{ij}^2} \left\{ \left[ (X_0^* - B_{ij})^2 + X_0^{*2} \right] \sin^2 \varphi + \left[ 2 Y_0^{*2} + \frac{B_{ij}^2}{2} \right] \cos^2 \varphi + 2 (X_0^* - B_{ij}) Y_0^* \sin \varphi \cos \varphi \right\} + C_{66},$$

$$\overline{(\Delta Z)^2} = \frac{\sigma^2 \theta_0^2}{B_{ij}^2} (2 \theta_0^2 X_0^2) + C_{67}, \quad (7-70)$$

$$\overline{(\Delta X \Delta Y)} = \frac{\sigma^2 \theta_0^2}{B_{ij}^2} \left\{ \left[ (X_0^* - B_{ij})^2 + X_0^{*2} - 2 Y_0^{*2} - \frac{B_{ij}^2}{2} \right] \sin \varphi \cos \varphi - Y_0^* (X_0^* - B_{ij}) \sin^2 \varphi + Y_0^* (X_0^* - B_{ij}) \cos^2 \varphi \right\} + C_{68}.$$

Эти формулы мы получили, исходя из упрощенной модели оптической системы, ранее предложенной для этой цели в [24], (сравни формулы (7-71) с (4-12), где  $\psi = \varphi \mp \lambda$ ,  $\lambda \equiv \Gamma$ ).

$$X' = B_{ij} \frac{x_n}{x_n - x_n}, \quad Y' = \frac{B_{ij}}{2} \frac{y_n + y_n}{x_n - x_n}, \quad Z' = \frac{B_{ij}}{K_1} \frac{1}{x_n - x_n} - \frac{K}{K_1} \quad (7-71)$$

$X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  связаны с коэффициентами в камере по формулам:

$$X = X' \cos \varphi - Y' \sin \varphi + B_i,$$

$$Y = X' \sin \varphi + Y' \cos \varphi + C_i, \quad (7-72)$$

где  $\varphi$ , определенный по формуле (7-49), является углом между базой  $B_{ij}$  и осью  $X$  системы координат камеры. При переходе от (7-71) и (7-72) к (7-70) координаты  $x_n, y_n$ ;  $x_n, y_n$  для соответствующих точек считаются независимыми и подверженными измерительным ошибкам с одинаковыми дисперсиями  $\overline{\sigma^2}$ .

Определение оптимальных оценок  $\rho^{-1}$  и  $\beta$

Для точного определения параметров трека строится функционал  $\chi^2$ , учитывающий матрицу многократного рассеяния, ионизационные потери и неоднородность магнитного поля.

Хороший выбор начального приближения (гл. 6) позволяет ограничиться только одной итерацией по методу Ньютона при окончательном определении параметров  $\rho^{-1}$ ,  $\beta$ ,  $y^{*ж}$ ), обращающих в минимум функционал.

Мы считаем, что

а) магнитное поле в камере направлено в основном по оси  $OZ$  так, что выполнены неравенства

$$|H_x| > |H_z|, \quad |H_x| > |H_y|. \quad (8-1)$$

Учитывая процедуру выделения особого трека (гл. 5), мы можем утверждать, что излагаемая ниже методика применяется к случаям  $|\operatorname{tg} \alpha| < \operatorname{const}$  и мы дополняем (8-1) условием

$$|H_x| > |\operatorname{tg} \alpha (H_x \cos \beta + H_y \sin \beta)|. \quad (8-2)$$

Работа программы проверена при неоднородности поля до 20% (гл. 13), при большей неоднородности проверка не проводилась.

---

ж)  $y^*$  - смещение траектории.

б). Система координат трека (\*) выбрана таким образом, чтобы

$$y_i^* = y_N^* = 0. \quad (3-3)$$

При этом, ограничиваясь треками с  $|\beta| < 1$ , можно считать, что для определения кривизны проекции следа на плоскость  $XOY$  существенна только ошибка в координате  $Y$  (если  $(\Delta X)^2 \approx (\Delta Y)^2$ ), и, таким образом, ошибку в определении координаты  $X$  измеренной точки можно не рассматривать.

Приведем формулы перехода в указанную систему координат

$$\begin{aligned} X_i^* &= (X_i - X_{cp}) \cos \varphi + (Y_i - Y_{cp}) \sin \varphi, \\ Y_i^* &= -(X_i - X_{cp}) \sin \varphi + (Y_i - Y_{cp}) \cos \varphi, \\ Z_i^* &= Z_i, \\ \sin \varphi &= \frac{(Y_N - Y_i) \rho_{iN}^{-1}}{\sqrt{(X_N - X_i)^2 + (Y_N - Y_i)^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{(X_N - X_i) \rho_{iN}^{-1}}{\sqrt{(X_N - X_i)^2 + (Y_N - Y_i)^2}}, \\ X_{cp} &= \frac{1}{2} (X_i + X_N), \\ Y_{cp} &= \frac{1}{2} (Y_i + Y_N). \end{aligned} \quad (3-4)$$

§ I. Построение функционала для определения  $\rho^{-1}$ ,  $\beta$  и  $y^*$ .

Для определения указанных параметров мы используем уравнение (7-II).

Из условия (8-2) следует, что правая часть (7-II) слабо зависит от  $\alpha$  и  $\beta$ , поэтому  $\alpha$  и  $\beta$  в правой части можно определять с небольшой точностью.

$\operatorname{tg} \alpha$  в правой части (7-II) мы берем постоянным и равным значению оптимальной оценки  $\operatorname{tg} \alpha$  в первой точке трека (см. 7-25).

$\sin \beta$  и  $\cos \beta$  в правой части (7-II) определяем по формулам (7-2I).

Таким образом, мы приходим к уравнению вида

$$\frac{d\beta}{dS} = F(S), \quad (8-5)$$

где

$$F(S) = \frac{e}{\rho c} [-H_z + \operatorname{tg} \alpha (H_x \cos \beta + H_y \sin \beta)], \quad (8-6)$$

$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const}$  (7-25 или 7-37),  
 $\sin \beta, \cos \beta$  по формулам (7-2I).

Интегрируя (8-5), получим

$$\beta_1(S) = \beta + \int_0^S F(S_1) dS_1, \quad (8-7)$$

$$y^*(S) = y^* + \int_0^S \sin \beta(s) ds, \quad (8-8)$$

где

$$\beta(s) = \beta(f_1(S)) = \beta_1(S), \quad (8-9)$$

если  $s$  и  $S$  связаны соотношением

$$s = f_1(S) \quad \text{или} \quad S = f_2(s), \quad (8-10)$$

которое задано в программе в виде таблицы:

$$S_i = \sum_{j=1}^{i-1} [(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8-11)$$

$$s_i = \sum_{j=1}^{i-1} [(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8-12)$$

Искомые оптимальные оценки  $\rho$ ,  $\beta$ ,  $y$  обращают в минимум функционал

$$\chi^2 = (\bar{y} - \bar{y}_2)(G + D_{xy} E)^{-1} (\bar{y} - \bar{y}_2), \quad (8-13)$$

где

$$\bar{y}_2 = \begin{pmatrix} y_{12}^* \\ \vdots \\ y_{N2}^* \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{столбец из } y \text{-вых координат измерен-} \\ \text{ных точек, пересчитанных по формулам} \\ (8-4). \end{array}$$

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} y_1^* \\ \vdots \\ y_N^* \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} y_i^* = y^*(z) \\ \text{по формуле (8-8)} \end{array}$$

$E$  - единичная матрица,

$D_{xy}$  - дисперсия поперечного смещения отдельной точки проекции трека (см. 7-62),

$G$  - матрица, составленная из элементов  $\sigma_{nm}$ , (см. 7-24).

В зависимости от относительной величины изменения импульса вдоль следа мы имеем два варианта матрицы  $\sigma_{nm}$ , а именно

а) для треков частиц с мало меняющимся импульсом используем в (7-24)

$$\rho_k = \hat{\rho} \quad (\text{для всех } k) \quad , \quad (8-14)$$

б) для треков частиц с сильно меняющимся импульсом используем  $\varepsilon$  (7-24)

$$P_K = P_{\rho}^{\wedge}(S_K)$$

$\wedge$  - индекс начального приближения.

Подробно процедура выбора ветвей (а) и (б) излагается в гл. 10.

Определение параметров  $(\rho^{\wedge}, \beta^{\wedge}, \gamma^{\wedge})$  из условий минимума (8-13) сводится, вообще говоря, к решению системы нелинейных уравнений.

Однако начальные приближения  $(\hat{\rho})^{-1}$  и  $\hat{\beta}$  (см. гл. 6) настолько близки к искомым значениям, что можно ограничиться только линейными членами в разложении функции (8-8) по величинам

$$\begin{aligned} \delta\kappa &= \rho^{-1} - (\hat{\rho})^{-1}, \\ \delta\beta &= \beta - \hat{\beta}. \end{aligned} \quad (8-15)$$

С учетом сказанного, (8-8) записывается в виде

$$y^*(s) = y^*(s) \Big|_{\substack{\gamma^{\wedge} \\ \beta^{\wedge} \\ \kappa}} + \frac{\partial y^*(s)}{\partial y^{\wedge}} \Big|_{\substack{\gamma^{\wedge} \\ \beta^{\wedge} \\ \kappa}} \cdot y^{\wedge} + \frac{\partial y^*(s)}{\partial \kappa} \Big|_{\substack{\gamma^{\wedge} \\ \beta^{\wedge} \\ \kappa}} \delta\kappa + \frac{\partial y^*(s)}{\partial \beta} \Big|_{\substack{\gamma^{\wedge} \\ \beta^{\wedge} \\ \kappa}} \delta\beta, \quad (8-16)$$

где

$$\kappa = \rho^{-1} \quad (8-17)$$

$$y^*(s) \Big|_{\substack{\gamma^{\wedge} \\ \beta^{\wedge} \\ \kappa}} = \int_0^s \sin \left( \beta^{\wedge} + \int_0^{S_i} F(S_i) dS_i \right) ds, \quad (8-18)$$

$$y^{\wedge} = 0, \quad (8-19)$$

\*)  $\rho^{\wedge}, \beta^{\wedge}, \gamma^{\wedge}$  - значения параметров в 1-ей точке трека.



$$\frac{\partial y^*(s)}{\partial y^*} = 1, \quad (8-20)$$

$$\frac{\partial y^*(s)}{\partial K} = \frac{K^{-2}}{\left(\frac{dP}{dS}\right)_i} \int_0^s \left[ \int_0^{S_i} \frac{e^{-1}}{c P^2(S_i)} \left(\frac{dP}{dS}\right) H(S_i) dS_i \right] \times$$

$$\times \left[ \cos \left( \beta + \int_0^{S_i} F(S_i) dS_i \right) \right] dS_i,$$

$$\frac{\partial y^*(s)}{\partial \beta} = \int_0^s \cos \left[ \beta + \int_0^{S_i} F(S_i) dS_i \right] dS_i, \quad (8-22)$$

$$\frac{dP}{dS} = -\frac{a_1}{\sigma^3} \left( \ln \frac{\sigma^2}{1-\sigma^2} - \sigma^2 + a_2 \right). \quad (8-23)$$

$a_1$  и  $a_2$  - характеристики среды камеры.

$$\sigma = P(S) (M^2 + P^2(S))^{-\frac{1}{2}}, \quad (8-24)$$

$$P(S_{i+1}) = P(S_i) + \frac{dP}{dS} \Big|_{P(S_i)} \cdot \Delta S_i + \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dS^2} \Big|_{P(S_i)} (\Delta S_i)^2, \quad (8-25)$$

$$\Delta S_i = S_{i+1} - S_i, \quad (8-26)$$

$$H(S) = \frac{P \cdot c}{e} F(S) \quad (\text{см. 8-6}) \quad (8-27)$$

Приведем вывод формулы (8-21).

Дифференцируя (8-8) по начальному обратному импульсу  $K$ ,

будем иметь

$$\frac{\partial y^*(s)}{\partial K} = \int_0^s [\cos \beta(s)] \left[ \frac{\partial \beta(s)}{\partial K} \right] dS \quad (8-28)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial K} = - \int_0^{S = f_x(s)} \frac{eH}{P^2(S)c} \frac{dP(S)}{dK} dS, \quad (8-29)$$

$$\frac{dP(S)}{dK} = -K^{-2} \frac{dP(S)}{dP_{\text{наг}}} = -K^{-2} \left( \frac{d}{dS} P(S) \right) \left( \frac{d}{dS} P(S) \right)_{S=0}^{-1}, \quad (8-30)$$

(см. рис. I2).

Интегралы в (8-16) вычисляются по методу трапеций, за узлы при этом принимаются точки  $(y_i^*, S_i)$ .

С учетом (8-16) условие минимума (8-13) запишется

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial y^*} = 0, \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial \delta K} = 0, \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial \delta \beta} = 0. \quad (8-31)$$

Система (8-31) линейна относительно искомым поправок  $y^*, \delta K, \delta \beta$  и имеет вид

$$\begin{cases} y^* (\sum y_{ik} Q_{ij}^{-1} y_{ij}) + \delta K (\sum y_{ik} Q_{ij}^{-1} y_{kj}) + \delta \beta (\sum y_{ik} Q_{ij}^{-1} y_{pj}) = \sum y_{ik} Q_{ij}^{-1} (y_{ij} - \hat{y}_{ij}), \\ y^* (\sum y_{ki} Q_{ij}^{-1} y_{ij}) + \delta K (\sum y_{ki} Q_{ij}^{-1} y_{kj}) + \delta \beta (\sum y_{ki} Q_{ij}^{-1} y_{pj}) = \sum y_{ki} Q_{ij}^{-1} (y_{ij} - \hat{y}_{ij}), \\ y^* (\sum y_{pi} Q_{ij}^{-1} y_{ij}) + \delta K (\sum y_{pi} Q_{ij}^{-1} y_{kj}) + \delta \beta (\sum y_{pi} Q_{ij}^{-1} y_{pj}) = \sum y_{pi} Q_{ij}^{-1} (y_{ij} - \hat{y}_{ij}), \end{cases} \quad (8-32)$$

где сделаны следующие обозначения:

$Q_{ij}^{-1}$  - член матрицы  $(G + D_{xy}E)^{-1}$  (см. 8-13),

$$y_{yi} = \frac{\partial y^*(z_i)}{\partial y^*} \Big|_{\hat{y}^*, \hat{\beta}, \hat{\kappa}},$$

$$y_{ki} = \frac{\partial y^*(z_i)}{\partial \kappa} \Big|_{\hat{y}^*, \hat{\beta}, \hat{\kappa}},$$

$$y_{\beta i} = \frac{\partial y^*(z_i)}{\partial \beta} \Big|_{\hat{y}^*, \hat{\beta}, \hat{\kappa}},$$

$$\hat{y}_i = y^*(z_i) \Big|_{\hat{y}^*, \hat{\beta}, \hat{\kappa}}.$$

Систему (8-32) мы называем нормальной системой. Разрешая ее относительно  $y^*$ ,  $\delta\kappa$ ,  $\delta\beta$ , будем иметь

$$\begin{pmatrix} y^* \\ \delta\kappa \\ \delta\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{yy} & v_{y\kappa} & v_{y\beta} \\ v_{\kappa y} & v_{\kappa\kappa} & v_{\kappa\beta} \\ v_{\beta y} & v_{\beta\kappa} & v_{\beta\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum y_{yi} Q_{ij}^{-1} (y_{j\beta} - \hat{y}_j) \\ \sum y_{ki} Q_{ij}^{-1} (y_{j\beta} - \hat{y}_j) \\ \sum y_{\beta i} Q_{ij}^{-1} (y_{j\beta} - \hat{y}_j) \end{pmatrix}, \quad (8-33)$$

где через  $v$  мы обозначили элемент матрицы, обратной матрице нормальной системы.

Матрица, составленная из элементов  $v$ , является матрицей ошибок искомых параметров. Для дальнейшего счета мы используем из нее следующие три элемента:

$$v_{\kappa\kappa} = \overline{(\Delta\kappa)^2} = \overline{\left(\Delta \frac{1}{\rho}\right)^2}, \quad (8-34)$$

$$v_{\beta\beta} = \overline{(\Delta\beta)^2}, \quad (8-35).$$

$$b_{кр} = \overline{\Delta K \Delta \beta}. \quad (8-36)$$

Приведем окончательные значения оценок искомых параметров  $\rho^{-2}$  и  $\beta$  и их ошибок:

$$\rho^{-2} = \hat{k} + \delta k, \quad (8-37)$$

$$\beta = \hat{\beta} + \delta \beta \quad (8-38)$$

(на выдачу идет величина

$$\rho = (\hat{k} + \delta k)^{-1/2}. \quad (8-39)$$

Так как в матрицу  $G$  входит постоянная дисперсия  $D_{xy}$  ж), а не личные дисперсии измерительных ошибок операторов, необходимо произвести нормализацию полученных выше ошибок, если  $N \geq N'$  жж)

$$\overline{(\Delta k)_{норм.}^2} = U \cdot b_{kk},$$

$$\overline{(\Delta \beta)_{норм.}^2} = U \cdot b_{\beta\beta},$$

$$\overline{(\Delta k \Delta \beta)_{норм.}^2} = U \cdot b_{кр},$$

(8-40)

$U = \chi^2$ , если  $N > N'$  и  $U = I$ , если  $N < N'$ , где

$$\chi^2 = \frac{\min \{ \chi_{xy}^2 \}}{N-3} = (N-3)^{-1} \chi_{xy}^2 \quad (8-41)$$

$\left. \begin{array}{l} y^* = y^* \\ k = k^* + \delta k \\ \beta = \hat{\beta} + \delta \beta \end{array} \right\}$

ж)  $D_{xy}$  определяется через среднюю ошибку  $\overline{\sigma^2}$  измерений на плечке (см. § 5, гл.7).

жж) Нормализация позволяет также произвести частичный учет "хвоста" кратного и ядерного рассеяния, накладывающихся на многократное рассеяние, которое учтено в  $b_{нн}$ .

Для удобства работы с выдачей на печать программы величины (8-40) и (8-41) пересчитываются в  $\Delta\rho$  и  $\overline{\Delta\rho\Delta\beta}$

$$\Delta\rho = \rho^2 \sqrt{(\Delta K)_{\text{норм}}^2}, \quad (8-42)$$

$$\overline{\Delta\rho\Delta\beta} = -\rho^2 \overline{(\Delta K \Delta\beta)_{\text{норм}}}. \quad (8-43)$$

§ 2. Определение  $\rho^{-1}$  и  $\beta$  в случае малого кулоновского рассеяния

Изложенная в предыдущем параграфе процедура может быть упрощена, если многократное рассеяние невелико. При этом в матрице  $Q$  главную роль играют диагональные элементы, что позволяет нам приближенно положить

$$Q = E. \quad (8-44)$$

Параметры  $(y^*, \delta K, \delta\beta)$  определяются из системы линейных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial y^*} (X_{xy}^2)_1 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \delta K} (X_{xy}^2)_1 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \delta\beta} (X_{xy}^2)_1 = 0, \quad (8-45)$$

где

$$(X_{xy}^2)_1 = \sum (y_i^* - y_{i\varepsilon}^*)^2, \quad (8-46)$$

$y_i^*$  - см. (8-16).

Для выдачи формируется величина

$$\chi_1^2 = \mathcal{D}_{xy}^{-1} (N-3)^{-1} \min_{y^*, \delta k, \delta \beta} (\chi_{xy}^2)_1. \quad (8-47)$$

Рассмотрим вычисление ошибок. Величины измерительных ошибок определяются по формулам, учитывающим личные дисперсии операторов

$$\left. \begin{aligned} \overline{(\Delta k)_{изм}^2} &= \begin{cases} (N-3)^{-1} \min (\chi_{xy}^2)_1 \cdot v_{kk} & \text{для } N \geq N' \\ v_{kk} & \text{для } N < N' \end{cases} ; \\ \overline{(\Delta \beta)_{изм}^2} &= \begin{cases} (N-3)^{-1} \min (\chi_{xy}^2)_1 \cdot v_{\beta\beta} & \text{для } N \geq N' \\ v_{\beta\beta} & \text{для } N < N' \end{cases} ; \\ \overline{(\Delta k \Delta \beta)} &= \begin{cases} (N-3)^{-1} \min (\chi_{xy}^2)_1 \cdot v_{k\beta} & \text{для } N \geq N' \\ v_{k\beta} & \text{для } N < N' \end{cases} \end{aligned} \right\} (8-48)$$

В формулах (8-48)  $v_{kk}$ ,  $v_{\beta\beta}$ ,  $v_{k\beta}$  - элементы обратной матрицы нормальной системы (8-45), при условии  $Q = E \cdot \mathcal{D}_{xy}$ .

Произведем приближенный учет кулоновских ошибок для  $k$  и  $\beta$ .

Для простоты будем считать, что

- 1)  $S' \ll \frac{P}{0,3H}$ ,
- 2)  $H = H_2 = \text{const}$ ; ( $H_x \approx H_y \approx 0$ ),
- 3)  $P \approx \text{const}$ ,
- 4)  $\beta \ll 1$ ,
- 5) на следе измерено  $N$  равномерно расположенных точек.

В этом приближении (8-8) имеет вид

$$y(x) = y^* + \chi\beta + a\chi^2, \quad (8-50)$$

где

$$\beta = X,$$

$$\alpha = -\frac{Q3H}{2\rho\cos\alpha}.$$

Аппроксимируя измеренные точки  $\{y_{i\vartheta}\}$  кривой (8-50) и определяя параметры  $y_i^*, \beta, \alpha$  методом наименьших квадратов, получим при равных весах всех точек следующие формулы:

$$\alpha = (\text{Det})^{-1} \begin{vmatrix} \sum y_{i\vartheta}^* X_i^2 & \sum X_i^3 & \sum X_i^2 \\ \sum y_{i\vartheta}^* X_i & \sum X_i^2 & \sum X_i \\ \sum y_{i\vartheta}^* & \sum X_i & N \end{vmatrix} \quad (8-51)$$

$$\beta = (\text{Det})^{-1} \begin{vmatrix} \sum X_i^4 & \sum y_{i\vartheta}^* X_i^2 & \sum X_i^2 \\ \sum X_i^3 & \sum y_{i\vartheta}^* X & \sum X_i \\ \sum X_i^2 & \sum y_{i\vartheta}^* & N \end{vmatrix} \quad (8-52)$$

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} \sum X_i^4 & \sum X_i^3 & \sum X_i^2 \\ \sum X_i^3 & \sum X_i^2 & \sum X_i \\ \sum X_i^2 & \sum X_i & N \end{vmatrix} \quad (8-53)$$

С учетом многократного рассеяния формула (8-50) запишется в виде \*

$$y_i^* = y^* + \Delta x (i-1)\beta + d(\Delta x)^2 (i-1)^2 + \frac{\Delta x}{\cos \alpha} \sum_{j=1}^{i-1} (i-j-\frac{1}{2}) \delta_j + \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j, \quad (8-54)$$

где

$\Delta x$  - длина интервала,  
 $\delta_j, \eta_j$  - случайные числа, распределенные по нормальному закону с дисперсиями

$$\overline{\delta^2} = \frac{\mathcal{D}(\Delta s')}{2}, \quad \overline{\eta^2} = \frac{\mathcal{D}(\Delta s')^3}{24} \quad (8-55)$$

соответственно,

$$\mathcal{D} = \left( \frac{v^2 - 1, 2}{pv} \right)^2 \frac{1}{X_0}, \quad (8-56)$$

\* Распределение Ферми [13] для частицы, прошедшей в рассеивающей среде расстояние  $X$ , имеет вид

$$W(y, \delta, X) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\mathcal{D}X^2} \exp \left[ -\frac{y}{\mathcal{D}} \left( \frac{\delta^2}{X} - \frac{3y\delta}{X^2} + \frac{3y^2}{X^3} \right) \right],$$

где предполагается, что в начальной точке частица движется вдоль оси  $O, X$  и смещение  $y$  перпендикулярно  $O, X$ . Сделав замену  $y = \eta + \frac{1}{2} X \delta$ , и  $\delta = \delta$ , получим для показателя экспоненты следующее выражение

$$-\frac{1}{2} \left[ \frac{\delta^2}{\left(\frac{\mathcal{D}X}{2}\right)} + \frac{\eta^2}{\left(\frac{\mathcal{D}X^3}{24}\right)} \right],$$

из которого видно, что  $\eta$  и  $\delta$  являются независимыми стохастическими переменными.



$\lambda_0$  - радиационная длина (см).

За вклад в  $(\overline{\Delta\alpha})^2$ ,  $(\overline{\Delta\beta})^2$ ,  $\overline{\Delta\alpha\Delta\beta}$  от многократного рассеяния мы принимаем величины

$$(\overline{\Delta\alpha})_{кул}^2 = \delta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{\partial\alpha}{\partial\delta_j} \right)^2 + \eta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_j} \right)^2 \quad (8-57)$$

$$(\overline{\Delta\beta})_{кул}^2 = \delta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{\partial\beta}{\partial\delta_j} \right)^2 + \eta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \left( \frac{\partial\beta}{\partial\eta_j} \right)^2 \quad (8-58)$$

$$\overline{\Delta\alpha\Delta\beta}_{кул} = \delta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\partial\alpha}{\partial\delta_j} \frac{\partial\beta}{\partial\delta_j} + \eta^2 \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\partial\alpha}{\partial\eta_j} \frac{\partial\beta}{\partial\eta_j}$$

Производные по  $\delta$  и  $\eta$  в (8-57) и (8-58) могут быть получены из (8-51) и (8-52) после замены там  $Y_i$  на  $Y_i^*$  по формуле (8-54).

Выполнив суммирование в (8-57) и (8-58) и заменив  $\delta^2$  и  $\eta^2$  по формулам (8-55), получим

$$(\overline{\Delta\alpha})_{кул}^2 = C_\alpha(N) \mathcal{D} \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad (8-59)$$

$$(\overline{\Delta\beta})_{кул}^2 = C_\beta(N) \mathcal{D} \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad (8-60)$$

$$\overline{\Delta\alpha\Delta\beta}_{кул} = C_{\alpha\beta}(N) \mathcal{D} \frac{1}{\cos^3\alpha}$$

Ниже приведена таблица значений  $C_\alpha(N)$ ,  $C_\beta(N)$  и  $C_{\alpha\beta}(N)$  для некоторых значений  $N$ , а также аппроксимирующих их функций:

$$C'_\alpha(N) = 0,1786 - 0,2115N^{-1} + 0,5274N^{-2}, \quad (8-61)$$

$$\left. \begin{aligned} C'_\beta(N) &= 0,1143 - 0,2778 N^{-1} + 0,5544 N^{-2} \\ C'_{\alpha\beta}(N) &= -0,0536 + 0,2098 N^{-1} - 0,5223 N^{-2} \end{aligned} \right\} (8-62)$$

Таблица 3.

Значения функций  $C_\alpha(N)$ ,  $C_\beta(N)$  и  $C_{\alpha\beta}(N)$  и их аппроксимаций  $C'_\alpha(N)$ ,  $C'_\beta(N)$  и  $C'_{\alpha\beta}(N)$  ( $N$  - число измеренных точек на трекe).

$N$	3	4	5	6	7	8	$\infty$
$C_\alpha(N)$	0,1667	0,1562	0,1600	0,1580	0,1598	0,1614	5/28
$C'_\alpha(N)$	0,1667	0,1587	0,1573	0,1580	0,1591	0,1604	0,1786
$C_\beta(N)$	0,08333	0,07681	0,07979	0,08340	0,08660	0,08928	4/35
$C'_\beta(N)$	0,08333	0,0795	0,0809	0,0834	0,0860	0,0883	0,1143
$C_{\alpha\beta}(N)$	-0,0417	-0,0312	-0,0315	-0,0331	-0,0349	-0,0350	-3/56
$C'_{\alpha\beta}(N)$	-0,0417	-0,0338	-0,0325	-0,0331	-0,0343	-0,0355	-0,0536

Окончательные формулы для ошибок  $\overline{(\Delta K)^2}$  и  $\overline{(\Delta \beta)^2}$  имеют вид (см. 8-48 и 3-50)

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta K)^2} &= (\Delta K)_{изм}^2 + \left(\frac{2 \cos \alpha}{93H}\right)^2 (\Delta a)_{кул}^2 \\ \overline{(\Delta \beta)^2} &= (\Delta \beta)_{изм}^2 + (\Delta \beta)_{кул}^2 \end{aligned} \quad (8-63)$$

$$\overline{\Delta K \Delta \beta} = \overline{\Delta K \Delta \beta}_{изм} + \frac{2 \cos \alpha}{93H} \overline{\Delta a \Delta \beta}_{кул}. \quad (8-64)$$

Используя (8-59 - 8-62), получим

$$\overline{(\Delta K)^2} = (\overline{\Delta K})_{изм}^2 + C_\alpha(N) \frac{4 \cdot (2,2)^2}{(93H)^2 \chi_0} \cdot \frac{1}{\rho^2 v^2 \cos^2 \alpha} \quad (8-65)$$

$$\overline{(\Delta \beta)^2} = (\overline{\Delta \beta})_{изм}^2 + C_\beta(N) \frac{(2,2)^2}{\rho^2 v^2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\chi_0} \quad (8-66)$$

$$\overline{\Delta \rho \Delta \beta} = \left( \overline{\Delta \rho \Delta \beta}_{изм} \right) + C_{\alpha\beta}(N) \cdot \frac{2 \cdot (2,2)^2}{0,3 \cdot H \cdot v^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\chi_0} \left( \text{Sign } \overline{\Delta \rho \Delta \beta}_{кул} \right)$$

где

$$\bar{H} = \frac{1}{3} (H(S_i) + H(S_{\kappa}) + H(S_n)) . \quad (8-67)$$

$H(S_i)$  см. (8-27 и 8-6).

Для выдачи дополнительно вычисляется величина  $\Delta\rho$

$$\Delta\rho = \rho^2 \sqrt{(\Delta\kappa)^2} . \quad (8-68)$$

§ 3. Определение параметров  $\text{tg}\alpha, \beta, \rho$  частицы, останавливающейся в камере.

Определение параметров останавливающейся частицы, трек которой очень короток или имеет большой угол наклона, рассмотрено в главе 5. Поэтому здесь мы будем рассматривать треки достаточно большой длины.

Импульс  $\rho$  и его ошибка  $\Delta\rho$  частицы, останавливающейся в камере, определяется по пробегу, как это описано в § 3 гл. 6, и далее не уточняется.

Угол  $\alpha$  и его ошибка определяются по методу, изложенному в главе 8.

Угол  $\beta$  определяется при решении системы уравнений, аналогичных (8-32)

$$\begin{cases} y^* (\sum y_{yi} Q_{ij}^{-1} y_{yj}) + \delta\beta (\sum y_{yi} Q_{ij}^{-1} y_{\beta j}) = \sum y_{yi} Q_{ij}^{-1} (y_{jz} - \hat{y}_j) \\ y^* (\sum y_{\beta i} Q_{ij}^{-1} y_{\beta j}) + \delta\beta (\sum y_{\beta i} Q_{ij}^{-1} y_{\beta j}) = \sum y_{\beta i} Q_{ij}^{-1} (y_{jz} - \hat{y}_j) \end{cases}$$

откуда

$$\begin{vmatrix} y^* \\ \delta\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_{yy} & b_{y\beta} \\ b_{y\beta} & b_{\beta\beta} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sum y_{yi} Q_{ij}^{-1} (y_{jz} - \hat{y}_j) \\ \sum y_{\beta i} Q_{ij}^{-1} (y_{jz} - \hat{y}_j) \end{vmatrix} . \quad (8-70)$$

Угол  $\beta$  и его ошибка вычисляются по формулам

$$\beta = \hat{\beta} + \delta\beta, \quad (8-71)$$

$$\overline{(\Delta\beta)^2}_{\text{норм}} = \frac{\min X_{xy}^2}{N-2} \nu_{\beta\beta}. \quad (8-72)$$

Кроме того, вычисляются

$$X^2 = \frac{\min X_{xy}^2}{N-2} = (N-2)^{-1} X_{xy}^2 \Big|_{y^* = y^*} \quad (8-73)$$

$$\begin{aligned} \kappa &= C_0^{-1} P_0^{-1}(s^*) \\ \beta &= \hat{\beta} + \delta\beta \end{aligned}, \quad (8-74)$$

$$\Delta P \Delta \beta \equiv 0.$$

#### § 4. Определение параметров следа первичного пучка

Как отмечалось в гл. 6, след первичного пучка должен иметь обязательно № I, и в таблице констант должен быть задан импульс  $P_{\text{пучка}} \neq 0$  для этой частицы на входе в рабочую среду камеры.

Импульс такой частицы известен с достаточной точностью из условий облучений, и его необходимо только пересчитать в точку взаимодействия, что выполняется по формуле (6-46)

$$P_1 = P_{\text{пучка}} + \frac{\partial P}{\partial s} \Big|_{P_{\text{пучка}}} S$$

В дальнейшем эта величина считается окончательной и не пересчитывается в программе.

Ошибка  $\Delta P_1$ , вычисляемая в программе по формуле (6-47), имеет только оценочный характер и в дальнейших программах не используется.

Используемые для облучений пучки частиц имеют высокую

энергии, поэтому многократное рассеяние первичной частицы мало, что дает возможность для определения  $\alpha$  и  $\beta$  использовать диагональные матрицы.

$\operatorname{tg} \alpha$  и  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$  определяются так, как это показано в гл. 8 § 4 ( $\operatorname{tg} \alpha$  - по первой ветви), с той, однако, разницей, что " $\frac{dP}{ds}$ " везде заменяется на " $-\frac{dI'}{ds}$ ", так как интегрирование ведется от точки взаимодействия к началу трека.

Угол  $\beta$  определяется так, как это описано в § 2 настоящей главы, но при фиксированном  $P$ .

$\delta\beta$  определяется из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} Y^*(\sum Y_{yi}^2) + \delta\beta(\sum Y_{yi} Y_{\beta i}) &= \sum Y_{yi} (Y_{i\beta} - \hat{Y}_i) \\ Y^*(\sum Y_{\beta i}^2) + \delta\beta(\sum Y_{\beta i}^2) &= \sum Y_{\beta i} (Y_{i\beta} - \hat{Y}_i) \end{aligned} \right\} \quad (8-75)$$

где при вычислении  $Y_{\beta i}$ ,  $\hat{Y}_i$  мы сделали замену  $\frac{dP}{ds}$  на

$-\frac{dP}{ds}$ . Из (8-75) следует

$$\beta = \hat{\beta} + \delta\beta, \quad (8-76)$$

$$\overline{(\Delta\beta)_{\text{изм}}^2} = \sigma_{\beta\beta} (N-2)^{-1} \min(X_{xy})_1, \quad (8-77)$$

$$\overline{(\Delta\beta)^2} = \overline{(\Delta\beta)_{\text{изм}}^2} + C'_\beta(N) \mathcal{D} \frac{I'}{\cos^2 \alpha}. \quad (8-78)$$

$(X_{xy})_1$  - по формуле (8-46).

Для того, чтобы вектор-импульс первичной частицы имел истинное направление, перед выдачей делается замена

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &\rightarrow -\operatorname{tg} \alpha, \\ \beta &\rightarrow \beta + \pi. \end{aligned}$$

Знак, приписываемый импульсу, определяется по знаку кривизны параболы (гл. 6).

§ 5. Общие замечания к методу определения оптимальных оценок  $P^{-1}$  и  $\beta$ .

I. Рассмотрим выбор между величинами  $P$  и  $K=P^{-1}$ , при решении вопроса, по какому из этих параметров следует вести минимизацию  $\chi^2_{xy}$ .

Для простоты рассмотрим случай выполнения условий (8-49 - 8-50). При этом легко видеть, что средние значения величин  $K$  и  $P$ , определенные методом наименьших квадратов, равны:

$$\bar{K} = \frac{1}{\bar{P}}, \quad *) \quad (8-79)$$

$$\bar{P} = P \left[ 1 + \frac{(\Delta P)_{\text{изм}}^2 + (\Delta P)_{\text{кул}}^2}{P^2} \right], \quad *) \quad (8-80)$$

если брать разложение формул для  $K$  и  $P$ , удерживая вторые производные по случайным величинам  $\delta, \eta$  и  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$  - измерительные ошибки). Смешанные производные при усреднении выпадают из-за отсутствия корреляций между случайными величинами.

Отсюда следует, что  $\bar{K}$  является несмещенной оценкой  $P^{-1}$ , тогда как  $\bar{P}$  всегда смещено в область больших значений относительно  $P$ .

Сравним теперь работу итерационного процесса, изложен-

---

\* в правой части - истинное значение начального импульса.

ного в настоящей главе, для определения поправок  $\delta K$  и  $\delta P$ .

Выполним расчеты для одномерной задачи, на которой отчетливо видны особенности этих двух подходов ( $K, P$ ).

В одномерной задаче определения  $\delta K$  или  $\delta P$ , будем иметь:

$$K) \quad y_i = \hat{K} h x_i^2 + \delta K h x_i^2, \quad (8-81)$$

$$P) \quad y_i = \hat{P}^{-1} h x_i^2 - \delta P \hat{P}^{-2} h x_i^2, \quad (8-82)$$

где

$$h = \frac{0,3H}{2 \cos \alpha}.$$

Используя метод наименьших квадратов для определения  $\delta K$  и  $\delta P$ , получим:

$$K) \quad \delta K \sum (h x_i^2)^2 = \sum h x_i^2 (y_{i\Delta} - \hat{K} h x_i^2), \quad (8-83)$$

$$P) \quad \delta P \sum (-\hat{P}^{-2} h x_i^2)^2 = \sum (-\hat{P}^{-2} h x_i^2) (y_{i\Delta} - \hat{P}^{-1} h x_i^2). \quad (8-84)$$

Так как мы исследуем здесь только итерационный процесс, то положим измерительные ошибки  $\mathcal{E} = 0$ , тогда

$$y_{i\Delta} = K h x_i^2 = P^{-1} h x_i^2. \quad (8-85)$$

Решив (8-83) и (8-84), получим

$$K) \quad \delta K = (K - \hat{K}), \quad (8-86)$$

$$P) \quad \delta P = -\hat{P}^2 \left( \frac{1}{P} - \frac{1}{\hat{P}} \right). \quad (8-87)$$

Если  $\hat{K} = K + \Delta K$  и, соответственно,  $\hat{P} = P + \Delta P$  \*,

то

$$K) \quad \delta K = -\Delta K, \quad (8-88)$$

$$P) \quad \delta P = -\Delta P - \frac{(\Delta P)^2}{P}. \quad (8-89)$$

По общему правилу искомые оценки параметров будут равны

$$K) \quad K_{\text{оценка}} = \hat{K} + \delta K = (K + \Delta K) - \Delta K = K, \quad (8-90)$$

$$P) \quad P_{\text{оценка}} = \hat{P} + \delta P = (P + \Delta P) + \left(-\Delta P - \frac{\Delta P^2}{P}\right) = P - \frac{(\Delta P)^2}{P}. \quad (8-91)$$

Из выражений (8-90) и (8-91) видно, что, сделав одну итерацию по  $P$ , мы, вообще говоря, приходим к смещенному значению импульса. причем смещение одностороннее и тем большее, чем хуже начальное приближение, тогда как в этих же предположениях одной итерации по  $K$  достаточно, чтобы прийти в действительный минимум.

Эти два обстоятельства оправдывают выбор  $K = P^{-1}$ , в качестве параметра частицы, по которому проводится минимизация в программе.

---

\* )  $\Delta K$  и  $\Delta P$  в этом случае - погрешности начального приближения.



2. При интегрировании уравнения (8-5) в правой части мы заменяем неизвестную функцию  $\beta(\mathcal{S})$  на известные ее экспериментальные значения. Таким образом, правая часть уравнения становится известной функцией от  $\mathcal{S}$  и параметров ( $\beta, k, y^*$ ) и полученное таким образом заменяющее уравнение легко интегрируется.

Не приводит ли такая замена одного дифференциального уравнения другим к тому, что вместо искомого параметров мы будем определять другие параметры для нового уравнения?

Оценки для несколько упрощенной модели задачи показали, что определяемые методом наименьших квадратов параметры для исходного дифференциального уравнения и заменяющего его совпадают. К такому же выводу привела проверка работы программы по специально составленным тестам.

Однако мы считаем, что вопрос об общей применимости такой замены одного дифференциального уравнения другим и в иных условиях, требует отдельного исследования.

3. Хотя выражения (8-65) и (8-66) были получены для случая малого многократного рассеяния, тем не менее, многократное рассеяние определенным образом изменяет среднее значение величины, которую мы считаем измерительной ошибкой.

В дальнейшем авторы предполагают определить вклад в среднее значение измерительной ошибки от многократного рассеяния методикой, аналогичной той, которая была использована для определения вклада от многократного рассеяния в полную ошибку. Соответственно этому будут заменены выражения (8-65) и (8-66).

## ГЛАВА 9.

### Определение оптимальных оценок параметров $\rho, \tau, \alpha, \beta$ для электронов и позитронов

Во всем последующем изложении речь будет идти об электро-  
не, оценки параметров для позитрона получаются аналогично.

#### § I. Общие замечания о выбранной схеме расчета

В ОИЯИ используются два метода определения импульса  
электрона.

I. Для обработки треков электронов в 55-см пропановой пу-  
зырьковой камере используется аппроксимация трека методом  
наименьших квадратов параболой по равновесным точкам с после-  
дующим введением поправки на средние потери [10]. Методика  
введения этой поправки по существу совпадает с изложенной в  
гл. 6. Естественно, что вычисленная таким образом поправка  
будет работать тем лучше, чем короче трек и меньше неоднород-  
ность магнитного поля. Большая длина трека приводит к заметной  
корреляции между координатами точек трека, что не учитывается,  
при аппроксимации, и росту дисперсии радиационных потерь.

Определяя массу  $\pi^0$ -мезона по  $2\gamma$ -комбинациям, группа  
В.Г.Гришина получила

$$M_{\pi^0} = (136,5 \pm 12,3) \frac{M_{e^+}}{c^2}.$$

(Приводится среднее значение  $M_{\pi^0}$  по 80 случаям и

квадратичная ошибка отдельного измерения).

Использованный группой В.Г.Гришина метод [10] может рассматриваться как развитие на многоточечные измерения предложенного в [15] способа определения импульса электрона по измерениям стрелы прогиба трека с введением средних поправок на радиационное излучение.

2. Для обработки электронных треков в 100-см пропановой камере используется аппроксимация траектории кривой [16]

$$y = ax^2 + bx + c + dy^2$$

с весами точек, которые даются матрицей  $(\sigma_{nm} + \delta_{xy})$  (8-13, 7-24).

Введение дополнительного свободного параметра  $d$  и уменьшающихся весов позволяет ослабить влияние излучения энергичных квантов на определяемый импульс. Однако для коротких следов введение дополнительного параметра может увеличить дисперсию  $P$ .

Поэтому при разработке алгоритма определения параметров электрона для больших камер, мы решили остановиться на процедуре, которая, по нашему мнению, сочетает положительные стороны ранее предложенных методик.\*

Импульс электрона определяется в два этапа.

На первом производится оценка импульса (гл. 6) по аппроксимации трека параболой с введением поправок на средние потери и неоднородность магнитного поля.

На втором этапе, методом максимума правдоподобия, определяются оптимальные оценки  $P^{-1}$  и  $\beta$  с использованием, в раз-  

---

ж) Эта методика подходит и для  $\delta$ -электронов, другой способ обработки которых в водороде рассмотрен в [26].

витие [16], матрицы  $C'_{nm}$  (вместо  $C_{nm}$ ), которая учитывает не только многократное рассеяние, но и флуктуацию излучения. Использование  $C'_{nm}$  и учет средних потерь при интегрировании уравнений движения дает возможность отказаться от введения дополнительного параметра  $d$ , а интегрирование уравнений движения позволяет, естественно, учесть даже большую неоднородность магнитного поля.

Дальнейшее развитие этой методики изложено в [17], в которой последовательно рассматривается задача определения методом максимума правдоподобия параметров электрона без использования аппроксимации нормальным законом распределения электронов, прошедших слой  $\Delta S$ . Однако эта процедура требует большого времени на ЭВМ.

§ 2. Определение отсечки  $ae$  и коэффициента  $K_{ae}$  эффективного увеличения радиационной длины.

В большинстве случаев при просмотре электронных треков производится выборка, которая сводится к указанию оператору-измерителю той точки трека, до которой он должен вести измерения. Это место определяется как точка заметного (при просмотре) скачкообразного уменьшения импульса электрона. Однако такая выборка, уменьшая дисперсию определяемых параметров, уменьшает и среднее значение радиационных потерь.

Вероятность того, что электрон, пройдя бесконечно малое расстояние  $dS$ , \*) излучит квант с импульсом от  $P_y$  до  $P_y + dP_y$ .

---

\*) Мы пренебрегаем средним изменением  $P_0$  на интервале  $dS$  - это определение малости  $dS$ .

равна [14]

$$W(p_y) dp_y = \frac{dS}{\chi_0 \ln 2} \cdot \frac{1}{P_0} \cdot \frac{dp_y}{\ln [P_0(P_0 - p_y)^{-1}]} , \quad (9-1)$$

если  $P_0 > 25$  Мэв/с,

$\chi_0$  - радиационная длина,

$P_0$  - начальный импульс электрона.

Выражение (9-1) имеет особенность при  $p_y \rightarrow 0$ , поэтому при взятии интегралов от (9-1) введем малую величину  $\varepsilon$ , которую далее устремим к 0.

$$\frac{1}{P_0} \int_{\varepsilon}^{P_0} \frac{dp_y}{\ln [P_0(P_0 - p_y)^{-1}]} = -\text{li} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{P_0} \right), \quad *) \quad (9-2)$$

$$\frac{1}{P_0} \int_{\varepsilon}^{\alpha P_0} \frac{dp_y}{\ln [P_0(P_0 - p_y)^{-1}]} = -\text{li} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{P_0} \right) + \text{li} (1 - \alpha). \quad *) \quad (9-3)$$

Относительная вероятность излучения на  $dS$  кванта с импульсом от  $\varepsilon$  до  $(\alpha P_0)$ , равна с учетом (9-2) и (9-3)

$$\left[ \int_{\varepsilon}^{\alpha P_0} W(p_y) dp_y \right] \cdot \left[ \int_{\varepsilon}^{P_0} W(p_y) dp_y \right]^{-1} = 1 - \frac{\text{li} (1 - \alpha)}{\text{li} (1 - \varepsilon P_0^{-1})}. \quad (9-4)$$

Число излученных квантов дается выражением

$$\int_{\varepsilon}^{P_0} W(p_y) dp_y = \frac{dS}{\chi_0 \ln 2} \left[ -\text{li} (1 - \varepsilon P_0^{-1}) \right]. \quad (9-5)$$

Отсюда вероятность  $W(\alpha \varepsilon)$  того, что электрон с импульсом  $P_0$ , пройдя путь  $dS$ , излучит кванты с  $p_y < \alpha \varepsilon P_0$ , будет равна

\*)  $\text{li}(x)$  - интегральный логарифм

$$\text{li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\ln t}$$

$$W(\alpha e) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \left[ 1 - \frac{L_i(1-\alpha e)}{L_i(1-\varepsilon P_i)} \right] \left[ -L_i(1-\varepsilon P_i) \right]^{\frac{dS'}{X_0 \ln 2}} \right\} =$$

$$= \exp \left[ \frac{dS'}{X_0 \ln 2} L_i(1-\alpha e) \right], \quad (9-6)$$

откуда

$$W(\alpha e) = 1 + \frac{dS'}{X_0 \ln 2} \cdot L_i(1-\alpha e) \quad (9-7)$$

Обозначим через  $S_{\alpha e}$  среднюю длину пробега до излучения кванта с импульсом  $P_{i'}$ , большим чем  $(\alpha e P_i)$  ( $P_i$  - импульс электрона в точке  $i$ ), тогда из (9-7) имеем

$$S_{\alpha e} = - \frac{X_0 \ln 2}{L_i(1-\alpha e)} \quad (9-8)$$

или

$$L_i(1-\alpha e) = - \frac{X_0 \ln 2}{S_{\alpha e}} \quad (9-9)$$

Рассмотрим теперь связь между средними потерями импульса на  $dS'$  и константой обрезания  $\alpha e$ .

Средние потери на  $dS'$  могут быть записаны из (9-1)

как

$$\bar{P}_y = \int_0^{\alpha e P_0} P_y W_i(P_y) dP_y$$

или, после подстановки,

$$\bar{P}_y = P_0 \frac{dS'}{K_{\alpha e} X_0} \quad (9-10)$$

где

$$K_{\alpha e} = \frac{1}{\ln 2} \int_0^{-L_i(1-\alpha e)} y^{-1} e^{-y} (1-e^{-y}) dy \quad (9-11)$$

При этом использовались соотношения

$$\int_0^{\infty} y^{-1} e^{-y} (1 - e^{-y}) dy = \ln 2, \quad (9-12)$$

$$y = \ln [P_0 (P_0 - P_r)^{-1}] \quad (9-13)$$

Величина  $K_{\alpha e}$  (см. 9-II) стоит в формулах (6-43) и (6-44) и задается в таблице констант (гл. 12). (См. таблицу 4).

Другой способ введения  $K_{\alpha e}$  по величине отношения импульсов электрона в начале и конце траектории длины  $S$  подробно рассмотрен в работе [10], в которой приведена соответствующая таблица.

### § 3. Определение оптимальной оценки $tg\alpha$

Оценка  $tg\alpha$  и  $(\Delta tg\alpha)^2$  для электрона вычисляются так, как это показано в первой ветви в гл. 7. Следует только отметить, что при интегрировании уравнения (7-12) учитывается изменение  $P$  из-за ионизационных и средних радиационных потерь (см. 6-43 и 6-44).

### § 4. Определение оптимальных оценок $P^{-1}$ и $\beta$

Определение оптимальных оценок  $P^{-1}$ ,  $\beta$  и их ошибок производится так, как это показано в гл. 8, § I, "б" с двумя изменениями:

I. Производные  $\frac{dP}{dS}$  и  $\frac{d^2P}{dS^2}$ , необходимые для интегрирования (8-5), берутся в виде (6-43) и (6-44), учитывающем средние радиационные потери. Таким образом, измеренные точки

аппроксимируются траекторией электрона в реальном магнитном поле с учетом средних радиационных потерь.

2. Матрица  $C_{nm}$  (7-24), учитывающая многократное рассеяние, заменяется на матрицу  $C'_{nm}$ , которая учитывает кроме многократного рассеяния также и флуктуацию радиационных потерь, что позволяет сохранить при определении  $P^{-1}$  и  $\beta$  процедуру метода максимума правдоподобия.

§ 5. Матрица  $C'_{nm}$  многократного рассеяния и флуктуации радиационных потерь

Из (9-1С) следует, что изменение импульса с учетом только средних радиационных потерь запишется в виде

$$\frac{dP}{dS} = - \frac{P}{K \alpha \chi_0}$$

или

$$\frac{d}{dS'} K = \frac{K}{K \alpha \chi_0}, \quad (K = P^{-1}),$$

Откуда после интегрирования получим

$$K(S) = K(0) \exp \frac{S}{K \alpha \chi_0}.$$

Если принять во внимание  $\Delta K_j$  - флуктуацию величины  $K$  из-за флуктуации излучения на интервале  $(j; j+1)$ , то получим, относя флуктуацию к середине интервала,

$$K(S) = K(0) \exp \left[ \frac{S}{K \alpha \chi_0} \right] + \sum_{j=1}^L \Delta K_j \exp \left[ \frac{S - 0,5(S'_j + S'_j)}{K \alpha \chi_0} \right]$$

при  $S \geq 0,5(S'_j + S'_{j+1})$ .

Учитывая, что

$$\frac{d\beta}{dS} = 0,34 K(S),$$



$$Y = Y^* + \int_0^S \left[ \sin\left(\beta + \int_0^S \frac{d\beta}{dS} dS\right) \right] \cos \alpha dS$$

и, проведя рассуждения аналогично (8-50, 8-51, 8-54), мы можем записать измеренные точки, с учетом многократного рассеяния и радиационных потерь, в виде

$$Y_i = Y^* + \beta S_i \cos \alpha + \sum_{j=1}^{i-1} g_j \left[ S_i - 0.5(S_{j+1} + S_j) \right] + \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j + \quad (9-14)$$

$$+ 0.3 \cos \alpha \int_0^{S_i} \int_0^{S'} H K(i) \exp\left(\frac{S''}{K_0 X_0}\right) dS'' dS' + 0.3 \cos \alpha \sum_{j=1}^{i-1} H \Delta K_j \int_{\frac{S_{j+1} + S_j}{2}}^{S_i} \int_{\frac{S_{j+1} + S_j}{2}}^S \exp\left(\frac{S'' - 0.5(S_{j+1} + S_j)}{K_0 X_0}\right) dS'' dS'$$

здесь

$$K(S) = P^{-1}(S), \quad (9-15)$$

$\Delta K_i$  - разность между действительным изменением  $K = P^{-1}$  на интервале от  $i$ -ой до  $(i+1)$ -ой точки и средним изменением, которое учитывается в зависимости  $K(S)$  ( $\Delta K_i$  - приближенно относим к середине интервала),

$$H, H_i \quad \text{см. (6-34)}, \quad (9-16)$$

$S_i$  - расстояние от  $i$ -ой до  $(i+1)$ -ой точки (9-11).

При выводе (9-14) мы предполагали, что выполнены условия

$$P(0) - P(S) \ll P(0), \quad (9-17)$$

$$P'_i(s_i) \gg |\Delta K_i|, \quad (9-18)$$

$$|\beta| \ll 1, \quad \sin \beta \approx \beta, \quad \cos \beta \approx 1, \quad (9-19)$$

$$|0,3 H \cos \alpha S' K(S)| \ll 1. \quad (9-20)$$

В этих условиях можно приближенно положить

$$\Delta K_i \approx - \frac{\Delta P_i}{P_i^2}, \quad (9-21)$$

где

$\Delta P_i$  - разность между действительным изменением импульса при излучении на интервале  $(i, i+1)$  и средним изменением на длине:  $\Delta S_i = S_{i+1} - S_i$ .

С учетом указанного, элемент матрицы  $c'_{nm}$  равен

$$c'_{nm} = \overbrace{(y_n - y_m)}^{\substack{\Delta K \neq 0 \\ \beta = 0 \\ \eta = 0}} \overbrace{(y'_m - y'_n)}^{\substack{\Delta K \neq 0 \\ \beta = 0 \\ \eta = 0}} = (A_n + B_n)(A_m + B_m), \quad (9-22)$$

где

$$A_n = \sum_{j=1}^{n-1} \delta_j \left( S'_n - \frac{S'_{j+1} + S'_j}{2} \right) + \sum_{j=1}^{n-1} \eta_j,$$

$$B_n = 0,3 \cos \alpha \sum_{j=1}^{n-1} H \Delta K_j \int_{\frac{S'_j + S'_j}{2}}^{S'_n} \int_{\frac{S'_{j+1} + S'_j}{2}}^{S'_j} \exp \frac{S'_n - 0,5(S'_{j+1} + S'_j)}{K_{\alpha e} X_0} dS'_d dS'_j \approx$$

$$\approx -0,3 \cos \alpha \sum_{j=1}^{n-1} H_j \frac{\Delta P_j}{P_j^2} \tau_{nj},$$

$$\tau_{nj} = \frac{1}{2} [S'_n - 0,5(S'_{j+1} + S'_j)]^2 + \frac{1}{6 K_{\alpha e} X_0} [S'_n - 0,5(S'_{j+1} + S'_j)]^3.$$

$A_m$  и  $B_m$  получаются из  $A_n$  и  $B_n$  заменой индекса  $n$  на  $m$ .

Выполнив в (9-22) усреднение, получим

$$C'_{nm} = C_{nm} + 0,09 \cos^2 \alpha \sum_{j=1}^{\min[(n-1); (m-1)]} H_j^2 \frac{\Delta P_j^2}{P_j^4} \tilde{c}_{nj} \tilde{c}_{mj} \quad (9-23)$$

Перейдем теперь к определению величины  $\overline{\Delta P_j^2}$ .

Нормированное распределение электронов после прохождения слоя  $S_{j+1} - S_j$  дается формулой [14]

$$W(p) dp = \frac{[\ln(P_0 P^{-1})]^{t-1}}{P_0 \Gamma(t)}, \quad (9-24)$$

где

$$t = \frac{S_{j+1} - S_j}{X_0 \ln 2 P_0},$$

$$\Gamma(t) = \frac{1}{P_0} \int_0^{P_0} \left[ \ln \frac{P_0}{P} \right]^{t-1} dP, \quad (9-25)$$

$P_0$  - импульс электрона на входе в  $j$ -ый интервал,

$P$  - импульс электрона на выходе в точке  $j+1$ .

Для  $t \ll 1$ , вместо (9-24), запишем

$$W_i(p) dp = t P_0^{-1} (1 - P P_0^{-1})^{t-1} dp \quad (9-26)$$

(  $\Gamma(t) \approx t^{-1}$ , для  $t \ll 1$  ).

Распределение (9-26) нормировано

$$\int_0^{P_0} W_i(p) dp = 1 \quad (9-27)$$

Для учета отсечки  $\partial e$  (отбора при просмотре), построим распределение  $W^*(p)$  электронных треков, импульсы которых после прохождения малого слоя  $t$  лежат в интервале  $((1-\partial e)p_0, p_0)^*$

$$W^*(p) dp = \frac{t}{p_0 \partial e} \left(1 - \frac{p}{p_0}\right)^{t-1} dp \quad (9-28)$$

Это распределение также нормировано

$$\int_{(1-\partial e)p_0}^{p_0} W^*(p) dp = 1 \quad (9-29)$$

Учитывая, что

$$\overline{\Delta p^2} = \overline{p^2} - (\overline{p})^2 \quad (9-30)$$

имеем

$$\overline{p} = \int_{(1-\partial e)p_0}^{p_0} p W^*(p) dp = p_0 \left[ (1-\partial e) + \frac{\partial e}{1+t} \right] \quad (9-31)$$

$$\overline{p^2} = \int_{(1-\partial e)p_0}^{p_0} p^2 W^*(p) dp = p_0^2 \left[ (1-\partial e)^2 + \frac{2(1-\partial e)\partial e}{1+t} + \frac{\partial e^2}{(1+t)(1+0,5t)} \right] \quad (9-32)$$

(Интегралы легко берутся по частям).

Подставляя (9-31) и (9-32) в (9-30), будем иметь

$$\overline{\Delta p^2} = p_0^2 \frac{\partial e^2}{(1+t)^2 (1+0,5t)} \quad (9-33)$$

---

\* Пользуясь малостью  $t$ , мы пренебрегаем разницей в определении  $\partial e$ , данным в § 2 настоящей главы и здесь.

Из (9-33) для малых  $t$  окончательно получим

$$\frac{\Delta P_j^2}{P_j^4} = 0,72 P_j^{-2} \alpha^2 \frac{S_{j+1} - S_j}{X_0}. \quad (9-34)$$

Из проделанных выкладок ясно, что определение  $(\Delta K_j)^2 = \frac{\Delta P_j^2}{P_j^4}$  несколько грубо, но, так как эта величина используется только в матрице  $C'_{nm}$  (т.е. в весах измеренных точек), то сделанные упрощения не будут заметно сказываться на определяемых оценках  $P^{-1}$  и  $\beta$ . (Константа 0,72 в (9-34) должна быть уточнена при работе со специальным генератором электронных треков, либо при проведении тестовых измерений).

Таблица 4. Зависимость  $K_{\alpha}$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha^2$  от  $\frac{S_{\alpha}}{X_0}$ , рассчитанная по формулам (9-8), (9-II)

$\frac{S}{X_0}$	0	0,380	0,567	0,765	0,987	1,238	1,525	1,854	2,232
$\alpha$	0	0,095	0,181	0,259	0,330	0,393	0,451	0,503	0,551
$\alpha^2$	0	0,009	0,033	0,067	0,109	0,155	0,204	0,253	0,303
$K_{\alpha}$	$\infty$	7,461	4,011	2,866	2,300	1,965	1,745	1,592	1,478

$\frac{S}{X_0}$	2,664	3,159	3,726	4,375	5,119	5,964	14,18	31,71	$\infty$
$\alpha$	0,593	0,632	0,667	0,699	0,727	0,753	0,865	0,926	I
$\alpha^2$	0,352	0,400	0,445	0,488	0,529	0,568	0,748	0,857	I
$K_{\alpha}$	1,393	1,326	1,274	1,231	1,196	1,167	1,070	1,031	I

§ 6. Оптимальная длина для определения  $\rho$

Примененная в программе методика определения  $\rho^{-1}$  и  $\beta$  с использованием матрицы  $S'_{nm}$  (см. 9-23) позволяет утверждать, что параметры  $\rho^{-1}$  и  $\beta$  будут определяться тем точнее, чем на большей длине траектории проведены измерения.

Однако можно показать, что, начиная с некоторой длины трека  $S = S_{opt}$ , уменьшение ошибки определения  $\rho^{-1}$  при измерении дополнительных далее расположенных точек будет идти очень медленно, чего нельзя сказать об объеме вычислений на ЭВМ и времени измерений.

Рассмотрим появление такой длины на простом случае измерения импульса электрона по трем точкам (первая точка при  $S_1 = 0$ , вторая - при  $S_2 = 0.5S$ , третья при  $S_3 = S$ ). Так как нас интересует только оценка  $S'_{onm}$ , предположим, что

$$\begin{aligned} \beta &\ll 1, \\ \sin \beta &\approx \beta, \\ \cos \beta &\approx 1, \\ S &\ll \lambda. \end{aligned} \quad (9-35)$$

В этих условиях мы получим

$$y_1 = y^* + \varepsilon_1, \quad (9-36)$$

$$y_2 = y^* + \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \beta S' \cos \alpha + \frac{1}{4} S_0^2 + \eta_1 + \eta \left[ \frac{1}{8} S^2 - \frac{1}{32} \frac{\Delta R}{P} S^2 \right], \quad (9-37)$$

$$\begin{aligned} y_3 = y^* + \varepsilon_3 + \beta S' \cos \alpha + \frac{3}{4} S_0^2 + \frac{1}{4} S_0^2 + \eta_1 + \eta_2 + \\ + \eta \left[ \frac{1}{2} S^2 - \frac{9}{32} \frac{\Delta R}{P} S^2 - \frac{1}{32} \frac{\Delta R}{P} S^2 \right]. \end{aligned} \quad (9-38)$$

$\delta_i$  и  $\eta_i$  - угол многократного рассеяния и смещение на первом интервале ( $i = 1$ ,  $S$  от 0 до  $0,5S$ ) и на втором ( $i = 2$ ,  $S$  от  $0,5S$  до  $S$ ). См. также примечание к формуле 8-54.

$$q = \frac{0,3H \cos \alpha}{P}. \quad (9-39)$$

Определим  $y^*$  и  $\beta$  таким образом, чтобы было выполнено условие

$$y_1 = y_3 = x_1 = 0, \quad (9-40)$$

откуда

$$y^* = -\varepsilon_1, \quad (9-41)$$

$$\beta = -\frac{1}{S \cos \alpha} \left\{ \varepsilon_3 - \varepsilon_1 + \frac{3}{4} S \delta_1 + \frac{1}{4} S \delta_2 + \eta_1 + \eta_2 + \right. \\ \left. + q \left[ \frac{1}{2} S^2 - \frac{q}{32} \frac{\Delta P_1}{P} S^2 - \frac{1}{32} \frac{\Delta P_2}{P} S^2 \right] \right\}. \quad (9-42)$$

Подставляя эти значения в (9-37), получим для  $y_2$  следующее выражение

$$y_2 = -\frac{1}{2} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{1}{2} \varepsilon_3 + q \left[ -\frac{1}{8} + \frac{7}{64} \frac{\Delta P_1}{P} + \frac{1}{64} \frac{\Delta P_2}{P} \right] S^2 - \\ - \frac{1}{8} S \delta_1 - \frac{1}{8} S \delta_2 + \frac{1}{2} \eta_1 - \frac{1}{2} \eta_2. \quad (9-43)$$

Учитывая, что формула для  $q$  экспр. имеет вид

$$q_2 = -\frac{8y_2^*}{S^2}, \quad (9-44)$$

откуда

$$q_2 - q = 4 \cdot \frac{\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{S^2} + \left[ -\frac{7}{8} \frac{\Delta P_1}{P} - \frac{1}{8} \frac{\Delta P_2}{P} \right] q + \\ + \frac{\delta_1 + \delta_2}{S} + 4 \frac{-\eta_1 + \eta_2}{S^2}. \quad (9-45)$$

После возведения в квадрат (9-45) и усреднения, получим следующее выражение

$$\overline{\Delta q^2} = \overline{(q_2 - q_1)^2} = 96 \frac{\overline{\xi^2}}{S^4} + \frac{9}{32} \alpha^2 q^2 \frac{2S'}{\chi_0} + \frac{7}{12} \left( \frac{212}{P} \right) \frac{1}{S \chi_0} \quad (9-46)$$

Значения  $S'$ , обращающие (9-46) в минимум, являются искомыми  $S_{opt}$ . Этот минимум существует, так как первый и третий члены с ростом  $S'$  убывают, а второй - растет. Изменения следует вести на длине, большей  $S_{opt}$ , но меньшей, чем  $(1,5+2,0) S_{opt}$ , если только на этой длине не было излучено энергичного кванта (см. § 2, гл. 9).

Таблица 5.

Зависимость  $S_{opt}$  (см) от  $P, \alpha$  и  $\cos \alpha$ .

$\frac{P}{\text{мэВ}} / \frac{c}{\text{с}}$	100	400	800	1200	2000	3000	4000	10000
$\alpha=1$ $\cos \alpha=1$	7,8	11,3	14,3	16,6	20,1	23,4	26,2	37,5
$\alpha=1$ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$	10,3	13,6	16,9	19,4	23,4	27,2	30,3	43,3
$\alpha=0,5$ $\cos \alpha=1$	14,0	16,8	20,2	23,0	27,4	31,7	35,2	50,0



Выбор ветви схемы определения параметров  
трека

Любой из треков, за исключением трека электрона или особого трека, можно обрабатывать с помощью системы формул § I, гл. 8, учитывающих матрицу многократного рассеяния. Однако этот расчет требует значительного времени на ЭВМ, поэтому встает задача определения возможностей упрощенного, но достаточно точного вычисления параметров трека, используя расчеты с диагональной матрицей и результаты начального приближения.

Выбор ветви программы определяется по результатам сравнения величин  $\alpha_{\xi}$  и  $d_p$  с заданными константами  $C_{60}, C_{61}$ .

Величина  $\alpha_{\xi}$  характеризует отношение квадратов ошибок кривизны из-за многократного рассеяния и измерений для частицы с массой  $M_{\xi}$ , и вычисляется для значений параметров, определенных в начальном приближении.

$$\alpha_{\xi} = \frac{(\Delta K)_{\text{изм}}^2}{(\Delta K)_{\text{изм}}^2} \quad (10-1)$$

За оценку измерительной ошибки примем ошибку кривизны параболы (см., например, [10] )

$$(\Delta K)_{\text{изм}}^2 = \left[ 12\sqrt{5} \frac{\sqrt{2kx}}{S^2 \cos^2 \alpha \sqrt{N}} \right]^2 \frac{\cos^2 \alpha}{(0,3N)^2}, \quad (10-2)$$

$$(N \gg 1, |k \cdot 0,3N| \ll 1).$$

Оценку квадрата ошибки кривизны из-за многократного рассеяния дает формула (8-59)

$$(\Delta K)_{\text{крат.}}^2 = \frac{5}{29} \frac{4 \cdot (21,2)^2}{(43 \cdot H)^2 \chi_0} \cdot \frac{1}{P_{\xi}^2 \cdot V_{\xi}^2} \cdot \frac{1}{S \cdot \cos^2 \alpha} \quad (10-3)$$

Подставляя (10-2) и (10-3) в (10-1), получим

$$\mathcal{R}_{\xi} = 0,446 \cdot \frac{1}{\chi_0 \mathcal{D}_{\text{крат}}} \cdot \frac{S^3 \cdot \mathcal{N}}{P_{\xi}^2 \cdot V_{\xi}^2} \quad (10-4)$$

где

$\mathcal{D}_{\text{крат}}$  - см. (7-62),

$\mathcal{N}$  - число точек на треке,

$$V_{\xi} = P_{\xi} (M_{\xi}^2 + P_{\xi}^2)^{-1/2},$$

$M_{\xi}$  - масса частицы (Мэв/с<sup>2</sup>),

$S$  - пространственная длина трека,

$P_{\xi}$  - импульс (Мэв/с),

$\chi_0$  - радиационная длина (см).

Величина  $\delta\rho$  характеризует относительные потери импульса для протона с определенным начальным импульсом  $\rho_P$  на длине  $S$ .

$$\delta\rho = \left| \frac{\frac{d\rho}{dS} \Big|_{\rho_0} + \frac{1}{2} \frac{d^2\rho}{dS^2} \Big|_{\rho_0} \cdot S}{\rho_P} \right| \cdot S \quad (10-5)$$

$$\frac{d\rho}{dS} = - \frac{a_1}{V_P^3} \left( en \frac{V_P^2}{1-V_P^2} - V_P^2 + a_2 \right), \quad (10-6)$$

$$\frac{d^2\rho}{ds^2} = 20 \left[ \left. \frac{d\rho}{ds} \right|_{p_r + 0.05 \frac{d\rho}{ds}} - \left. \frac{d\rho}{ds} \right|_{p_r} \right], \quad (10-7)$$

$a_1$  и  $a_2$  - константы, характеризующие среду в камере.

Далее описание строится в соответствии со схемой программы, представленной на рис. 6. Еще раз отметим, что все излагаемое ниже не относится к обработке треков электронов и позитронов.

А. Режимы работы в случае

$$N_{из} = 00 \quad \text{или} \quad N_{из} = 77. \quad (10-8)$$

1. Выполняется проверка (грубая) измеримости следа по результатам начального приближения.

Проводится сравнение

$$\left| \frac{(\Delta\rho)_\kappa}{\rho_\kappa} \right| \quad \text{с величиной} \quad \kappa \quad (\kappa=1)$$

таблицы констант.

Здесь

$\Delta\rho_\kappa$  - по формуле (6-49).

Если

$$\left| \frac{\Delta\rho_\kappa}{\rho_\kappa} \right| > \kappa, \quad (10-9)$$

то ведем расчет только для гипотезы  $\pi$  - мезона по формулам § 1, главы 8 с учетом изменения  $\rho$  в матрице многократного рассеяния (условное обозначение:  $\boxtimes_\pi$ ).

Расчетов для других масс не производится, так как этот след фактически не измерим.

На выдачу формируется только одна перфокарта для гипотезы  $\mathcal{X}$  (и ее аналог на магнитной ленте) с

$$N_{\mathcal{Z}} = 0. \quad (10-10)$$

Встретив такую выдачу, программы идентификации припишут этому следу все возможные гипотезы, однако без изменения его параметров.

Если

$$а) \quad N_{\text{из}} = 0 \quad \text{или} \quad N_{\text{из}} = 77,$$

$$б) \quad \left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\mathcal{X}} \leq K, \quad (10-11)$$

в) о следе остается три гипотезы,

то производится выбор ветви, исходя из сравнения  $\mathcal{X}_{\xi}$  и  $\delta p$  с константами  $C_{60}$  и  $C_{61}$ .

Ветвь № I.

$$\begin{aligned} |\mathcal{X}_P| < C_{60} & \quad (\text{многократное рассеяние мало}) \\ |\delta p| < C_{61} & \quad (\text{ионизационные потери малы}). \end{aligned} \quad (10-12)$$

В этом случае расчет выполняется по формулам § 2, гл.7, для гипотезы "протон" с использованием диагональной матрицы. (Условно обозначение:  $\square_p$ ).

Параметры для гипотез  $\mathcal{X}, K$  определяются по следующим формулам:

$$P_{\xi} = P_P + (P_{\xi} - P_P)_{\text{нач. приближение}}. \quad (10-13)$$

$$\beta_{\xi} = \beta_P + \frac{1}{2} \frac{(\Delta P \Delta P)_{\text{рзм}}}{(\Delta P)_{\text{изм}}^2} (|P_{\xi}| - |P_P|), \quad (10-14)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\xi} = \operatorname{tg} \alpha_{\rho}, \quad (10-15)$$

$$R_{\xi} = R_{\rho} \cdot P_{\xi} \cdot P_{\rho}^{-1}, \quad (10-16)$$

$$\Delta P_{\xi} = P_{\xi} \cdot \sqrt{(\Delta K)_{\text{изм}}^2 \cdot P_{\xi}^2 + C_{\alpha}'(N) \cdot \frac{4 \cdot (2,2)^2}{(0,3H)^2 \cdot X_0} \cdot \frac{1}{V_{\xi}^2 \cdot S \cdot \cos^2 \alpha_{\xi}}} \quad (10-17)$$

эта формула получена из (8-42) и (8-65),

$$(\Delta P)_{\xi}^2 = (\Delta P)_{\text{изм}}^2 + C_{\rho}'(N) \cdot \frac{(2,2)^2}{P_{\xi}^2 \cdot V_{\xi}^2 \cdot \cos^2 \alpha_{\xi}} \cdot \frac{S}{X_0} \quad (10-18)$$

(см. формулы 8-66 и 8-48),

$$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\xi}^2 = \begin{cases} (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\text{изм}}^2 \\ (\Delta \operatorname{tg} \alpha)_{\rho \text{ норм}}^2 + C_{\alpha}'(N) \cdot \frac{(2,2)^2 \cdot S}{P_{\xi}^2 \cdot V_{\xi}^2 \cdot X_0 \cdot \cos^4 \alpha} \end{cases}, \quad (10-19)$$

нижняя формула,

если счет идет с использованием диагональной матрицы (см.

7-42).

$$(\overline{\Delta P \Delta \beta})_{\xi} = \left( (\overline{\Delta P \Delta \beta})_{\text{изм}} + \left| C_{\rho \beta}(N) \cdot \frac{2 \cdot (2,2)^2}{0,3 \cdot H \cdot V_{\xi}^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{X_0} \right| \right) \left( \operatorname{Sgn} (\Delta P \cdot \beta)_{\text{изм}} \right) \quad (10-20)$$

(см. 8-48 и 8-66),

$$W_{\xi}^2 = W_{\rho}^2 \quad (10-21)$$

(см. 7-33 и 7-37),

$$\chi_{\xi}^2 = \chi_{\rho}^2 \quad (10-22)$$

(см. 8-47),

$$\Delta R_{\xi} = R_{\xi} \left( \frac{\Delta P_{\rho}}{P_{\rho}} \right). \quad (10-23)$$

В формулах (10-13) - (10-23) индекс  $\xi = \pi, \kappa, \rho$ .

Ветвь № 2

$$\begin{aligned} |\alpha \rho| &< c_{60}, \\ |\beta \rho| &> c_{61}. \end{aligned} \quad (10-24)$$

В этом случае ведется счет для каждой гипотезы ( $\pi, \kappa, \rho$ ) с диагональной матрицей в плоскости ХУ по формулам § 2, гл. 8.

При вычислениях по этой ветви параметры ( $\rho^{-1}, \beta, \text{tg} \alpha$ ) для каждой гипотезы определяются отдельно из минимизации соответствующих функционалов (построенных для каждой гипотезы).

$$\left. \begin{aligned} P_{\xi} \\ \rho_{\xi} \\ (\Delta \rho)_{\xi} \\ \frac{(\Delta \rho \Delta \beta)_{\xi}}{(\Delta \beta)_{\xi}^2} \end{aligned} \right\} \text{ см. § 2, гл. 8}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg} \alpha \\ \Delta \text{tg} \alpha \\ W^2 \end{aligned} \right\} \text{ см. § 3, и § 4, гл. 7}$$

Ветвь № 3

$$|x_p| > C_{60},$$

$$|x_k| < C_{60},$$

$$|y_p| < C_{61}.$$

(10-25)

В этом случае вычисления ведутся только для гипотезы „р“ с использованием в плоскости ХУ полной матрицы без изменения импульса, как это описано в гл. 8 § I, случай а.

(Условное обозначение:  $\boxtimes_p$  ).

$$P_{\frac{1}{2}} \text{ см. (10-13),}$$

$$p_{\frac{1}{2}} \text{ см. (10-14),}$$

$$\text{tg} \alpha_{\frac{1}{2}} \text{ см. (10-15),}$$

$$R_{\frac{1}{2}} \text{ см. (10-16),}$$

$$x^2 = x_p^2, \quad w^2 = w_p^2.$$

Ошибки вычисляются по формулам:

$$\Delta P_{\frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}} \sqrt{(\Delta K)_{\text{пр.}}^2 \cdot P^2 + C_{\alpha}^2(N) \cdot \frac{4 \cdot (2,2)^2}{(0,3 \cdot N)^2 \cdot X_0 \cdot S \cdot \cos^2 \alpha} (V_{\frac{1}{2}}^{-2} - V_p^{-2})} \quad (10-26)$$

(См. формулы (8-40, 8-65) ),

$$(\Delta P)_{\frac{1}{2}}^2 = (\Delta P)_{\text{пр.}}^2 + C_{\rho}^2(N) \cdot \frac{(2,2)^2 \cdot S}{\cos^2 \alpha \cdot X_0} \left( \frac{1}{P_{\frac{1}{2}}^2 \cdot V_{\frac{1}{2}}^2} - \frac{1}{P_p^2 \cdot V_p^2} \right) \quad (10-27)$$

(См. формулы 8-66 и 8-40),

$$(\Delta \text{tg} \alpha)_{\frac{1}{2}}^2 = (\Delta \text{tg} \alpha)_{\text{пр.}}^2 + C_{\alpha}^2(N) \cdot \frac{(2,2)^2 \cdot S}{\cos^2 \alpha \cdot X_0} \left( \frac{1}{P_{\frac{1}{2}}^2 \cdot V_{\frac{1}{2}}^2} - \frac{1}{P_p^2 \cdot V_p^2} \right) \quad (10-28)$$

(См. 7-41 и 7-42).

В формулах (10-26) - (10-28) индекс  $\xi = \pi, K, \rho$ .

Ветвь № 4

$$\begin{aligned} |\alpha_{\rho}| &> c_{60}, \\ |\alpha_K| &< c_{60}, \\ |\beta_{\rho}| &> c_{61}. \end{aligned} \tag{10-29}$$

Гипотеза "протон" обрабатывается с учетом матрицы многократного рассеяния ( ,  $d'$ " § I, гл. 8). (Условное обозначение:  $\square_{\rho}$  ). Гипотезы "  $\pi$  - мезонов" и "  $K$  - мезонов" обрабатываются с использованием диагональной матрицы на плоскости  $X'$ , как это описано в § 2, гл. 8. (условное обозначение:  $\square_{\pi}$  ,  $\square_K$  ).

Ошибки  $\Delta \rho_{\xi}$  ,  $(\Delta \rho)_{\xi}^2$  ,  $\Delta \epsilon_{\xi}^2$  считаются по формулам § 2, гл. 8 и § 3 и § 4 гл. 7.

Индекс  $\xi = \pi, K$ .

Ветвь 5.

$$\begin{aligned} |\alpha_{\rho}| &> c_{60}, \\ |\alpha_K| &> c_{60}, \\ |\alpha_{\pi}| &< c_{60}, \\ |\beta_{\rho}| &< c_{61}. \end{aligned} \tag{10-30}$$

Для гипотез "Протон" и "  $K$  - мезон" вычисления ведутся с матрицей многократного рассеяния в плоскости  $X'$  отдельно



для каждой гипотезы (см. А, § I, гл. 8). (Обозначение:

$\boxtimes_p, \boxtimes_k$ ).

Гипотеза "  $\pi$  - мезон" обсчитывается с использованием диагональной матрицы в плоскости ХУ. (См. § 2, гл. 8, обозначение  $\boxtimes_\pi$  ).

Ветвь 6.

$$\begin{aligned} |\alpha_p| &> C_{60}, \\ |\alpha_k| &> C_{60}, \\ |\alpha_\pi| &< C_{60}, \\ |\delta_p| &\geq C_{61}. \end{aligned} \quad (10-31)$$

Для гипотез "Протон" и " К - мезон" вычисления ведутся с матрицей многократного рассеяния в плоскости ХУ, отдельно для каждой гипотезы (см. "  $\delta$  " § I, гл. 8, обозначение:

$\boxtimes_p ; \boxtimes_k$  ).

Гипотеза "  $\pi$  - мезон" обсчитывается с использованием диагональной матрицы в плоскости ХУ (см. § 2, гл. 8, обозначение:  $\boxtimes_\pi$  ).

Ветвь 7.

$$\begin{aligned} |\alpha_p| &> C_{60}, \\ |\alpha_k| &> C_{60}, \\ |\alpha_\pi| &> C_{60}, \\ |\delta_p| &< C_{61}. \end{aligned} \quad (10-32)$$

Все гипотезы по отдельности обрабатываются с матрицей многократного рассеяния в плоскости ХУ без изменения импульса в матрице (см. а, § I, гл. 8, обозначение  $\boxtimes_\pi, \boxtimes_k, \boxtimes_p$  ).

Ветвь 8.

$$\begin{aligned} |a_{ep}| &> c_{60}, \\ |a_{ek}| &> c_{60}, \\ |a_{ep}| &> c_{60}, \\ |a_{p}| &> c_{61}. \end{aligned}$$

(10-33)

Все гипотезы по отдельности обрабатываются с матрицей многократного рассеяния в плоскости  $XU$  с учетом изменения импульса в матрице (см.  $\delta$ , § I, гл. 8, обозначение:  $\square_{\pi}$ ,  $\square_k$ ,  $\square_p$ ).

Б.

Ветвь 9.

$$N_{uy} \neq 0.$$

(10-34)

Есть признак остановки, заданы гипотезы  $\}$ .

Все заданные гипотезы обрабатываются с матрицей многократного рассеяния (с учетом изменения импульса в матрице) так, как это описано в § I, гл. 8 (обозначение:  $\square$ ).

В.

Ветвь 10+13.

Группа случаев, имеющих признаки:

остановка не задана,

число допускаемых гипотез (без электрона или позитрона)  $\leq 2$ ,

} (10-35)

обрабатывается по ветвям, характеризуемым тем, что каждая из гипотез  $\}$  рассматривается отдельно.

Ветвь I0.

$$|\alpha_{\xi}| < c_{60},$$

$$|\delta_{\xi}| < c_{61}.$$

(I0-36)

Обработка ведется с использованием диагональной матрицы в плоскости XY (см. § 2, гл. 8, обозначение:  $\square_{\xi}$ ).

Ветвь II.

$$|\alpha_{\xi}| < c_{60},$$

$$|\delta_{\xi}| > c_{61}.$$

(I0-37)

Счет ведется по схеме



Ветвь I2.

$$|\alpha_{\xi}| > c_{60},$$

$$|\delta_{\xi}| < c_{61}.$$

(I0-38)

Счет ведется по схеме



Ветвь I3.

$$|\alpha_{\xi}| > c_{60},$$

$$|\delta_{\xi}| > c_{61}.$$

(I0-39)

Счет ведется по схеме



## ГЛАВА II.

### Выдача результатов программы

#### § I. Обязательная выдача

##### А. Обязательная выдача на печать.

1). Содержимое ДЗУ (4 десятичных числа). На пульте машины перед началом работы оператор набирает на ДЗУ режим работы программы и дату счета. Для контроля правильности заданного режима работы производится обязательная печать содержимого ДЗУ.

1 строка: разряды I, 41, 43, 44, 45 управляют дополнительной выдачей (см. § 2 этой главы),

в разрядах I3+24 указывается начальный номер зоны магнитной ленты с исходными данными.

2 строка: разряд 44 управляет дополнительной печатью (см. § 2 этой главы).

3 строка: в разрядах I+I2 указывается начальный номер зоны бумажной ленты с исходными данными.

4 строка: в разрядах I+32 указывается дата счета (2 цифры-число, две цифры-месяц, 4 цифры-год).

2). "Шапка события" и "признаки следов".

3). Номер трека с тестом печати.

4). Шкала блоков. (Печатается одно восьмеричное число).

Программы счета особых треков и начального приближения разбиты на блоки, каждому из которых отвечает один восьмеричный разряд в "шкале блоков", соответственно приведенной ниже таблице.

$A_1$	$A_2$	$A_3$	название блока
000	0000	0000	000I — блок исключения близких точек § 6 гл.4.
000	0000	0000	00IO — обработка особого трека (гл. 5).
000	0000	0100	— обработка длинных следов по кривизне (3гип.) $\delta x_1 < c_3$ , $\delta x_2 < c_1$ (§ 2 гл. 6).
000	0000	000I	0000 — обработка длинных следов по кривизне (3-4 гип.) $N \geq 7$ , $\delta x_1 < c_3$ , $\delta x_2 > c_3$ (§ 2 гл. 6).
000	0000	00IO	0000 — обработка длинных следов по кривизне $\delta x_1 < c_3$ (§2, гл. 6), $\delta x_2 < c_3$ , $N \geq 7$ .
000	0000	0100	0000 — обработка длинных следов по кривизне (§2, гл.6).
000	000I	0000	0000 — след обрабатывается по 4-м гипот. по кривизне.
000	00IO	0000	0000 — след обраб. по кривизне, I или 2 гипот.
000	0100	0000	0000 — обрабатываются длинные следы по пробегу (§3, гл.6).
00I	0000	0000	0000 — обрабатываются длинные следы по кривизне $\delta x_1 > c_3$ , $\delta x_2 < c_3$ , $N \geq 7$ (§ 2, гл.6).
I00	0000	0000	0000 — частица имеет отрицательный импульс по кривизне при заданных 3-х, 4-х гипот. (протон отбраковыв.).

5) Параметры частицы. Для каждого трека в зависимости от числа заданных гипотез ( $\nu = 1, 2, 3, 4$ ) печатается массив из 20 чисел, как это показано на рис. 13. Ниже приводится описание такого 20-строчного массива.

1-ая строка.  $N_{пл}$ ,  $N_{кадр}$  - номер пленки, номер кадра (см. содержимое 3-го кадра исходной информации, гл. 2. Номер опыта здесь не печатается).

$\#$  зоны - номер зоны перфоленты (см. содержимое 1-го кадра исходной информации, гл. 2).

2-ая строка.  $\#$  тр. - номер трека занимает разряды с 29 по 45. Печатается знак числа ( $+$ ), знак порядка ( $+$ ), порядок и 2 цифры мантиссы.

Ион., идент., ост. - признаки ионизации (25-28 разряды), идентификации (17-21 разряды), остановки (13-16 разряды). Описание признаков см. в гл. 2.

$\#$  прогр. - номер программы - трехзначное десятичное число в разрядах I+I2. Первые 2 цифры - основной номер (I6), третья цифра - число от 0 до 9 - номер варианта программы.

3-я строка.  $\rho$  - импульс частицы в первой точке (Мэв/с) занимает разряды 17+45.

45 разряд =  $\begin{cases} + \text{ импульс определен по кривизне,} \\ - \text{ импульс определен по пробегу.} \end{cases}$

44 разряд =  $\begin{cases} + \text{ заряд частицы положительный,} \\ - \text{ заряд частицы отрицательный.} \end{cases}$

$\Delta\rho$  - ошибка импульса (разряды I+I6) в Мэв/с:

порядок  $\Delta\rho$  - разряды I3+I6,

мантисса  $\Delta\rho$  - разряды I+I2,

знак порядка  $\Delta\rho$  в 4-ой строке.

	$X$	$X_{011}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	
			$\leftarrow N_{11} \rightarrow$	$\leftarrow N_{K2} \rightarrow$	$\leftarrow N_{3011} \rightarrow$	1
			$\leftarrow N_{11} \rightarrow$	$\leftarrow N_{K2} \rightarrow$	$\leftarrow N_{3011} \rightarrow$	2
			$\leftarrow P \rightarrow$	$\leftarrow P \rightarrow$	$\leftarrow P \rightarrow$	3
45p			$\leftarrow \beta \rightarrow$		$\leftarrow N_{K2} \rightarrow$	4
			$\leftarrow \beta \rightarrow$		$\leftarrow N_{K2} \rightarrow$	5
+ $\square_{11}$			$\leftarrow (\Delta t g d)^2 \rightarrow$		$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$	6
- $\square_{11}$			$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$		$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$	7
+ $\square_{11}$			$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$		$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$	8
- $\square_{11}$			$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$		$\leftarrow \Delta \theta \rightarrow$	9
			$\leftarrow X_1 \rightarrow$		$\leftarrow X_1 \rightarrow$	10
			$\leftarrow Y_1 \rightarrow$		$\leftarrow Y_1 \rightarrow$	11
			$\leftarrow Z_1 \rightarrow$		$\leftarrow Z_1 \rightarrow$	12
			$\leftarrow W^2 \rightarrow$		$\leftarrow X^2 \rightarrow$	13
					$K\Sigma$	14
			$R$			15
			$\Delta R$			16
			$e$			17
			$m$			18
			$n$			19
			$X_N$			20
			$Y_N$			21
			$Z_N$			22
						23
						24

Рис 13:

Выдача программы **ГБ** на печать и перфкартцию

4 строка. 45 разряд - знак порядка 4p.

$tg\alpha$  - тангенс угла между направлением трека в первой точке и плоскостью  $XOY$  в разрядах 9+44.

$N_2$  - двухзначный номер частицы (см. условные числа признаков идентификации, гл. 2).

5 строка.  $f$  - угол между касательной к проекции трека на плоскость  $XOY$  в первой точке и осью  $OX$ , в разрядах 5+45 (радианы).

$N_{7k}$  - количество выданных для трека перфокарт (1+4).

6 строка.  $(\Delta tg\alpha)^2$  - квадрат ошибки  $tg\alpha$  (разряды 21+45).

$(\Delta\beta)^2$  - квадрат ошибки угла  $\beta$  (в разряды 1+20).

Печатается 5 десятичных цифр:

1-ая цифра - знак порядка (4 - "-", 0 - "+"),

2-ая цифра - порядок,

3+5 цифр - мантисса.

7 строка.  $\delta_{\rho, \beta}$  - коэффициент корреляции параметров  $\rho$  и  $\beta$  (разряды 25+45),

$\varphi_0$  - угол поворота трека в радианах (разряды 1+24).

Печатается 6 десятичных цифр:

1 цифра - знак порядка (4 - "-", 0 - "+"),

2 цифра - порядок,

3-6 цифр - мантисса.

8 строка.  $X_1$  - координата 1-ой точки в см., занимает разряды 9+45,

45 разряд всегда "-".

$N_{7k}$  - число точек на следе, две десятичных цифры в разрядах 1-8.



9 и 10 строки.  $y, z$  - координаты I-ой точки в см., занимают разряды I3+45.  $x, y$  и  $z$ , определяются по первым измеренным точкам трека на проекциях. Эти точки считаются соответствующими (см. § 2, гл. 4 и приложение 3).

$S$  - длина дуги трека в см. (см. (8-II) ) занимает разряды I+I2 9-ой строки и I+I2 10-ой строки. Печатается 6 цифр в 2-х строках, I-ая цифра - порядок и знак порядка согласно таблице:

Число	Порядок (со знаком)
0	0
I	I
2	2
3	3
4	4
8	0
9	-I

2-6 цифры - мантисса  $S$ .

II строка.  $w^2$  и  $\chi^2$  - характеристики разброса точек около трека для вертикальной и горизонтальной плоскостей (см. 7-33, 8-4I).

$w^2$  в разрядах 2I+45,

$\chi^2$  в разрядах I+20. Печатается 5 десятичных цифр. I-ая цифра - знак порядка (4 - "-", 0 - "+"), 2 цифра - порядок, 3-5 цифры - мантисса.

I2 строка - пропуск.

13-20 строки:

$R$  - радиус кривизны в I точке проекции трека на плоскость  $XOY$  (в см).

$\Delta R$  - ошибка радиуса (в см).

$l, m, n$  - направляющие косинусы трека в I- точке.

$X_n, Y_n, Z_n$  - координаты конечной точки трека (в см).

6) Признак конца события

000 7777 7777 7777

000 7777 7777 7777

Б. Обязательная выдача на перфокарты.

1). Управляющая перфокарта.

На ней пробивается "шапка события" - 8 чисел и контрольная сумма.

2). Результаты расчетов гипотезы о треке занимают I перфокарту (II чисел + контрольная сумма) так, как это показано на рис. 13.

§ 2. Дополнительная печать.

Режим дополнительной выдачи определяется набором специальных признаков на ДЗУ (на пульте управления ЭВМ).

На печать выдается:

1. Содержимое перфоленты (исходные данные) в порядке их расположения на ленте в восьмеричном коде (см. гл. 2). На ДЗУ-I 45 разряд -  $\begin{cases} 1 - \text{есть печать,} \\ 0 - \text{нет печати.} \end{cases}$

2. Матрица измерений (§ 7 гл. 3) в восьмеричном коде. Для каждой проекции координаты реперных крестов в системе полуавто-

мата и коэффициенты усадки пленки в десятичном коде:

0, 0, 0;  $x'_1, \dots, x'_m; y'_1, \dots, y'_m$ ;  $0 \dots 0; \frac{\Phi_m}{2 \cdot 10^5}$ ,  
 $S_x, S_y, S'_x, S'_y, \varphi, \lambda_x, \lambda_y$  (см. 3-3, 3-4)

На ДЗУ-1 44 разряд —  $\begin{cases} 1 - \text{есть печать,} \\ 0 - \text{нет печати.} \end{cases}$

3. Результаты работы программы выброса плохих точек  
(для каждой проекции).

$x_1, \dots, x_N$ ;

$y_1, \dots, y_N$ ;

при каждом выбросе точки.

Координата  $x$  и  $\sigma_x$ ;

$\cos \varphi, \sin \varphi, a, b, c, d, e$  (см. 4-3 и Приложение 2).

На ДЗУ-1 I разряд —  $\begin{cases} 1 - \text{есть печать,} \\ 0 - \text{нет печати.} \end{cases}$

4. Координаты точек в системе координат камеры.

$N, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N$  для квазисоответствующих точек;

$x'_1, y'_1, z'_1, x'_2, y'_2, z'_2, \dots, x'_N, y'_N, z'_N$  — для  $N'$   
соответствующих точек. (см. [6])

На ДЗУ-2 44 разряд —  $\begin{cases} 1 - \text{есть печать,} \\ 0 - \text{нет печати.} \end{cases}$

5. Результаты работы блоков счета особых тренов и начального приближения.

A. Особый трек (см. гл. 5).

Для всех гипотез:  $\operatorname{tg} \alpha, S, 0, z_{\varphi} = \frac{1}{2}(z_1 + z_N), 0$ .

Для каждой гипотезы:  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2, \rho, \Delta \rho, \beta, (\Delta \rho)^2, M,$

$e, m, n, R, \Delta R, 0, 0$ .

Конец гыдачи: 2 специальных числа.

Б. Начальное приближение для всех гипотез:

$$z_0, L_{1N}, S, S_{пл}, \operatorname{tg} \alpha, (\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2, \beta;$$

Для каждой гипотезы:

$$\Delta p, M, P_{\mu}(R), P_{\mu}(S), (\text{специальное число}), \min W^2.$$

Здесь

$z_0$  - величина, определенная в (6-16),

$L_{1N}$  - см. (4-22),

$S_{пл} = 2R \alpha \sin \frac{\alpha N}{2R}$ , где  $L_{1N}$  см. (4-23),

$$P_{\mu}(k), P_{\mu}(S)$$

- импульс, определенный для частицы по кривизне и по пробегу, соответственно (см. § 4 и § 3 гл. 6).

На ДЗУ-1 41 разряд -  $\begin{cases} 1 - \text{есть печать,} \\ 0 - \text{нет печати.} \end{cases}$

6. Результаты блока определения оптимальных оценок параметров.

$$P, \Delta P, (\Delta P)^2, (\Delta \operatorname{tg} \beta)^2, \ell, m, n, \bar{H}, S, \Delta R, \\ \varphi_0, \delta \rho \rho, \chi^2, \rho, z_0, \operatorname{tg} \alpha, R,$$

$$\bar{H} = \frac{1}{3} [M(z_0) + M(\delta \rho \rho) + M(\chi^2)],$$

$M(z_i)$  см. (8-27).

Значение остальных величин см. § I и п.5 § 2 этой главы.

§ 3. Таблица отказов работы программы

№ пп	Причина отказа	Печать отказа	Результат отказа
1.	2	3	4
1.	Массив исходных данных занимает больше $2310_8$ чисел (§1 гл.3)	+++00 000 000 001 ---3	Событие не обрабатывается
2.	Номер объектива не лежит в интервале I+6 (§3 гл.3)	+++00 000 000 002 ---3	Событие не обрабатывается
3.	После ввода трех последовательных зон перфоленты нет признака конца события (§3 гл.3)	+++00 000 000 004 ---3	Событие не обрабатывается
4.	Номер трека не лежит в интервале I+I5 (§3 гл.3)	+++00 000 000 005 ---3	Событие не обрабатывается
5.	Число измеренных реперных крестов ( $N_y$ ) не совпадает с числом заданных на рассматриваемой проекции теоретических (§5 гл.3)	+++00 000 000 003 +++00 000 000 003	Событие не обрабатывается

I	2	3	4
6.	Ошибка в измерении реперных крестов $\frac{1}{2N_6-5} \Phi_m > \Delta$ (см. (3-6) § 5 гл. 3)	+++00 000 000 006 +++00 000 000 003	Проекция не обрабатывается
7.	Коэффициенты сдвига для преобразования в оптическую систему имеют разные значения (см. (3-7) § 5 гл. 3)	+++00 000 000 007 +++00 000 000 003	Проекция S не обрабатывается
8.	После работы программы выброса число оставшихся точек на треке $N \leq 5$ , а число измеренных точек было больше двух (§ I гл.4)	+++00 000 000 011 ---3	Проекция трека не обрабатывается.
9.	Выброшена первая точка трека (§ I гл. 4)	+++00 000 000 012 ---3	Проекция трека не обрабатывается, если $C = 00 0000 0000 0000$ в таблице констант
10.	Выброшена последняя точка трека (§ I гл.4)	+++00 000 000 013 ---3	Счет продолжается без отбраковки
11.	Осталось меньше двух проекций следа (§ 2 гл. 4)	+++00 000 000 014 ---3	Трек не обрабатывается
12.	$ y_n - y_n _{1, \text{трека}} > \varepsilon$ (§ 2 гл. 4)	+++00 000 000 016 ---3	Трек не обрабатывается
13.	Не восстановлена последняя точка трека (§ 2 гл. 4)	+++00 000 000 020 ---3	Счет продолжается без отбраковки
14.	Число восстановленных точек трека меньше двух (§ 2 гл. 4)	+++00 000 000 021	Трек не обрабатывается

1	2	3	4
15. Число восстановленных точек $N < 5$ для длинного трека (§ 2 гл. 4)	+++00 000 000 022 ---3		Трек не обрабатывается
16. В "сшитом" треке число точек больше 30 (§ 3 гл. 4)	+++00 000 000 015 ---3		Отбрасываются последние точки трека
17. Пробитый признак гипотезы идентификации не совпадает с табличным	+++00 000 000 023 ---3		Гипотеза не обрабатывается
18. Задан признак остановки без признака идентификации	+++00 000 000 024 ---3		Признак остановки аннулируется
19. Трек не удовлетворяет критериям "dx" или "g"	+++00 000 000 025 ---3		

Дополнительная печать:  
 " для критерия " dx " (§ 2 гл. 6)  
 1 строка  $\delta x_1, \delta x_2$  (или 0)  
 2 строка 0,  
 3 строка 0,  
 4 строка 0,  
 $\delta x_1$  в разрядах  
 25+45,  
 $\delta x_2$  в разрядах  
 1+24,  
 для критерия " g "  
 (§ 5 гл. 6)

Трек не обрабатывается

Гипотеза не обрабатывается.

1 строка  $P_x(S), P_x(R),$   
 2 строка  $P_x(S), P_x(R),$   
 3 строка  $P_p(S), P_p(R),$   
 4 строка  $P_e(S), P_e(R),$   
 $P(S)$  в разрядах  
 25+45,  
 $P(R)$  в разрядах  
 1+24.

Если гипотеза не была задана или не отбраковалась, то на соответствующем месте стоят нули.

I	2	3	4
---	---	---	---

Дополнительная выда-  
ча для обоих крите-  
риев

№, р, е, т, н,  
шкала блоков.

20. Число точек на треке  
после работы блока  
проверки трека по кри-  
терию "dx"  $N \leq 4$ .

+++00 000 000 026  
---3

Трек не обраба-  
тывается



ГЛАВА 12.

СВОДНАЯ ТАБЛИЦА КОНСТАНТ

I	Наименование константы	Где используется	Массив на МБМ-0	Место в массиве
1	2	3	4	5
1.	Координаты реперных крестов в системах ( $x_3, y_3$ ); для каждого объекта отдельный массив: номер объекта ( $j$ ) в разрядах 33+36, количество крестов $N_j$ в разрядах 25+30, $x_{1j}, \dots, x_{N_j}, y_{1j}, \dots, y_{N_j}$ , контрольная сумма.	§ 4 гл. 3	3466 3540 3541 3613 3614 3666 3667 3741 3742 4014 4015 4067	1-ый объект 2-ой 3-ий 4-ый 5-ый 6-ой все массивы полностью
2.	A	(3-6)	4070 5030	4305
3.	M - цена деления полуавтомата в см.	§ 6 гл. 3	4070 5030	4246
4.	$C = \begin{cases} 00000000 \\ 00000000 \end{cases}$	§ 1 гл. 4	5031 6725	5056
5.	Таблица величин магнитного поля (1).	§ 4 гл. 4	2323 3023	Весь массив

I	2	3	4	5
6.	Массив данных о таблице поля ( $\beta$ )	§ 4 гл. 4	503I 6725	5770 6004
7.	$\varepsilon$ - допустимый разброс точек на проекции,	§ I гл. 4	503I 6725	5060
8.	$\xi_0$ - неточность решения при поиске квазисоответствующих точек.	§ 2 гл. 4 и [6]	503I 6725	5034
9.	$g$ - константа, определяющая область допустимой экстраполяции при поиске квазисоответствующих точек.	§ 2 гл. 4 и [6]	503I 6725	5734
10.	$\varepsilon$ - допустимая величина <i>19л - 40/дточка</i>	§ 2 гл. 4	503I 6725	5734

II. Коэффициенты разложения в ряд функций

$$K_3 \psi_3 = K_3 (1 + \alpha_{1,3} z^2 + \alpha_{2,3} z^4),$$

$$K_{1,3} \psi_{1,3} = K_{1,3} (1 + \beta_{1,3} z^2 + \beta_{2,3} z^4 + \beta_{3,3} z^6),$$

в последовательности:

$$K_1, K_2, \dots, K_6,$$

$$\alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, \dots, \alpha_{1,6},$$

$$\alpha_{2,1}, \alpha_{2,2}, \dots, \alpha_{2,6},$$

$$K_{1,1}, K_{1,2}, \dots, K_{1,6},$$

$$\beta_{1,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{1,6},$$

$$\beta_{2,1}, \beta_{2,2}, \dots, \beta_{2,6},$$

$$\beta_{3,1}, \beta_{3,2}, \dots, \beta_{3,6}.$$

I	2	3	4	5
12.	Координаты точек пересечения системы параллельных между собой оптических осей с плоскостью $XOY - B_1, B_2, \dots, B_6, C_1, \dots, C_6$ .	§ 4 гл. 3, § 2 гл. 4	5031 6725	5740 5753
13.	$P_{пучка}$ - импульс первичного пучка (в $MЭВ/c$ ).	(6-46) § 4 гл. 6 § 4 гл. 8	5031 6725	6064
14.	$\overline{C^2}$ - квадрат измерительной ошибки на пленке (в $см^2$ ).	(7-57), (7-62), (7-69), (7-70)	5031 6725	6214
15.	$a_1, a_2, a_{1e}, a_{2e}$ - коэффициенты в формуле ионизационных потерь.	(6-41)+(6-44), (8-23)	5031 6725	6071, 6127 6072, 6130
16.	$C_1$	(4-22)	5031 6725	6076
17.	$C_2$	(4-25), (4-26)	5031 6725	6077
18.	Резерв.			
19.	$C_4$	гл. 5	5031 6725	6101
20.	$C_5$	(4-23)	5031 6725	6102

I	2	3	4	5
21.	$C_6$ - величина импульса особого трека (без остановки).	(5-19)	503I 6725	6I03
22.	$C_7$ - величина ошибки импульса особого трека (без остановки).	(5-20)	503I 6725	6I04
23.	$C_8$	(6-52)	503I 6723	6I05
24.	$C_9$	(6-20)	503I 6723	6I06
25.	$C_{10}$	(6-20)	503I 6723	6I07
26.	$C_{11}$	(6-20)	503I 6725	6I10
27.	$C_{12}$	(6-50), (6-51)	503I 6725	6I11
28.	$C_{13}$	(5-10)	503I 6725	6I12
29.	$\overline{\Delta X^2}$ } - квадраты средних измерительных ошибок в пространстве (в см <sup>2</sup> ), если не пользоваться формулами § 5 гл. 7.	(7-70)	503I 6725	6I13
30.		(7-70)	503I 6725	6I14
31.		(7-70)	503I 6725	6I15
32.	$C_{21}$	(6-47), (6-49)	503I 6725	6I16

I	2	3	4	5
33.	$C_{22}$	(5-3)	503I 6725	6I17
34.	$C_{23}$	(5-13)	503I 6725	6I20
35.	$d$ } -Набор констант в формуле вычисления импульса по дли- не пробега, если можно ограничиться одним набором. 36. $K_1$ 37. $K_2$ Для двух наборов см. кон- станты 47+52, 53+58. 38. $K_3$ 39. $K_4$ 40. $K_5$	(5-I2)	503I 6725	6I2I
		(5-I2)	503I 6725	6I22
		(5-I2)	503I 6725	6I23
		(5-I2)	503I 6725	6I24
		(5-I2)	503I 6725	6I25
		(5-I2)	503I 6725	6I26
4I.	$C_{40}$ { 0 - один набор констант (35+40), I - два набора констант (47+52, 53+58).		503I 6725	6I35
42.	$\mathcal{E}$ - относительная точность ите- рационного процесса при счете на- чального приближения.	§ 4 гл. 6	503I 6725	6I33
43.	$C_{42}$ - максимальное число итера- ций при счете начального прибли- жения.	§ 4 гл. 6	503I 6725	6I37

I	2	3	4	5
44.	$S_K$	-максимальные длины для использования набора (47+52),	гл.5 503I 6725	6I4I
45.	$S_P$			
46.	$S_{\pi}$			
47.	$d$	I-ый набор констант для вычисления импульса по длине пробега для $S < S_{\mu}$ ( $\mu = \pi, K, P$ ); используется при $C_{40} = 1$ .	503I 6725	6I43 6I50
48.	$K_1$			
49.	$K_2$			
50.	$K_3$			
51.	$K_4$			
52.	$K_5$			
53.	$d$	2-ой набор констант для вычисления импульса по длине пробега для $S \geq S_{\mu}$ ( $\mu = \pi, K, P$ ); используется при $C_{40} = 1$ .	503I 6725	6I5I 6I56
54.	$K_1$			
55.	$K_2$			
56.	$K_3$			
57.	$K_4$			
58.	$K_5$			
59.	$d$	- плотность ( $\text{г/см}^3$ ) (5-5), рабочего вещества камеры. (5-6)	503I 6725	6I57

1	2	3	4	5
60.	$\epsilon$ - константа в формуле радиационных потерь.	(6-43), (6-44)	503I 6725	6I64
61.	$K_{\Sigma}$ - коэффициент эффективного увеличения радиационной длины.	(6-43), (6-44), (9-II)	503I 6725	6I65
62.	$\lambda_0$ - радиационная длина среды (см).	(6-43), (6-44), (10-I7), в константе № 63	503I 6725	6I66
63.	$\frac{C_{64}}{4\lambda_0}$	(7-24)	503I 6725	6070
64.	$C_{64} = (2I,2)^2$	В константе № 63, (7-40), (7-4I), (8-56)	503I 6725	62I0
65.	$C_{60}$ - граничное отношение кулоновской ошибки к измерительной. гл. IO		503I 6725	62II
66.	$C_{61}$ - граничное значение относительных потерь импульса на длине $S$ .	гл. IO	503I 6725	62I2
67.	$K$ - граничное значение $\frac{\Delta p}{p}$ .	(IO-9)	503I 6725	62I3
68*)	$C_{63}$	(7-62)	72I6 7776	
69*)	$C_{69}$	(7-69)	72I6 7776	
70*)	$C_{65}, C_{66}, C_{67}, C_{68}$	(7-70)	72I6 7776	
71	$N'$ - граничное число точек для проведения нормализации ошибок.	гл. 7-8 (7-32), (8-40)		
72.				

\*) Поправки на неточность описания оптической системы камеры.

Проверка работы программы

Для проверки программы был создан специальный генератор фиктивных треков [18].

Исходными данными для него являются:

1. Вектор-импульс частицы в начальной точке.
2. Координаты начальной точки.
3. Магнитное поле в камере.
4. Тормозная способность среды.
5. Характеристика оптической системы.
6. Дисперсии измерительных ошибок и многократного рассеяния.
7. Начальное значение для генератора случайных чисел.

Таким образом, можно построить трек любой длины и любого направления без учета или с учетом измерительных ошибок и многократного рассеяния, вводимых методом Монте-Карло.

§ 1. Проверка начального приближения

В таблице I приведены результаты работы блока начального приближения (§ 1 и § 4 гл. 6). Обсчитывались треки, сгенерированные в реальном магнитном поле (см. рис. 14) 2-метровой пропановой камеры ОИЯИ [19], с учетом ионизационных потерь (измерительные ошибки и многократное рассеяние были исключены).

При проверке было обращено особое внимание на треки частиц малых импульсов при больших длинах. Это связано с тем, что при



выводе формулы (6-32) фактически проведено разложение по степеням малой величины  $(\frac{z}{R})$ , где  $z$  - длина проекции траектории на  $XOY$ ,  $R$  - средний радиус кривизны проекции. Из рис. 14 видно, что магнитное поле камеры [19] отличается значительной неоднородностью. Вторая производная его ( $H''$ ) особенно существенна в средней части камеры при  $y \approx 0$ . Поэтому в таблицу 6 включены две группы случаев; (1-12), для которых  $|H''z| \approx |H'|$  и (13-24), для которых  $|H''z| \ll |H'|$ . Из сопоставления случаев II и I2 с 23 и 24 видно, что  $H'$  учитывается в формуле (6-32) значительно полнее, чем  $H''$ , т.к. вторая производная ( $H''$ ) входит только в один член при  $z^2$  в исходной формуле (6-29), что связано с нашим ограничением членом с  $z^2$  при выводе (6-29).

В таблице 7 показано, как изменились бы импульсы при замене коэффициента  $1/7$  на  $1/6$  перед третьим членом в (6-29) или соответственно  $1$  на  $7/6$  перед  $H''$  в (6-32) (коэффициент  $1/6$  выбран на основании значения среднего поля

$$\bar{H} = H_0 + \frac{1}{2} H' z_k + \frac{1}{6} H'' z_k^2 \quad ).$$

Как видно из таблицы 7, такая замена компенсирует смещение в случаях (5 и 6) (аналоги случаев II и I2 табл. 6), но приводит к большему смещению в случае более линейного поля, см. 7 табл. 7 (аналог случая 24 табл. 6).

В этом нет ничего особенно удивительного, так как коэффициенты в (6-32) нужно было бы найти методом наименьших квадратов, а не брать из разложения в ряд (6-29), учитывая, что оно имеет ограниченную точность. (Разложение в ряд, вообще гово-

ря, не является наилучшим приближением функции по всему участку.

Проверка работы формулы (6-32) для I-метровой водородной камеры [20] показала, что во всех случаях отличие результатов начального приближения от истинных значений меньше, чем для аналогичных случаев в 2-метровой пропановой камере.

Это становится очевидным, если учесть, что магнитное поле в I-метровой камере значительно более однородно, а изменения его почти линейны, и ионизационные потери в водороде меньше, чем в пропане.

Из анализа таблицы 6 видно, что в наиболее трудном для программы случае 2-метровой пропановой камеры, смещение по импульсу не более 2,3%, смещение по  $\beta$  не более 0,05 радиана, смещение по  $\alpha$  не более 0,03 радиана.

## §2. Проверка работы блока определения оптимальных оценок параметров.

Выбранная в программе схема расчета предполагает обращение к блоку оптимального определения параметров и проведение с ним только одной итерации, поэтому мы должны убедиться, что

а) сделанные допущения при расчете (замена интегралов суммами, замена уравнения Лоренца близким к нему, ограничения в точности, возникающие при разложении в ряды и т.д.) приводят к смещениям в значениях параметров, пренебрежимо малым по сравнению с наименьшими возможными ошибками (то есть с ошибками в водородной камере);

б) точность начального приближения достаточна, чтобы ограничиться одной итерацией при определении оптимальной оценки параметров.

Критерием при этом выступает среднее смещение определенных параметров по отношению к допустимой ошибке.

Из таблицы 8 (случаи 1, 4, 7) видно, что ошибки при интегрировании (с начальными условиями  $\rho_{нач} = \rho_{генерат.}$ ,  $\beta_{нач} = \beta_{ген.}$ ,  $tg \alpha_{нач} = tg \alpha_{ген.}$ ) не превышают по величине

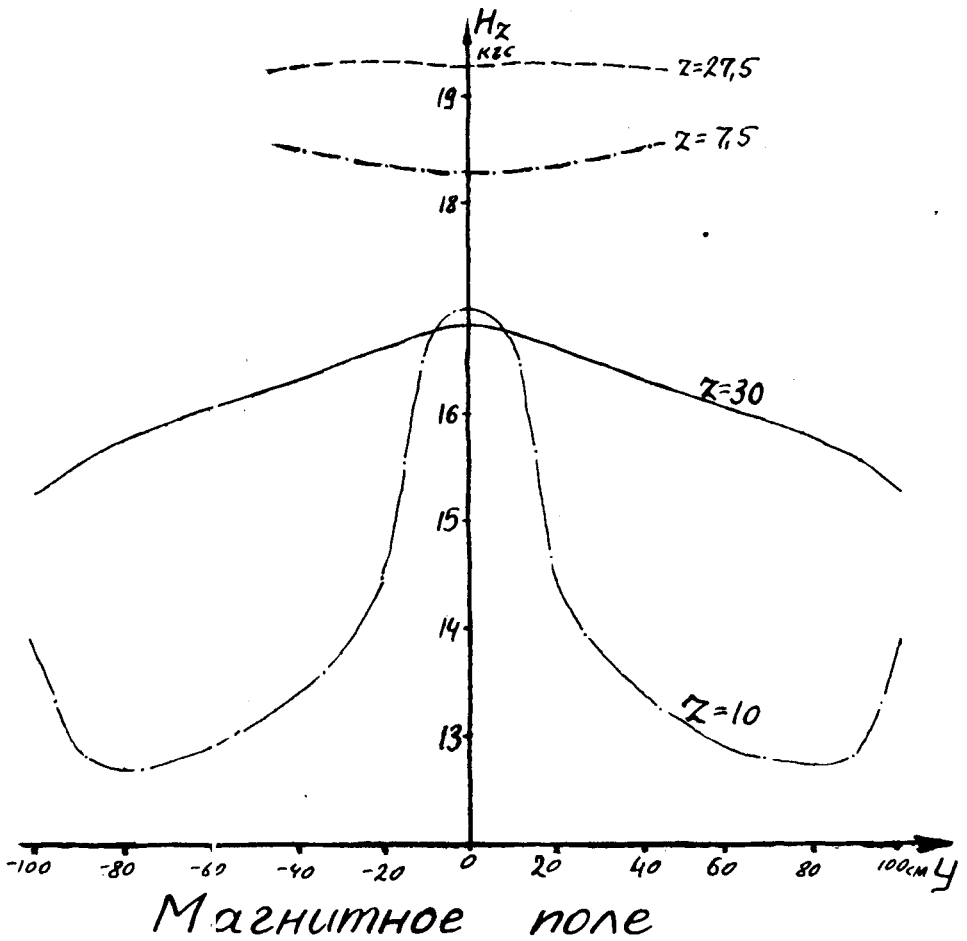
$$\begin{aligned} \rho & - 0,025\% , \\ \beta & - 1 \cdot 10^{-4} \text{ радиан} , \\ tg \alpha & - 1 \cdot 10^{-4} , \end{aligned}$$

что является вполне достаточным.

Из анализа случаев 2, 3, 5, 6, 8, 9 таблицы 8 следует, что погрешности после одной итерации не превышают следующих величин по параметрам:

$$\begin{aligned} \rho & \left\{ \begin{array}{l} - 0,3\% , \text{ при начальном отличии } 3,2\% \\ \quad ( \rho = 800 \text{ Мэв/с и } 1000 \text{ Мэв/с} ), \\ - 0,1\% , \text{ при начальном отличии } 1\% \\ \quad ( \rho = 10000 \text{ Мэв/с} ), \end{array} \right. \\ tg \alpha & - 4 \cdot 10^{-4} \text{ при начальном отличии } 0,05 \text{ радиана} \\ & \quad ( \alpha = \frac{\pi}{8} ), \\ \beta & - 3 \cdot 10^{-4} \text{ радиана, при начальном отличии } 0,05 \\ & \quad \text{радиана.} \end{aligned}$$

Таким образом, линейность использованного алгоритма оптимального определения параметров вполне достаточна, чтобы ограничиться одним приближением.



- — — — —  $H_z$ , при  $X=0$ ,  $Z=10$  см,
- — — — —  $H_z$ , при  $X=0$ ,  $Z=30$  см,
- - - - - вид Z-компоненты магнитного поля, использованного при проверке работы варианта программы для 2-метровой пропановой камеры сжижи
- - - - -  $H_z$ , при  $X=0$ ,  $Z=7,5$  см,
- - - - -  $H_z$  при  $X=0$ ,  $Z=2,7,5$  см -
- - - - - вид Z-компоненты магнитного поля, использованного при проверке варианта программы для 1-метровой водородной камеры сжижи.

Рис. 14.

Таблица 6

## РАБОТА БЛОКА НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

$\chi, \psi, \zeta$  - относятся к первой точке) и результат работы блока начального приближения (гл. 6)

Треки протонов генерировались в 2-метровой пропановой камере с учетом ионизационных потерь и неоднородного магнитного поля, но без учета измерительных ошибок и многократного рассеяния. 21 точка на треке располагались равномерно.

№ п.п.	ГЕНЕРАТОР							Начальное приближение		
	$\rho$ мкс	$\alpha$ рад.	$\beta$ рад.	$S$ см	$X$ см	$Y$ см	$Z$ см	$\rho$ мкс	$\text{tg } \alpha$	$\beta$ рад.
1	800	$-\frac{3}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-15	35	804.4	-2.4033	1.5692
2	800	0	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-15	20	802.4	.0017	1.5683
3	800	$\frac{3}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-15	5	802.5	2.4280	1.5598
4	800	$-\frac{2}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-20	40	800.2	-.9956	1.5661
5	800	0	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-20	20	801.0	.0026	1.5638
6	800	$\frac{2}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-20	0	808.1	1.0066	1.5510
7	800	$-\frac{1}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-40	35	791.0	-4.091	1.5518
8	800	0	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-40	20	802.1	.0048	1.5439
9	800	$\frac{1}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-40	5	806.5	.4208	1.5314
10	800	0	$\frac{\pi}{2}$	100	20	-50	20	792.7	.0293	1.5206
11	2000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-50	20	2044.7	.0023	1.5668
12	10000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-50	20	10223.9	.0005	1.5703
13	800	$-\frac{3}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-100	35	805.3	-2.4022	1.5731
14	800	0	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-100	20	799.6	.0020	1.5693
15	800	$\frac{3}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-100	5	803.3	2.4263	1.5615
16	800	$-\frac{2}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-100	40	804.5	-.9936	1.5751
17	800	0	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-100	20	798.4	.0034	1.5652
18	800	$\frac{2}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-100	0	796.2	1.0077	1.5531
19	800	$-\frac{1}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-100	35	785.5	-4.083	1.5640
20	800	0	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-100	20	791.9	.0053	1.5491
21	800	$\frac{1}{8}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-100	5	798.0	.4208	1.5342
22	800	0	$\frac{\pi}{2}$	100	20	-100	20	786.7	.0286	1.5250
23	2000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-100	20	1999.2	.0022	1.5677
24	10000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-100	20	10003.3	.0005	1.5704

Таблица 7

Изменение импульса в начальном приближении в зависимости от коэффициента при  $H''$ .

№	ГЕНЕРАТОР							Начальное приближение			Р <sub>нач.</sub> с заменой $\beta$ (6-32) I на $\frac{7}{6}$ перед $H''$	
	пл.	$\rho$	$\alpha$	$\beta$	S	X	Y	Z	$\text{tg} \alpha$	$\beta$		$\rho$ (6-32)
1		800	0	$\frac{\pi}{2}$	30	5	-15	20	0,00168	1,5701	802,71	797,62
2		800	0	$\frac{\pi}{2}$	50	5	-20	20	0,00254	1,5694	801,75	793,67
3		800	0	$\frac{\pi}{2}$	80	5	-40	20	0,00433	1,5631	811,04	798,69
4		800	0	$\frac{\pi}{2}$	100	20	-50	20	0,02713	1,5602	810,56	798,98
5		2000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-50	20	0,00225	1,5680	2044,76	2005,45
6		10000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-50	20	0,00054	1,5703	10229,3	10026,1
7		10000	0	$\frac{\pi}{2}$	100	5	-100	20	0,00053	1,5704	10003,3	10093,2

Генерировались треки в неоднородном магнитном поле (рис. I4) 2-метровой пропановой камеры, без учета ионизационных потерь, многократного рассеяния и измерительных ошибок.

Восстановление импульсов методикой, изложенной в гл. 6, проводилось дважды: первый раз - по формуле (6-32), второй раз - по этой же формуле, но с заменой коэффициента I на  $\frac{7}{6}$  перед  $H''$ .

$\rho$  в Мэв/с,  $\beta$  - радиан, S, X, Y, Z - см.

Таблица 8.

Точность работы блока определения оптимальных оценок параметров.

	Генератор				Начальные значения			Оптимальная оценка		
	$\rho$ мэв/с	$\alpha$ рад	$\beta$ рад	$S$ см	$\rho$ мэв/с	$\alpha$ рад	$\beta$ рад	$\operatorname{tg} \alpha$	$\rho$ мэв/с	$\beta$ рад
1	800	$\pi/8$	$\pi/2$	80	800	$\pi/8$	$\pi/2$	0,4141	800,1	1,5707
2	800	$\pi/8$	$\pi/2$	80	825	$\pi/8+0,05$	$\pi/2+0,05$	0,4144	799,3	1,5707
3	800	$\pi/8$	$\pi/2$	80	775	$\pi/8-0,05$	$\pi/2-0,05$	0,4139	798,6	1,5705
4	1000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	1000	$\pi/8$	$\pi/2$	0,4141	999,9	1,5707
5	1000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	1050	$\pi/8+0,05$	$\pi/2+0,05$	0,4145	999,0	1,5707
6	1000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	950	$\pi/8-0,05$	$\pi/2-0,05$	0,4138	998,2	1,5707
7	10000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	10000	$\pi/8$	$\pi/2$	0,4142	9997,5	1,5708
8	10000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	10500	$\pi/8+0,05$	$\pi/2+0,05$	0,4142	10008,1	1,5708
9	10000	$\pi/8$	$\pi/2$	100	9500	$\pi/8-0,05$	$\pi/2-0,05$	0,4142	10010,5	1,5708

Генерировались треки протонов с 2I равномерно расположенной точкой в неоднородном магнитном поле 2-метровой пропановой камеры без учета многократного рассеяния и измерительных ошибок.

Начальные значения параметров задавались соответствующими генератору и смещенными.

В блоке определения оптимальных оценок (гл. 7 и 8) счет велся с полными матрицами.

### § 3. Статистическая проверка программы.

Статистическая проверка программы должна убедить в том, что не смещены средние значения критериев  $\chi^2$ ,  $W^2$  и параметров  $P$ ,  $\beta$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  в условиях многократного рассеяния и измерительных ошибок, а так же в том, что дисперсии параметров определены правильно.

а). На 76 сгенерированных в 2-метровой пропановой камере треках метровой длины при  $P = 800$  Мэв/с было определено среднее значение восстановленного программой импульса, которое оказалось равным 799,9 Мэв/с при ожидаемом  $(800 \pm 1,6)$  Мэв/с.

б). Были сгенерированы треки протонов с импульсами 800, 500 и 3000 Мэв/с в 2-метровой пропановой камере, по 16 треков на каждый импульс (всего 48), которые обсчитывались по полной программе.

Во всех случаях разница между параметрами, определенными в нулевом приближении, и результатами точного алгоритма не выходила из области линейности точного алгоритма (гл. 7 и 8).

в). В результате обработки 125 протонных треков в 2-метровой пропановой камере, сгенерированных с учетом измерительных ошибок и многократного рассеяния при  $P = 1200$  Мэв/с,  $\beta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha = 0,1$ , получено:

$\overline{\chi^2}$	= 0,989	при ожидаемом	$1 \pm 0,028$
$\overline{W^2}$	= 1,03	"	$1 \pm 0,028$
$\overline{P}$	= 1201,4 Мэв/с	"	$(1200 \pm 4,1)$ Мэв/с
$\overline{\beta}$	= $(\frac{\pi}{2} - 0,00040)$	"	$(\frac{\pi}{2} \pm 0,00027)$
$\overline{\operatorname{tg} \alpha}$	= 0,1009	"	$(0,10033 \pm 0,00045)$



$$\frac{(P-1200)^2}{\Delta P^2} = 1,14 \quad \text{при ожидаемом} \quad I \pm 0,18$$

$$\frac{(\beta - \frac{\pi}{2})^2}{\Delta \beta^2} = 0,846 \quad \text{"} \quad I \pm 0,18$$

$$\frac{(\text{tg} \alpha - \text{tg} 0)^2}{(\Delta \text{tg} \alpha)^2} = 1,08 \quad \text{"} \quad I \pm 0,18$$

Расчет проводился с использованием матрицы многократного рассеяния (по схеме  $\boxtimes_p$  ).

г) В результате обсчета 107  $\pi$ -мезонных треков в 2-х метровой пропановой камере, сгенерированных с учетом измерительных ошибок и многократного рассеяния при  $P = 2750$  Мэв/с,

$\beta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha = 0$ , получено:

$$\bar{f}^2 = 1,003 \quad \text{при ожидаемом} \quad \pm \pm 0,035$$

$$\bar{W}^2 = 0,950 \quad \text{"} \quad \pm \pm 0,035$$

$$\bar{P} = 2770,7 \quad \text{"} \quad 2750 \pm 14,1$$

$$\bar{\beta} = \frac{\pi}{2} + 0,000015 \quad \text{"} \quad \frac{\pi}{2} \pm 0,000013$$

$$\bar{\text{tg}} \alpha = 0,000445 \quad \text{"} \quad 0 \pm 0,000209$$

$$\frac{(P - P_{\text{ном}})^2}{(\Delta P^k)^2} = 1,15 \quad \text{"} \quad \pm \pm 0,19$$

$$\frac{(\beta - \frac{\pi}{2})^2}{(\Delta \beta^k)^2} = 0,81 \quad \text{"} \quad \pm \pm 0,19$$

$$\frac{(\text{tg} \alpha - 0)^2}{(\Delta \text{tg} \alpha^k)^2} = 0,77 \quad \text{"} \quad \pm \pm 0,19$$

Расчет проводился с использованием матрицы многократного рассеяния по схеме  $\boxtimes_{\pi}$  .

Д). В результате обсчета тех же самых  $10^7$   $\pi$ -мезонных треков, которые обрабатывались ранее в п. г), получены следующие значения при обсчете по ветви I, гл. IO с использованием диагональной матрицы для протона:

$\bar{\chi}^2 = 1,239$	при ожидаемом	$\approx 1$
$\bar{W}^2 = 0,963$	"	$\approx 1$
$\bar{P} = 2774,7$ Мэв/с	"	$(2750 \pm 14,8)$ Мэв/с
$\bar{\beta} = \frac{\bar{P}}{2} + 0,00012$	"	$\frac{\bar{P}}{2} \pm 0,00017$
$\overline{\text{tg} \alpha} = 0,000344$	"	$0 \pm 0,000227$
$\overline{(P-P_{\text{ном}})(\Delta P)^{-1}} = 0,89$	"	$1 \pm 0,19$
$\overline{(\beta - \frac{P}{2})(\Delta \beta)^{-1}} = 1,13$	"	$1 \pm 0,19$
$\overline{(\text{tg} \alpha - 0)^2 (\Delta \text{tg} \alpha)^{-1}} = 0,77$	"	$1 \pm 0,19$

Проведенная в А-Д статистическая проверка показала, что в программе нет систематических ошибок при определении параметров и дисперсии параметров вычисляются верно.

Проверки в пунктах А-Д настоящего параграфа проводились при розыгрыше измерительных ошибок в пространстве камеры.

Е). Для проверки правильности работы блока вычисления  $D_{xy}$  и  $D_x$  (§ 5, гл. 7) были сгенерированы треки  $\pi$ -мезонов при  $P = 2000$  Мэв,  $\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  в однородном магнитном поле ( $H_x = H_y = 0$ ,  $H_z = 15$  кгс) без учета многократного рассеяния. Программой "I-6" треки восстанавливались, начиная с плоскости пленки, на которой были разыграны измерительные ошибки. Из таблицы 9 видно, что  $\chi^2$  и  $W^2$  мало отличаются от своих теоретических значений ( $1 \pm 0,06$ ). (Некоторые отличия возможны, так

как при вычислениях  $D_{xy}$  и  $D_z$  величины  $\psi$  и  $\psi_i$  были положены равными единице. В дальнейшем при определении дисперсий будет введен учет  $\psi$  и  $\psi_i$ ). Отсюда следует, что  $D_{xy}$  и  $D_z$  вычисляются верно.

Таблица 9. Проверка правильности вычисления  $D_{xy}$  и  $D_z$ .

№ пп	Число треков	Генератор			Программа "I-6"	
		$Z_0$	$\alpha$	объективы	$\bar{Y}^2$	$\bar{W}^2$
1	16	0	0	I - 2	1,026	0,984
2	16	0	$\frac{\pi}{6}$	I - 2	1,116	1,022
3	16	0	0	I - 3	1,055	0,992
4	15	0	$\frac{\pi}{6}$	I - 3	1,096	1,003
5	20	40	0	I - 2	1,078	0,974
6	17	40	0	I - 3	1,034	0,942

Генерировались треки в 2-метровой пропановской камере при  $X_0 = 0$ ,  $Y_0 = -100$  см,  $P = 2000$  Мэв/с без учета многократного рассеяния.

Измерительные ошибки разыгрывались в плоскости изображения (пленки).

Треки составляют со стереобазой I - 2 угол  $\approx 90^\circ$ , со стереобазой I - 3 угол  $\approx 50^\circ$ .

Из §5 гл.7 и гл.8 следует, что

$$Y^2 = \frac{\overline{\Delta_z^2} \text{ по треку}}{D_{xy}}, \quad W^2 = \frac{\overline{\Delta_z^2} \text{ по треку}}{D_z}$$

#### § 4. Проверка программы обработки электронных треков

Для указанной проверки в генератор [ I8 ] было внесено до-  
бавление, позволяющее учитывать средние радиационные потери.

Проверка показала, что выбранная схема начального прибли-  
жения (гл. 6) и точной аппроксимации (гл. 9) дают несмещенные  
значения параметров с достаточно высокой точностью, несмотря  
на неоднородность магнитного поля и большие потери на излучение  
в двухметровой пропановой камере ( $\frac{\delta p}{p} \leq 0,1$ ,  $\delta\beta \leq 3 \cdot 10^{-4}$  рад,  
 $\delta \operatorname{tg} \alpha \leq 4 \cdot 10^{-1}$ ). Статистическая проверка этой ветви не проводи-  
лась, так как имеющийся генератор [ I8 ] не позволяет учесть  
флуктуацию радиационных потерь.

#### § 5. Уменьшение ошибок параметров с увеличением информации о треке

При обчете точного трека ( $\pi$ -мезон,  $p = 2750$  Мэв/с,  
 $\alpha = 0$ ,  $\beta = \frac{\pi}{2}$ , 2-х метровая пропановая камера) с учетом  
матрицы кулоновского рассеяния при различных длинах  $S$  полу-  
чены следующие значения величин  $\Delta p$ ,  $(\Delta\beta)^2$ ,  $(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$ :

$S$	25 см (6 точек)	50 см (11 точек)	100 см (21 точка)	145 см (30 точек)
$\Delta p$	287,0	145,9	90,2	73,6
$(\Delta\beta)^2$	$0,349 \cdot 10^{-5}$	$0,222 \cdot 10^{-5}$	$0,203 \cdot 10^{-5}$	$0,201 \cdot 10^{-5}$
$(\Delta \operatorname{tg} \alpha)^2$	$0,955 \cdot 10^{-5}$	$0,550 \cdot 10^{-5}$	$0,545 \cdot 10^{-5}$	$0,545 \cdot 10^{-5}$

Из таблицы видно, что с увеличением длины трека  $S$  ошибки величин  $\rho, \beta, \operatorname{tg} \alpha$  уменьшаются. С увеличением  $S$  при  $\lambda$ , меньших  $\lambda_{\text{opt.}} = 51$  см, наблюдается заметное уменьшение ошибки  $\operatorname{tg} \alpha$ . При  $\lambda$ , больших  $\lambda_{\text{opt.}}$ , ошибки уменьшаются медленно. Аналогичная ситуация для  $\beta$ .

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Основной вариант настоящей программы (начальное приближение, интегрирование уравнения движения, учет матрицы многократного рассеяния) работает с июня 1967 г. и использовался для проверки подобранных констант и отладки методики I-метровой водородной камеры [20] и 2-метровой пропановой камеры [19].

В отличие от ранее созданных программ геометрической реконструкции *TVGP* [22], *THRESH* [21], *АСП* [23] и известного нам варианта *DRAT (CERN)*, в программе "I-6" производится полный учет заметно неоднородного магнитного поля, потеря на ионизацию и излучение.

Учет измерительных ошибок, многократного рассеяния и флуктуации излучения производится методом максимума правдоподобия.

В недавно изданном препринте [25] кратко сообщается, что в США создается программа геометрической реконструкции *SHAPE*, в которой должны быть учтены все перечисленные выше факторы, хотя там, по-видимому, не учитываются компоненты поля  $H_x$  и  $H_y$ .

Возможности дальнейшего усовершенствования программы

I. При изучении событий в пропановой камере заметная часть треков испытывает малое ядерное рассеяние, которое не учитывается в матрице многократного рассеяния. Поэтому такие треки имеют большой  $\chi^2$  ( $W^2$ ) для всех гипотез о частице.

Это может служить признаком излома следа, то есть того, что частица испытала акт ядерного рассеяния. Если повторить

расчет, отбросив часть трека, лежащую после акта рассеяния, то можно, в принципе, получить более точные значения параметров. При этом на отброшенной части трека можно также определить импульс.

Таким образом, мы приходим к следующей схеме "спасения измерений" таких треков.

Делим трек, например, на две части с длинами  $\frac{2}{3}S$  и  $\frac{1}{3}S$ . На каждой из частей определяем  $\chi^2$ ,  $W^2$  и параметры.

а) Если  $\chi^2$  и  $W^2$  для каждой части лежат в доверительных интервалах, то это означает, что точка излома близка к точке деления, и мы должны, приведя импульс второй части трека в первую точку, усреднить его с импульсом, определенным на первой части трека, с учетом весов.

б) Если  $\chi^2$  и  $W^2$  для первой части трека лежат в доверительном интервале, а для второй нет, то вторую часть трека можно просто отбросить.

в) Если  $\chi^2$  и  $W^2$  для второй части трека лежат в доверительном интервале, а для первой нет, то следует разделить трек в отношении  $\frac{1}{2}S : \frac{1}{2}S$  и снова начать эту обработку по частям.

г) Если  $\chi^2$  и  $W^2$  для обеих частей трека лежат вне доверительного интервала, то можно либо отбросить вторую часть трека и начать процедуру сначала, либо отбросить такой трек совсем.

2. Дисперсии точек, входящие в диагональные члены матрицы  $(G + DE)$ , (см. 7-22 и 8-13) правильной было бы брать не равными среднему значению (§ 5, гл. 7), а с учетом их зависимости от положения в камере, воспользовавшись для вычисления

дисперсии каждой точки формулами § 5 гл. 7.

3. Представляет интерес ввести в программу блок, позволяющий использовать для определения пространственных координат измерения сразу с трех проекций, хотя это и несколько затруднительно из-за малой памяти машины М-20.

4. Можно уменьшить ошибку в определении угла  $\beta$  при использовании диагональной матрицы, если, определив  $R$  по всей длине трека, вычислять  $\beta$  только на оптимальной длине.

Авторы выражают благодарность В.В.Глаголеву, Н.Н.Говоруну, В.Г.Гришину, Г.А.Емельяненко, Е.Н.Кладницкой, И.С.Саитову за интерес к работе и полезные обсуждения, Г.А.Аверьяновой, К.Н.Даниловой, В.М.Карнаухову, О.В.Мухитовой, Т.Г.Силкиной и К.И.Хоменко за помощь в работе.

Нам особенно приятно выразить нашу признательность Г.И.Макаренко, который прочитал некоторые главы рукописи работы и сделал целый ряд полезных замечаний.



## Л И Т Е Р А Т У Р А :

1. Н.Н.Говорун, Г.А.Емельяненко, М.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, И.С.Саитов, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова. Общее описание программы геометрической реконструкции для больших камер. (вариант I-6) Препринт ОИЯИ РII-3480, Дубна, 1967 г.
2. Ю.А.Каржавин и др.  
Прибор для автоматического измерения координат следов заряженных частиц на снимках с пузырьковых камер.  
ИТЭ, 1963 г. №5.  
В.А.Алмазов и др.  
Полуавтоматическая установка ПУ для автоматизации измерения камерных снимков.  
Препринт ОИЯИ, 1352, Дубна, 1964 г.
3. Н.А.Буздавина, Э.М.Иванченко, В.П.Иванов, И.Паточка, М.И.Попов.  
Геометрическая программа для метровой пропазовой пузырьковой камеры.  
Препринт ОИЯИ, 2095, Дубна, 1965 г.
4. В.А.Загинайко, В.Н.Шигаев.  
Нахождение параметров преобразований для перехода в систему координат фотоснимка и определение коэффициентов усадки пленки методом максимума правдоподобия.  
Препринт ОИЯИ 2527, Дубна, 1965 г.
5. Л.И.Лепилова, В.Фришева.  
Программа выброса точек по кривой 4 порядка.  
ОИЯИ, БI-10-3533, Дубна, 1967 г.
6. И.М.Иванченко, Н.А.Круткова, В.И.Мороз, Т.Г.Останевич, Г.Н.Тентюкова.  
Программа восстановления пространственных координат точек треков по двум стереопроекциям.



14. В.Гайтлер.  
Квантовая теория излучения. ИЛ, Москва, 1956 г.
15. L.Behr and P.Mittner.  
Nuclear Instruments and Methods, v.20, p.446, 1963.  
(Proceedings of the 1962 Conference of Instrumentation  
for High - Energy Physics).
16. Ю.А.Будагов, В.В.Виноградов, А.Г.Володько, Л.Н.Гер-  
дюков, В.П.Джелепов, С.В.Клименко, В.Г.Новиксв, И.Па-  
точка, В.Б.Флягин, П.В.Шляпников.  
Методы учета кулоновского рассеяния и тормозного из-  
лучения при обработке камерных треков. Препринт ОИЯИ,  
Р10-3021, Дубна, 1966 г.
17. Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Саитов, А.П.Стельмах.  
Применение метода максимума правдоподобия для определе-  
ния параметров заряженной частицы, движущейся в неод-  
нородном магнитном поле при наличии флуктуирующего  
тормозного излучения, многократного рассеяния и иони-  
зационных потерь. Препринт ОИЯИ, Р10-3737, Дубна,  
1968 г.
18. А.Д.Макаренкова, В.И.Мороз, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентю-  
кова.  
Генерация фиктивного трека. Препринт ОИЯИ, Р10-3526,  
Дубна, 1967 г.
19. M.P.Balandin et al.  
Two-metre propane bubble chamber, Nuclear Instruments  
and Methods, v.20, p.II0-II3, 1963.
20. A.V.Belonogonov et al.  
Nuclear Instruments and Methods.  
v.20, p.II4, 1963.  
В.В.Глаголев, Э.В.Козубский, Л.Коваржик и др.  
ПТЭ, № 5, стр. 170, 1967 г.

21. A.M.Chops.  
THRESH - Basic CERN geometry programme. CERN, 63-23, (1963).
22. F.T.Solnitz, A.D.Johnson, T.B.Day.  
Three View Geometry Program. P-II7, UCRL, Berkeley,  
California, 1966.
23. АСП - программа обработки наблюдений в водородной камере.  
Институт теоретической и экспериментальной физики ГК по  
атомной энергии СССР. № 428, 1966 г., Москва.
24. R.G.Glasser. Analysis of Errors in Bubble Chamber Track  
Measurements.  
NRL Report 6150, U.S. Naval Research Laboratory, Washington,  
D.C., August 7, 1964.
25. C.T.Murphy.  
SHAPE: An Introductory Description, University of Michigan  
Bubble Chamber Group. Research Note, N 65/67, May 1967.
26. Э.Г.Боор, Л.А.Санько, Ж.С.Такибаев, Т.Темиралиев, К.И.Хо-  
менко.  
Дельта-электроны в водородной пузырьковой камере. Труды  
Института ядерной физики АН Каз. ССР, 1967, том 7, 1968.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
Лаборатория вычислительной техники и автоматизации

Л.И.Лепилова, В.Фришева

ПРОГРАММА ВЫБРОСА ТОЧЕК ПО КРИВОЙ 4-го  
ПОРЯДКА

ОИЯИ, Б1-10-3533  
Дубна, 1967 г.

Программа "Выброс" предварительно выбрасывает "очень удаленные" точки.

Эта программа проводит кривую с определенным образом подобранными осями через проекцию заданного трека на плоскости снимков.

Если среднее квадратическое отклонение точек трека больше заданного, то произойдет выброс самой удаленной точки, которая считается плохой.

Обращение к программе

$x$		16;	$x + 1,$	7501,	7610
$x + 1$	$\Pi_1 \Pi_2 \cdot \Pi_3$	00;	$\langle n - 1 \rangle,$	$N_{сл},$	$\langle \epsilon \rangle$
$x + 2$	$\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3$	52;	$x_0,$	$z_0,$	$y_0$
$x + 3$	$\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3$	52;	раб. яч.,	рез.,	$\langle n - 1 \rangle$ рез.

I.  $(n-1)$  - ячейка, в которой находится команда 52;  
0000,  $n - 1$ , 0000, где  $n$  - число точек в треке.

2.  $\varepsilon$  - ячейка, в которой находится число, определяющее точность выброса.

3.  $x_0, y_0, z_0$  - адреса ячеек, с которых расположены соответствующие координаты трека. В случае, когда трек задан на плоскости, надо вместо  $z_0$  поставить нуль.

4.  $\langle n-1 \rangle$  рез. - ячейка, в которой выдается команда 52; 0000,  $n - I$ , 0000.

5. Рез. - ячейка, с которой расположены результаты в следующем порядке:

$$\cos \varphi, \sin \varphi, a, b, c, d, e.$$

6. Раб. яч. - ячейка, начиная с которой отводится  $57_8$  рабочих ячеек.

7. Выйдя из СП, надо  $\langle 000I \rangle$  ячейку сравнить с 0; если произойдет сравнение, то  $n \leq 5$  ( $n$  - количество оставшихся точек в треке).

8. При нажатии первого разряда ДЗУ I (ДЗУ включено) выдаются на Пч все исходные координаты  $x, y, z$ , а затем при каждом выбросе  $x$  - ая координата выбрасываемой точки, среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  оставшихся точек, а также

$$\cos \varphi, \sin \varphi, a, b, c, d, e.$$

Длина программы  $n - I$                       440 ячеек.

Рабочие ячейки: 000I  $\div$  00II и  $57_8$  с  $\langle$  раб. яч.  $\rangle$ .

Проложенная кривая имеет вид:

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

## Приложение

Вычисление коэффициентов кривой 4-го порядка осуществляется по методу наименьших квадратов с использованием СП, имеющихся в нашей библиотеке (СП-33 и СП-37).

Сначала определяется ось кривой. Это происходит при помощи преобразования координат по формулам

$$x'_i = (x_i - \bar{x}) \cos \varphi + (y_i - \bar{y}) \sin \varphi,$$

$$y'_i = -(x_i - \bar{x}) \sin \varphi + (y_i - \bar{y}) \cos \varphi, \quad \text{где}$$

$$\sin \varphi = \operatorname{Sgn} \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right) \sqrt{\frac{1}{2}(1-t)},$$

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{2}(1+t)},$$

$$t = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 4 \left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right)^2 + c}},$$

$$r = \sum_{i=1}^n \left( (x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 \right),$$

$c$  - маленькое число, чтобы избежать возможной неопределенности в случае  $r = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 0$ ,

$\varphi$  - угол между  $x$ -ми осями старой и новой систем координат;

$\bar{x}, \bar{y}$  - координаты центра тяжести:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

Это преобразование выбрано так, чтобы будущая ось кривой - прямая  $x = 0$  - была прямой направления наибольших ошибок.

В дальнейшем будем для удобства писать вместо  $x'_i, y'_i$  только  $x_i, y_i$ .

Потом находится индекс  $j$ , для которого

$$x_j^2 + y_j^2 = \max (x_i^2 + y_i^2).$$

Вычисляется предварительное

Приложение

$$\sigma = \frac{n(x_j^2 + y_j^2)}{10 \left[ \sum_7^7 (x_i^2 + y_i^2) - (x_j^2 + y_j^2) \right]}$$

и проверяется,

есть ли  $\sigma > 1$ .

При  $\sigma > 1$  произойдет выброс точки  $x_j, y_j, z_j$  таким образом, что точки с индексами  $1, 2, \dots, j-1$  не трогаются, а точки с индексами  $j+1, j+2, \dots, n$  сдвинутся на 1 (т.е. получается последовательность координат трека в виде  $x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_n$  и аналогично для  $y$ -ых и  $z$ -ых координат) и одновременно  $n$  уменьшается на 1.

Этот предварительный выброс включен для устранения "очень удаленных" точек.

При  $\sigma \leq 1$  вычисляется для каждой точки  $x_i$  значение кривой  $f(x_i) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , находится индекс  $j$ , для которого

$$\left| y_i - f(x_i) \right| = \min_j \left| y_i - f(x_i) \right| \quad \text{и вычисляется}$$

"настоящее"  $\sigma$  по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (y_i - f(x_i))^2}{n-5}}$$

Потом программа проверяет условие  $|\sigma| > |\varepsilon|$ .

Если оно удовлетворено, то произойдет описанный выше выброс точки  $x_j, y_j, z_j$  и программа начинает работать с самого начала.

При  $n \leq 5$  происходит выход из программы, независимо от величины  $\sigma$ .



## Приложение

Если  $|\delta| = |\varepsilon|$ , то зашлются результаты (состав, кн ф, а, в, с, д, е), и количество оставшихся точек в ячейки, заданные в обращении.

Программа опробована Л.И.Лепиловой.

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 марта 1968 года.