

3526

Экз. чит. зала

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P10 - 3526



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

А.Д. Макаренкова, В.И. Мороз, А.П. Стельмах,
Г.Н. Тентюкова

ГЕНЕРАЦИЯ ФИКТИВНОГО ТРЕКА

1967.

P10 - 3526

А.Д. Макаренкова, В.И. Мороз, А.П. Стельмах,

Г.Н. Тентюкова

ГЕНЕРАЦИЯ ФИКТИВНОГО ТРЕКА

Направлено для депонирования в ПТЭ

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

ОГЛАВЛЕНИЕ:

	Стр.
§ 1. Описание алгоритма	I
§ 2. Программа генерации фиктивного трека	8
§ 3. Проверка программы	14

§ I. Описание алгоритма

Введем следующие обозначения:

S_i - длина дуги пространственной траектории от начальной точки ($i=0$) до i -той ($i=0, \dots, N; S_0=S_0$),

$(X_i; Y_i; Z_i)$ - координаты точки в объеме камеры,

$P_0; P_i$ - импульс частицы в начальной и i -той точках,

$$\vec{H} = \vec{H}(x, y, z) = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k} - \text{магнитное поле,}$$

$\alpha_i; \beta_i$ - углы, связанные с направляющими косинусами (l_i, m_i, n_i) в i -той точке следующими соотношениями:

$$(l_i = \cos \alpha_i \cos \beta_i, m_i = \cos \alpha_i \sin \beta_i, n_i = \sin \alpha_i),$$

e - заряд частицы,

V - скорость частицы в единицах C ,

M - масса частицы,

(Остальные обозначения будут введены по ходу изложения).

Расчет точек фиктивного трека ведется следующим образом. На каждом участке траектории между S_i и S_{i+1} численно решается уравнение Лоренца в тормозящей среде. Полученное решение искажается случайными числами для учета многократного рассеяния и измерительных ошибок.

Рассмотрим подробно переход от i к $i+1$ точке.

Уравнение Лоренца в тормозящей среде записывается следующим образом:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{e}{c} [c\vec{V}, \vec{H}] + \frac{\vec{P}}{P} \frac{dP}{dt}, \quad (1)$$

переходя к дифференцированию по пространственной дуге S , получим

$$\frac{d^2\vec{R}}{dS^2} = \frac{e}{c} \frac{1}{P(R)} \left[\frac{d\vec{R}}{dS}, \vec{H} \right], \quad (2)$$

где $\vec{R} = X\vec{e}_x + Y\vec{e}_y + Z\vec{e}_z$.

Введем переменные

$$P = P(S)$$

$$d = d(S)$$

$$\beta = \beta(S),$$

тогда (2) запишется в виде [1]

$$\frac{dd}{dS} = \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{P} \cdot (H_y \cos \beta - H_x \sin \beta)$$

$$\frac{d\beta}{dS} = \frac{e}{c} \frac{1}{P} [-H_z + (H_x \cos \beta + H_y \sin \beta) \operatorname{tg} d] \quad (3)$$

$$\frac{dP}{dS} = -\frac{a_1}{V^3} \left(\ln \frac{V^2}{1-V^2} - V^2 + a_2 \right)$$

Пространственные координаты получаются при интегрировании уравнений

$$\frac{dX}{dS} = \cos d \cos \beta$$

$$\frac{dY}{dS} = \cos d \sin \beta \quad (4)$$

$$\frac{dZ}{dS} = \sin d$$

Система уравнений (3-4) интегрируется на интервале от S_i до S_{i+1} , за начальные значения при этом принимаются величины

$$P_i, d_{0,i}, \beta_{0,i}, X_{0,i}, Y_{0,i}, Z_{0,i} \quad (5)$$

(Заметим, что при $i=0$ будет $P_0 = P_0, d_{0,0} = d_0, \beta_{0,0} = \beta_0, X_{0,0} = X_0, Y_{0,0} = Y_0, Z_{0,0} = Z_0$).

В результате интегрирования получим

$$P_{i+1}, d_{1,i+1}, \beta_{1,i+1}, X_{1,i+1}, Y_{1,i+1}, Z_{1,i+1} \quad (6)$$

Учтем теперь многократное рассеяние, которое исказит результаты только что выполненного интегрирования.

Многократное рассеяние приведет к тому, что $(i+1)$ -ая точка трека переместится на случайную величину $(\vec{\Delta}_{1i} + \vec{\Delta}_{2i})$,

где

$$\vec{\Delta}_{1i} = [\gamma_{1i} + 0,5 \delta_{1i} (S_{i+1} - S_i)] \frac{\vec{e}_i \times \vec{K}}{|\vec{e}_i \times \vec{K}|} \quad (7)$$

$$\vec{\Delta}_{2i} = [\gamma_{2i} + 0,5 \delta_{2i} (S_{i+1} - S_i)] \frac{\vec{e}_i \times \vec{\Delta}_{1i}}{|\vec{e}_i \times \vec{\Delta}_{1i}|} \quad (8)$$

Очевидно, что $\vec{\Delta}_{1i}$ и $\vec{\Delta}_{2i}$ перпендикулярны друг другу и треку (\vec{v}_i)

$$\vec{v}_i = l_i \vec{i} + m_i \vec{j} + n_i \vec{k}.$$

Смещение ρ и угол рассеяния δ являются нормально распределенными статистически независимыми величинами, характеризующими многократное рассеяние ^{ж)}; такая запись многократного рассеяния справедлива постольку, поскольку выполнено [1]

$$\frac{1}{6} (S_{i+1} - S_i)^2 (1 - n_i^2) \left(\frac{d\beta}{dS} \right)_i^2 \ll 1 \quad (9)$$

=====

ж) Распределение Ферми [2] для частицы, прошедшей в рассеивающей среде расстояние x , имеет вид

$$W(y, \delta, x) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{Dx^2} \exp \left[-\frac{4}{D} \left(\frac{\delta^2}{x} - \frac{3y\delta}{x^2} + \frac{3y^2}{x^3} \right) \right],$$

где предполагается, что в начальной точке частица движется вдоль оси OX и смещение y перпендикулярно OX. Сделав замену

$y = \eta + \frac{1}{2} x \delta$ и $\delta = \delta$, получим для показателя экспоненты следующее выражение

$$-\frac{1}{2} \left[\frac{\delta^2}{\left(\frac{Dx}{2} \right)} + \frac{\eta^2}{24} \right],$$

из которого видно, что η и δ являются независимыми стохастическими переменными.

Дисперсии $D\eta_i$ и $D\delta_i$ величин η_i и δ_i запишутся как

$$\left. \begin{aligned} D\eta_i &= \frac{D}{24} (S_{i+1} - S_i)^3 \\ D\delta_i &= \frac{D}{2} (S_{i+1} - S_i) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$D = \left(\frac{K}{\rho v c} \right)^2 \frac{1}{T_0} \quad (11)$$

T_0 - радиационная длина (см.)

K - коэффициент многократного рассеяния ($K \approx 21,2$ Мэв)

Т.о., учет многократного рассеяния приводит к замене $\alpha_{1,i+1}$ на $\alpha_{0,i+1}$, $\beta_{1,i+1}$ на $\beta_{0,i+1}$, $X_{1,i+1}$ на $X_{0,i+1}$ и т.д.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{0,i+1} &= \alpha_{1,i+1} + \Delta \alpha_i \\ \beta_{0,i+1} &= \beta_{1,i+1} + \Delta \beta_i \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$X_{0,i+1} = X_{1,i+1} - \left[\eta_{1i} + \frac{1}{2} \delta_{1i} (S_{i+1} - S_i) \right] \frac{m_i}{\sqrt{1-n_i^2}} - \left[\eta_{2i} + \frac{1}{2} \delta_{2i} (S_{i+1} - S_i) \right] \frac{l_i n_i}{\sqrt{1-n_i^2}}$$

$$Y_{0,i+1} = Y_{1,i+1} + \left[\eta_{1i} + \frac{1}{2} \delta_{1i} (S_{i+1} - S_i) \right] \frac{l_i}{\sqrt{1-n_i^2}} - \left[\eta_{2i} + \frac{1}{2} \delta_{2i} (S_{i+1} - S_i) \right] \frac{m_i n_i}{\sqrt{1-n_i^2}}$$

$$Z_{0,i+1} = \left[\eta_{2i} + \frac{1}{2} \delta_{2i} (S_{i+1} - S_i) \right] \sqrt{1-n_i^2} + Z_{1,i+1}, \quad (13)$$

где (см. рис. I)

$$\Delta \beta_i = \frac{\delta_{1,i}}{\sqrt{1-n_i^2}} \quad (I4)$$

и

$$\Delta \alpha_i = \delta_{2,i} \quad (I5)$$

Полученные величины $P_{i+1}, \alpha_{0,i+1}$ и т.д. являются исходными для выполнения интегрирования на участке от $(i+1)$ до $(i+2)$ точки.

Если требуется провести исследование программ геометрической реконструкции, начиная с пространственных координат $(X'_i; Y'_i; Z'_i)$ точек трека, то к полученным величинам координат $(X_{0,i}; Y_{0,i}; Z_{0,i})$ нужно добавить измерительные ошибки $\epsilon_i, \xi_i, \psi_i$, которые являются случайными числами, распределенными по нормальному закону с дисперсиями D_x, D_y, D_z соответственно.
 $(D_x, D_y, D_z$ - дисперсии измерительных ошибок в координатах X, Y, Z)

$$\begin{aligned} X'_i &= X_{0,i} + \epsilon_i \\ Y'_i &= Y_{0,i} + \xi_i \\ Z'_i &= Z_{0,i} + \psi_i \end{aligned} \quad (I6)$$

При необходимости получить проекции фиктивного трека на плоскости левого и правого кадров, производится переход от пространственных координат $(X_{0i}; Y_{0i}; Z_{0i})$ к координатам $(x_{0,i}; y_{0,i})_l$ и $(x_{0,i}; y_{0,i})_p$ [3]. Здесь индексами "л" и "п" отмечена левая и правая проекции трека.

$$x_{0,i,l} = \frac{X_{0,i} - B_l}{Z_{0,i} K_{1,l} \Psi_{1,l}(z_l^2) + K_l \Psi_l(z_l^2)} \quad (I7)$$

$$y_{0,i,l} = \frac{Y_{0,i} - C_l}{Z_{0,i} K_{1,l} \Psi_{1,l}(z_l^2) + K_l \Psi_l(z_l^2)}$$

Формулы для $x_{0,i,p}$ и $y_{0,i,p}$ получаются из (I7) заменой "л" на "п".

Функции Ψ_1 и Ψ , описывающие оптическую систему фотоаппарат-камера, могут быть заданы как в виде разложения в ряд по z , так и в любом другом виде.

Для получения координат на плоскости кадра значения $(x_{0,i}; y_{0,i})$ должны быть искажены измерительными ошибками $(\epsilon'_i; \xi'_i)$ следующим образом:

$$\begin{cases} x_{li} = x_{0,i,l} + \epsilon'_{li} \\ y_{li} = y_{0,i,l} + \xi'_{li} \\ x_{pi} = x_{0,i,p} + \epsilon'_{pi} \\ y_{pi} = y_{0,i,p} + \xi'_{pi} \end{cases}$$

где ϵ' и ξ' - случайные числа, распределенные по нормальному закону с одной и той же дисперсией D' - дисперсией измерительной ошибки координат x и y в плоскости кадра, которую мы считаем постоянной для левого и правого кадров.

При желании исключить многократное рассеяние или измерительные ошибки при генерации фиктивного трека, достаточно положить соответствующую дисперсию равной 0. Если необходимо рассматривать трек в отсутствии ионизационных потерь, то следует положить в (3) $\alpha_i = 0$.

§ 2. Программа генерации фиктивного трека

Описанная процедура реализована в программе, написанной для машины М-20.

Программа имеет 3 варианта: I6-I0, I6-20 и I6-30, которые различаются видом формул преобразования координат из пространства камеры на плоскость кадра, (в I6-30 это преобразование вообще не делается).

Магнитное поле H_x, H_y, H_z вычисляется по стандартной программе [4], которая определяет функции H_x, H_y, H_z в любой точке по их табличным значениям с помощью линейной интерполяции.

Интегрирование уравнений движения частицы производится методом Рунге-Кутты по стандартной программе СП-45 [5] с автоматическим выбором шага.

Генератор случайных чисел описан в [6]. Как рекомендовано в этой работе, в качестве первого случайного числа взят $\ln 2$ с девятью знаками.

Функции $K\psi(z)$ и $K_i\psi_i(z)$, входящие в формулы преобразования координат на плоскость кадра, могут быть заданы в двух видах:

а) вариант I6-I0

$$\psi_{1A} = 1 + \alpha_{1A} z_{0A}^2 + \beta_{1A} z_{0A}^4$$

$$\psi_{1B} = 1 + \alpha_{1B} z_{0B}^2 + \beta_{1B} z_{0B}^4$$

$$\psi_A = 1 + \alpha_A z_{0A}^2 + \beta_A z_{0A}^4$$

$$\psi_B = 1 + \alpha_B z_{0B}^2 + \beta_B z_{0B}^4, \quad \text{где}$$

$$z_{0Ai}^2 = x_{0Ai}^2 + y_{0Ai}^2$$

$$z_{0Bi}^2 = x_{0Bi}^2 + y_{0Bi}^2$$

$$K_{1A}, K_A, K_{1B}, K_B -$$

константы

б) вариант I6-20

$$\psi = \frac{H}{H + d_1 n_1^{-1}} + \frac{h d_1}{H + d_1 n_1^{-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n_1^2 h^2 + z^2 (n_1^2 - 1)}}$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + z^2 (n_2^2 - 1) n_2^{-2} h^{-2}}}$$

$$K = \frac{H + d_1 n_1^{-1}}{h + d_3 n_3^{-1}}$$

$$K_1 = \frac{h_2^{-1}}{h + d_3 n_3^{-1}}$$

Для работы программы необходимо задать таблицу магнитного поля, таблицу констант и исходные данные.

Задание таблицы магнитного поля описано в [4].

Константы задаются в следующей последовательности:

КА 0047

1. T_0 - радиационная длина среды (см)

2. $\sqrt{D_x}$
3. $\sqrt{D_y}$
4. $\sqrt{D_z}$
5. $\sqrt{D'}$ } измерительные ошибки (см)

6. a_1 ($\frac{мэв}{с} \cdot см^{-1}$) ($a_1 \geq 0$) } константы в формулах
7. a_2 } ионизационных потерь

8. $K_I = \pm 0,3 K$, где знак + или - выбирается в зависимости от знака заряда частицы, а K - кратность заряда частицы в единицах заряда электрона.

9. B_L
10. C_L
11. B_n
12. C_n
13. K_L
14. K_{1L}
15. K_n
16. K_{1n}
17. d_{1L}
18. β_{1L}
19. d_L
20. β_n
21. d_{1n}
22. β_{1n}
23. d_n
24. β_n } для I6-I0

H
 h
 d_1
 d_3
 n_3
 n_2
 n_1
 0
 0
 0
 0
 0 } для I6-20

25. K (Мэв) - константа в формуле (II) $\approx 2I,2$

26. X_0

27. X_n

28. h_x

29. Y_0

30. Y_m

31. h_y

32. Z_0

33. Z_p

34. h_z

35. ΔH_x

36. ΔH_y

37. ΔH_z

38. 0 00 2000 0000 0000

Исходные данные

KA 0020

1. P_0 (Мэв/с)

2. α_0 (радиан) } значения параметров частицы

3. β_0 (радиан) } в начальной точке трека

4. X_0 (см)

5. Y_0 (см)

6. Z_0 (см)

7. M - масса частицы (Мэв/с²)

8. S_0 - начальное значение дуги (см)

константы для вычисления магнитного поля (см. [4])

координаты начальной точки трека

КА ОI22

- 9. 0
- 10. S_0
- 11. S_1
- ...
- S_n

КА ОI6I
 S_n

Значения дуг (см), для которых
вычисляются пространственные
координаты точек.
 $0 \leq n \leq 29$

Результаты счета выдаются на печать и перфокарты.

Порядок выдачи

На печать для I6-10 и I6-20.

1. Число интервалов (в 8 коде)
2. Исходные данные

- ρ_0
- α_0
- β_0
- X_0
- Y_0
- Z_0
- M
- S_0

3. X_i
4. Y_i
5. Z_i
6. x_{li}
7. y_{li}
8. x_{pi}
9. y_{pi}

На перфокарты для I6-10 и I6-20

- а) 1. Число интервалов
2. X_1
- Y_1
- Z_1
- ...
- X_n
- Y_n
- Z_n
- $K \Sigma$

или

- б) Число интервалов
- x_{li}
- y_{li}
- $K \Sigma$
- Число интервалов
- x_{pi}
- y_{pi}
- $K \Sigma$
- Число интервалов
- X_1
- Y_1
- Z_1
- ...
- X_n
- Y_n
- Z_n
- $K \Sigma$

Варианты а) и б) управляются с пульта.

На печать и перфокарты для I6-30.

1. 00 0000 0001 0000	
2. Число интервалов	
3. X_i	II. 0
4. Y_i	I2. 0
5. Z_i	I3. α_0
6. H_{X_i}	I4. 0
7. H_{Y_i}	I5. β_0
8. H_{Z_i}	I6. 0
9. 0	I7. M_0
10. 0	I8. P_0
	I9. P_0

§ 3. Проверка программы

Проверка генератора фиктивных треков осуществлялась с помощью блока точного определения параметров трека [7].

В этом блоке проводится интегрирование специальной методикой уравнений (3,4), при заданных начальных значениях \hat{P} , $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, \hat{X}_0 , \hat{Y}_0 , \hat{Z}_0 . Для определения наилучших оценок параметров трека P' , α' , β' , Y' , Z' , равных

$$P' = \hat{P} + \Delta P \quad ; \quad Y' = \hat{Y}_0 + \Delta Y \quad (18)$$

$$\alpha' = \hat{\alpha}_0 + \Delta \alpha \quad ; \quad Z' = \hat{Z}_0 + \Delta Z,$$

$$\beta' = \hat{\beta}_0 + \Delta \beta \quad ;$$

проводится линеаризация результатов интегрирования (3,4)

$$Y(s) = \hat{Y}_0 + \hat{Y}(s) + \frac{\partial \hat{Y}}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial \hat{Y}}{\partial \beta} \Delta \beta + \Delta Y \quad (19)$$

$$Z(s) = \hat{Z}_0 + \hat{Z}(s) + \frac{\partial \hat{Z}}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \Delta Z \quad (20)$$

Малые поправки ($\Delta \alpha$, ΔZ) определяются из условия минимума по ним функционала

$$\chi^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i,j} [\hat{Z}_i - Z(s_i)] g_{ij}^{-1} [\hat{Z}_j - Z(s_j)], \quad (21)$$

а поправки (ΔP , $\Delta \beta$, ΔY) - из условия минимума функционала

$$\chi_{x,y}^2 = \frac{1}{N-3} \sum_{i,j} [Y_i - Y(s_i)] g_{ij}^{-1} [Y_j - Y(s_j)],$$

где

g_{ij}^{-1} и g_{ij}^{-1} - элементы матриц g_i^{-1} и g^{-1} , соответственно,

$$g_i^{-1} = (G \cos^2 \hat{\alpha} + E D_x)^{-1}$$

$$g^{-1} = [G + E(D_y \cos^2 \hat{\beta} + D_x \sin^2 \hat{\beta})]^{-1}$$

G - матрица многократного рассеяния [8], построенная с учетом зависимости $P = P(s)$

E - единичная матрица.

Для проверки генератора фиктивных треков было проведено несколько экспериментов, которые показали, что:

I. Если генерировать треки, при выключенном многократном рассеянии и выключенных измерительных ошибках ($\kappa = \sqrt{D_x} = \sqrt{D_y} = \sqrt{D_z} = 0$) и принять $\hat{P} = P_0$, $\hat{\alpha} = \alpha_0$,

$$\hat{\beta} = \beta_0, \quad \hat{X} = X_0, \quad \hat{Y} = Y_0, \quad \hat{Z} = Z_0, \quad (22)$$

то для всех испытывавшихся треков

$$\chi_z^2 = 0, \quad \chi_{x,y}^2 = 0, \quad (23)$$

если в блоке точного определения параметров трека заданы номинальное многократное рассеяние и измерительные ошибки. Отклонения от 0 в (23) не превышают тех, которые объясняются вычислительными погрешностями. Отсюда следует, что интегрирование системы (3,4) в генераторе фиктивных треков осуществляется правильно.

2. Если генерировать треки при включенных многократном рассеянии и измерительных ошибках и принять (22), то для средних значений оценки импульса и величин χ^2 будем иметь

$$\begin{aligned} \overline{(P')} &\approx P_0 \\ \overline{(\chi_z^2)} &\approx 1 \\ \overline{(\chi_{x,y}^2)} &\approx 1 \end{aligned} \quad (24)$$

Полученные при проверке отклонения от равенств в (24) не превышали статистически допустимых. Отсюда можно сделать заключение, что алгоритм задания измерительных ошибок и многократного рассеяния составлен и реализован правильно.

В зарубежных лабораториях для проверки правильности работы программы геометрической реконструкции используются генераторы фиктивных треков *SIMULATE* [9] и *UZU* [10], с алгоритмами, близкими к изложенному.

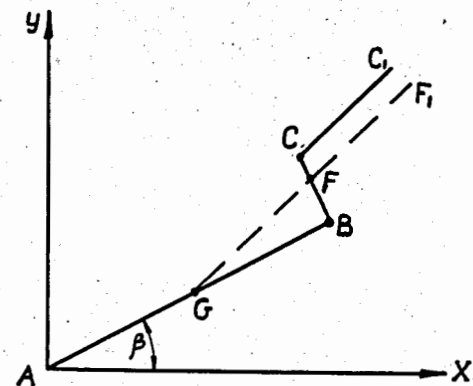


Рис.1

Проекция участка трека от i до $(i+1)$ точки на плоскость XOY.

$BC = \Delta_1$, т.к. Δ_1 параллелен плоскости XOY.

$$AB \approx AC = (S_{i+1} - S_i) \sqrt{1-n^2}$$

$$FB = \frac{1}{2} \delta_1 (S_{i+1} - S_i)$$

$$FC = \rho_1$$

$$AG = GB \approx \frac{1}{2} (S_{i+1} - S_i) \sqrt{1-n^2}$$

$$\angle FGB = \Delta\beta, \quad CC_1 \parallel FF_1$$

$$\Delta\beta = \frac{0,5 \delta_1 (S_{i+1} - S_i)}{0,5 (S_{i+1} - S_i) \sqrt{1-n^2}} = \frac{\delta_1}{\sqrt{1-n^2}}$$

Авторы выражают благодарность Г.А. Ососкову и Г.Л. Семашко за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА :

1. Г.А.Емельяненко и др. Препринт ОИЯИ, Р-2829, 1966, Дубна.
2. Б.Росси, К.Грейзен. Взаимодействие космических лучей с веществом. ИЛ, М, 1948.
3. И.М.Иванченко и др. Препринт ОИЯИ, Р-2889, 1966, Дубна.
4. В.И.Мороз и др. Препринт ОИЯИ, РИ-3512, 1967, Дубна.
5. Библиотека стандартных программ, ЦБТИ, М, 1961.
6. Л.А.Кулюкина и др. Препринт ОИЯИ, РИ-3274, Дубна, 1967.
7. Н.Н.Говорун и др. Препринт ОИЯИ, РИ-3480, 1967, Дубна.
8. И.М.Граменицкий и др. Препринт ОИЯИ, Р-2146, Дубна, 1965.
9. А.Н.Rosenfeld and W.E.Humphrey Ann. Rev. Nucl. Sci. 13, 103 (1963).
10. H.Yoshiki, CERN, 67-10, NPAD, Geneva, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 октября 1967 г.