ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р10 - 3023

Я. Беншова, И. Врана, И. Марек

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

К ВОПРОСУ О ВЫБРОСЕ ПЛОХО ИЗМЕРЕННЫХ ТОЧЕК НА ТРЕКАХ, ПОЛУЧАЕМЫХ В ПУЗЫРЬКОВОЙ ПРОПАНОВОЙ КАМЕРЕ

1966

P10 - 3023

Я. Беншова, И. Врана, И. Марек

К ВОПРОСУ О ВЫБРОСЕ ПЛОХО ИЗМЕРЕННЫХ ТОЧЕК НА ТРЕКАХ, ПОЛУЧАЕМЫХ В ПУЗЫРЬКОВОЙ ПРОПАНОВОЙ КАМЕРЕ

Описываемая программа выброса плохо измеренных точек является частью программы геометрической реконструкции треков в пузырьковой камере.

Ход трека частицы в камере можно аппроксимировать винтовой линией. Ортогональной параллельной проекцией винтовой линии на плоскость, перпендикулярную к ее оси, является окружность (ось винтовой линии параллельна направлению магнитного поля).

При фотографировании винтовая линия переносится путем центральной проекции на плоскость пленки (перпендикулярную к оси винтовой линии) как кривая высшего порядка. Предполагается, что проекцию трека на пленке можно аппроксимировать окружностью.

Измерение точек на отдельных треках производится на микроскопе. Измеренные координаты перфорируются на полуавтоматах. Нельзя гарантировать, что измерения не будут содержать ошибок. Плохо измеренные точки могут возникнуть или вследствие неисправности полуавтомата, или из-за неточности работы оператора, обслуживающего полуавтомат. Так как каждая плохо измеренная точка вносит ошибку в результаты всей геометрической реконструкции, то плохо измеренные точки надо выявить еще до реконструкции трека.

По величине ошибки плохо измеренные точки можно разделить на две группы:

1. Точки с координатами, соответствующими точкам вне пространства камеры, - точки случайно возникнувшие.

2. Точки находящиеся в камере, но ортогональные отклонения которых от кривой, проходящей через все хорошо измеренные точки, больше данной величины δ -точки плохо измеренные.

Математическое определение этих точек не является простым.

Ранее используемые методы. Сначала будут описаны методы, алгоритм которых был уже переведен в код машины Минск-2, но которые при счете контрольных случаев показались не совсем точными.

Первой попыткой было определение случайно возникших точек с помощью расстояния отдельных точек трека от центра тяжести всех точек. Для каждой точки рассчитаем расстояние D. Точка, для которой не выполняется неравенство $D<K\cdot\bar{D}$, считается случайно возникшей. В неравенстве $\bar{D}$ -среднее расстояние всех точек относительно центра тяжести и $K>1$ - константа, которую надо определить экспериментальным путем. Положение центра тяжести значительно смещается за счет случайно возникшей точки, и из-за возможных длин треков не удавалось определить удовлетворительно константу K.

Через остальные точки проводилась дуга окружности. В предположении, что первая измеренная точка на треке соответствует точке взаимодействия и измерена точно, методом наименьших квадратов через все точки проводится окружность с фиксированной первой точкой и рассчитываются ортогональные отклонения D_i всех точек относительно этой окружности. Точка, для которой $D=\max\{D_i\}>\delta$ (где δ - величина допускаемой ошибки, 20-50 мк, считается плохо измеренной и выбрасывается. Так как в этом методе не все точки имеют одинаковый вес, в некоторых случаях плохо измеренная точка влияет на дугу окружности таким образом, что происходит выброс хорошо измеренных точек.

Второй метод, использованный нами для нахождения плохо измеренных точек, основан на факте, что плохо измеренная точка находится на расстоянии от соседних - хорошо измеренных точек - большем, чем расстояние между соседними хорошо измеренными точками. Это, конечно, справедливо при предположении, что точки на треке распределены равномерно. Изолированную точку можно определить как точку, минимальное расстояние до которой от любой из остальных точек больше, чем K -кратное значение среднего расстояния между всеми точками ($K>1$ - постоянная, определенная опять экспериментально). В случае неравномерно распределенных точек этому определению удовлетворяют, однако, также хорошо измеренные точки. В этом случае программа изолировала от всех измеренных точек не только плохо измеренные. Окружность, проложенная (описанным выше способом) через оставшиеся точки, снова не соответствовала действительности.

Новый метод выброса точек. Программа, работающая по предлагаемой схеме, имеет две части:

1. Определение случайно появившихся точек.

Предполагаем, что первая точка на треке (точка взаимодействия) всегда измерена правильно. При этом предположении мы определяем разности измеренных координат отдельных точек трека по отношению к первой точке. Эти разности всегда должны быть меньше размера камеры в соответствующем направлении.

Если только первая точка измерена неправильно, то любая окружность, проходящая через эту первую фиксированную точку трека, не может проходить через все остальные измеренные точки трека, отклонения которых находятся в заданном интервале точности. Такой трек из дальнейших расчетов исключается.

2. Определение плохо измеренных точек.

Здесь также предполагаем, что первая точка измерена правильно. По методу наименьших квадратов через измеренные точки проводим окружность, которая проходит через первую, фиксированную точку.

Через x_i, y_i обозначим измеренные координаты i -ой точки трека, где $i = 1, 2, \ldots, n$ (n – число точек трека). Расчет проводится при предположении, что $n > 3$ (при $n = 3$ окружность полностью определена и ни одну точку нельзя исключить).

Из системы уравнений

$$(x_i - x_1)^2 + (y_i - y_1)^2 + \lambda_1 (x_i - x_1) + \lambda_2 (y_i - y_1) = 0 \qquad (1)$$

получим матричное уравнение

$$a = [F^T F]^{-1} F^T y,$$

где

$$a = \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix}, \quad y = - \begin{matrix} (x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2 \\ \\ (x_n - x_1)^2 + (y_n - y_1)^2 \end{matrix}, \quad F = \begin{matrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ \\ x_n - x_1 & y_n - y_1 \end{matrix}$$

По рассчитанным значениям λ_1, λ_2 определим параметры окружности

$$x_c = x_1 - \frac{\lambda_1}{2}, \quad y_c = y_1 - \frac{\lambda_2}{2}, \quad \rho = \frac{1}{2} \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}\,.$$

Для всех измеренных точек рассчитаем ортогональные отклонения от окружности

$$D_i = \left| \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2} - \rho \right| . \qquad (2)$$

Если выполняется

$$\max \{ D_i \} < \delta ,$$

то трек измерен правильно и его можно реконструировать.

Если только

$$\max \{ D_i \} \geq \delta ,$$

то среди измеренных точек трека имеются неправильно измеренные точки, которые необходимо определить.

Возьмем точку j, для которой выполняется $D_j = \max \{ D_i \}$, и (предполагая, что $n \geq 4$) проведем окружность по уравнениям (1), причем исключаем точку $i = j$. Затем по уравнениям (2) определим ортогональные отклонения $D_i \, (i \neq j)$. Если теперь выполняется условие $\max\limits_{i \neq j} \{ D_i \} < \delta$, то точку j отбрасываем и трек можно реконструировать.

Но если даже после исключения точки j условие $\max\limits_{i \neq j} \{ D_i \} < \delta$ не выполняется, то точку j снова принимаем в расчет и последовательно исключаем точки $k = 2, 3, \ldots , n$. Для всех точек вычисляем уравнения (1) и (2), исключая всегда точку k и для каждого значения k справляемся о выполнении условия $\max\limits_{i \neq k} \{ D_i \} < \delta$. Если для некоторого значения k это неравенство выполняется, то соответствующую точку исключаем и трек можно реконструировать.

Но если ни для какого k неравенство $\max\limits_{i \neq k} \{ D_i \} < \delta$ не выполняется, то из дальнейшего расчета исключаем точку k, для которой выполняется $\Sigma \, D_i = \min \{ D_i \}$.

Если выполняется $n \geq 4$, проводим снова окружность с помощью уравнений (1) и последовательно исключаем точки ℓ, $\ell = 2, 3, \ldots , n; \ell \neq k$. Если для некоторой точки ℓ выполняется условие $\max\limits_{i \neq k, \ell} \{ D_i \} < \delta$, то исключаем точки k и ℓ и трек можно реконструировать.

Если неравенство $\max\limits_{i \neq k, \ell} \{ D_i \} < \delta$ не выполняется ни для какой точки, то трек неправильно измерен и его нельзя реконструировать.

Настоящая программа выбрасывает только неправильно измеренные точки. В наименее благоприятном случае (когда необходимо выбросить 2 точки, вторая из которых n-ная) необходимо проводить окружность (1) $(2n-3)$ раза.

Измерение отдельных треков проводится на 2-х или больше снимках и программа отбрасывает постепенно все снимки. Чтобы трек можно было реконструировать, в программу геометрической реконструкции должны поступить правильные измерения по крайней мере на двух снимках.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 декабря 1966 г.