

С. 344.79
Б-903

29/ху-66

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P10 - 3021



Ю.А. Будагов, В.Б. Виноградов, А.Г. Володько,
Л.Н. Гердюков, В.П. Джелепов, С.В. Клименко,
В.Г. Новиков, И. Паточка, В.Б. Флягин,
П.В. Шляпников

МЕТОДЫ УЧЕТА КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ
И ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ
КАМЕРНЫХ ТРЕКОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1966

Будагов Ю.А., Виноградов В.Б., P10-3021
Володько А.Г., Гердюков Л.Н., Желепов В.П.,
Клименко С.В., Новиков В.Г., Паточка И., Флягин В.Б.,
Шляпников П.В.

**Методы учета кулоновского рассеяния и тормозного
излучения при обработке камерных треков**

Рассматриваются методы определения кинематических параметров треков в пузырьковых камерах, учитывающие искажения, вносимые кулоновским рассеянием и тормозным излучением. Анализируется работа программы для обчета треков на электронно-вычислительной машине, в которой кулоновское рассеяние учитывается введением матрицы кулоновского рассеяния в минимизируемый функционал, а тормозное излучение электронов и позитронов учитывается подгонкой треков под аппроксимирующую кривую с переменным радиусом кривизны. Правильность предложенных методов учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения проверяется при обработке снимков с метровой пропановой пузырьковой камеры ОИЯИ, облученной в пучке π^- -мезонов синхрофазотрона ОИЯИ с импульсом 5 Гэв/с.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований,
Дубна, 1966.**

Budagov Yu. A., Vinogradov V. B., P10-3021
Volod'ko A. G., Gerdyukov L. N.,
Dzheleпов V. P., Klimenko S. V.,
Novikov V. G., Patochka I., Flyagin V. B., Shlyapnikov P. V.

**Methods Taking Account of Coulomb Scattering and
Bremsstrahlung for Bubble Chamber Tracks Treatment**

Methods for determining the kinematic parameters for bubble chamber tracks are considered taking into account fluctuations due to Coulomb scattering and bremsstrahlung. A related computer-program is analysed in which, by a least squares method using both measurement and scattering matrices, curve with varying curvature is fitted. From this bremsstrahlung is deduced. The validity of the methods suggested is checked with pictures from the JINR 1m propane bubble chamber in a beam of 5 GeV/c negative pions of the JINR synchrofasotron.

**Preprint. Joint Institute for Nuclear Research,
Dubna, 1966.**

P10 - 3021

Ю.А. Будагов, В.Б. Виноградов, А.Г. Володько,
Л.Н. Гердюков, В.П. Желепов, С.В. Клименко,
В.Г. Новиков, И. Паточка, В.Б. Флягин,
П.В. Шляпников

МЕТОДЫ УЧЕТА КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ
И ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ
КАМЕРНЫХ ТРЕКОВ

4677/1 ср.



Рассматриваются методы определения кинематических параметров треков в пузырьковых камерах, учитывающие искажения, вносимые кулоновским рассеянием и тормозным излучением. Анализируется работа программы для обсчета треков на электронно-вычислительной машине, в которой кулоновское рассеяние учитывается введением матрицы кулоновского рассеяния в минимизируемый функционал, а тормозное излучение электронов и позитронов учитывается подгонкой треков под аппроксимирующую кривую с переменным радиусом кривизны. Правильность предложенных методов учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения проверяется при обработке снимков с метровой пропановой пузырьковой камеры ОИЯИ, облученной в пучке π^- -мезонов синхротрона ОИЯИ с импульсом 5 Гэв/с.

Большая эффективность регистрации γ -квантов в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями по сравнению с жидководородными пузырьковыми камерами позволяет успешно использовать такие камеры для исследования процессов, связанных с образованием γ -квантов, например, рождение π^0 -мезонов или радиационные распады резонансов. С другой стороны, при малых радиационных длинах такие процессы, как кулоновское рассеяние и тормозное излучение приводят к сильному искажению треков. В силу этого понятен интерес к проблемам корректного учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями.

В настоящей работе обобщается методика учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения, предложенная в работах ^{/1-5/}, и проводится сравнение результатов, полученных при разных подходах к этим проблемам.

§ 1. Кулоновское рассеяние

В большинстве случаев кинематические параметры треков^{х)} в геометрических программах определяются безотносительно к природе частиц. Лишь в последующих fit - программах кинематические параметры треков и их ошибки пересчитываются в соответствии с предполагаемой массой частиц. С одной стороны, это связано с тем, что вычисление кинематических параметров безотносительно к массе частицы позволяет унифицировать геометрическую программу, что сокращает время на обработку событий на вычислительной машине. С другой стороны, при больших энергиях однозначно идентифицировать трек в большинстве случаев не удается.

Однако такой подход к задаче определения кинематических параметров оправдан только в тех случаях, когда ошибки в пространственных координатах точек трека определяются главным образом ошибками измерений, под которыми мы понимаем ошибки в координатах из-за неточностей оптической системы камеры, ошибки при измерении координат на пленке, неточности метода восстановления пространственных координат и т.п. Между тем в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями главный вклад в отклонение точек трека от идеальной спирали в вакууме по мере увеличения длины трека начинает вносить кулоновское рассеяние. На рис. 1, 2 приведена зависимость среднеквадратичного отклонения $\sigma^{sc}(\ell) = E_n \ell^{3/2} / \beta c p \sqrt{X_0}$ из-за кулоновского рассеяния в пропане от длины трека для электронов, π -мезонов и протонов при некоторых значениях импульсов (здесь $E_n = 21$ Мэв, X_0 - радиационная длина, β и p - скорость и импульс частицы). Как видно из рисунков, при не слишком больших импульсах отклонение точек трека от идеальной окружности, начиная с некоторых длин, может заметно превышать обычные ошибки измерения (0,05-0,3 мм в плоскости XY).

Кинематические параметры трека определяются через параметры аппроксимирующей трех функции, найденные методом наименьших квадратов при проведении аппроксимирующей кривой через точки трека. Поэтому для учета кулоновского рассеяния необходимо в функционал, посредством минимизации которого находятся параметры аппроксимирующей кривой, включить ошибки в координатах из-за кулоновского рассеяния. Поскольку эти ошибки не являются независимыми, в работе^{/1/} введено понятие матрицы кулоновского рассеяния, которая имеет вид

$$F_{ik} = \frac{E_n^2 (m^2 + p^2)^{i-1}}{6X_0 p^4} \sum_{j=1}^{i-1} (\ell_{j,j+1}^3 (1 + \frac{3\ell_{j+1,i}}{2\ell_{j,j+1}}) (1 + \frac{3\ell_{j+1,k}}{2\ell_{j,j+1}}) + \frac{3}{4} \ell_{j,j+1} \ell_{j+1,i} \ell_{j+1,k}), \quad (1)$$

где ℓ_{ik} - рассеяние между i -ой и k -ой точками (при $i=k$ $F_{ii} = \sigma^{sc2}$). Суммарная матрица ошибок координат из-за ошибок измерений $\sigma(\text{mea})$ и кулоновского рассеяния равна:

х) Под кинематическими параметрами трека мы впредь будем понимать: кривизну $k=1/\rho \cos \alpha$, азимутальный угол β в плоскости XY, перпендикулярной магнитному полю, и тангенс угла наклона трека $\text{tg} \alpha$ к плоскости XY (p - импульс частицы).

$$S_{ik} = F_{ik} + \sigma^2 (\text{mes}) \delta_{ik}, \quad (2)$$

где δ_{ik} - символ Кронекера,

и минимизируемый функционал можно записать в виде:

$$\chi^2 = \sum_{i,k=1}^n \Delta y_i S_{ik}^{-1} \Delta y_k, \quad (3)$$

где Δy_i - отклонение экспериментальных точек от аппроксимирующей трек функции $y(x, \vec{a})$, через искомые параметры $\vec{a}(a_1, \dots, a_m)$ которой находятся кинематические параметры трека.

Введение такого функционала позволяет определить кинематические параметры трека и их ошибки непосредственно в вершине взаимодействия, что весьма существенно для последующего кинематического анализа всего события в целом.

Из (1) и (3) следует, что не только ошибки в кинематических параметрах, но и сами значения кинематических параметров зависят от предположения о массе частицы и тем сильнее, чем меньше импульс (сравни, например, $\sigma^{*c}(f)$ на рис. 2 для одинаковых значений импульсов π -мезона и протона). Следовательно, сильное влияние кулоновского рассеяния приводит к тому, что предположение о независимости кинематических параметров трека от массы частицы становится неверным.

В кинематическом анализе для идентификации всего события в целом проверяются различные гипотезы, в которых каждому треку, кинематические параметры которого определены в геометрической программе, приписывается та или другая масса. Так, например, при идентификации V^0 -частиц положительный трек вилки считается π^+ -мезоном в $K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$ гипотезе и протоном - в $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$ гипотезе. Теперь мы видим, что для частиц, масса которых неизвестна, необходимо уже в геометрической программе вычислять кинематические параметры трека для целого ряда гипотез о массе частиц. Тогда в кинематических программах при проверке какой-либо гипотезы события следует брать те значения кинематических параметров трека, которые соответствуют его предполагаемой массе. Так, в приведенном выше примере кинематические параметры положительного трека V^0 -частицы в геометрической программе должны быть вычислены для двух гипотез: π -мезонной и протонной. Разумеется, нет необходимости в вычислении кинематических параметров каждого трека в событии для всего спектра возможных масс. В большинстве случаев достаточно определить кинематические параметры только для трех гипотез: π -мезонной, K -мезонной, протонной или электронной (что касается электронных и позитронных треков, то в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями они легко идентифицируются по характерному скручиванию из-за радиационных потерь).

Преимущества рассмотренного метода учета кулоновского рассеяния тем больше, чем меньше ошибки измерений. Мы видели, что начиная с некоторых длин главный

вклад в ошибки координат вносит кулоновское рассеяние. Поэтому при уменьшении ошибок измерения суммарные ошибки в координатах последних точек трека практически не меняются. В то же время погрешности измерения почти целиком определяют ошибки в координатах первых точек трека там, где кулоновское рассеяние сказывается еще не сильно. Следовательно, при уменьшении ошибок измерения происходит перераспределение соотношений весов первых и последних точек трека в функционале (3): веса первых точек увеличиваются обратно пропорционально квадратам ошибок измерения, а веса последних точек трека практически не меняются. Поэтому чем меньше ошибки измерения, тем больший вклад в функционал дают первые точки трека, влияние кулоновского рассеяния на которые невелико.

§ 2. Тормозное излучение

Для электронных и позитронных треков в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями помимо кулоновского рассеяния важную роль играет тормозное излучение.

Известно^{/8/}, что если первоначальная энергия электрона есть E_0 , то вероятность излучения энергии $E_0(1 - \exp(-y))$ на длине l равна

$$W(y) dy = \frac{\exp(-y) y^{b\ell - 1}}{\Gamma(b\ell)} dy, \quad (4)$$

где $b = 1/(X_0 \ln 2)$, $\Gamma(b\ell)$ - гамма-функция.

Важным свойством этого распределения является большая вероятность излучения высокоэнергичных фотонов, что сказывается в сильных флуктуациях радиационных потерь относительно их среднего значения. Вследствие этого поправки на тормозное излучение, вычисленные из известной вероятности (4), имеют большие ошибки, что приводит к сильному размытию первоначального спектра электронов.

Естественным выходом из этого затруднения является сужение спектра радиационных потерь путем отбрасывания треков с заметными потерями энергии. Так, в методе, рассмотренном в работе^{/7/}, сужение спектра радиационных потерь достигается за счет отбрасывания треков (или части трека), в которых максимальная энергия $h\nu_{max}$, уносимая однократно излученным фотоном, больше допустимой:

$$h\nu_{max} / E_0 > 1 - \exp(-y_0), \quad (5)$$

где y_0 - задаваемое значение порога обрезания спектра радиационных потерь.

В работе^{/2/} предложен метод обрезания спектра радиационных потерь, основанный на отбрасывании при измерении той части трека, где суммарные потери энергии на тормозное излучение E_{rad} начинают превышать заданный порог обрезания:

$$E_{\text{нд}} / E_0 > 1 - \exp(-y_0). \quad (6)$$

Второй метод накладывает более жесткие ограничения на допустимую величину радиационных потерь, нежели первый, что позволяет при тех же значениях порога обрезания y_0 получить формулу для поправок с меньшей ошибкой, особенно при y_0 близких к единице. При $y_0 \ll 1$ оба метода приводят к одинаковым результатам. Обрезание спектра радиационных потерь, основанное на учете суммарных потерь энергии на тормозное излучение, использовано также в методе учета тормозного излучения, рассмотренном в работе ^{/8/}.

Все эти методы основаны на предварительном выделении той части трека, где потери энергии на тормозное излучение не превышают заданного предела. Отбор таких событий можно производить либо на стадии подготовки к измерениям, когда отбрасывается та часть трека, на которой изменение кривизны следа начинает превышать установленный предел, либо при обсчете треков путем сравнения импульсов, вычисленных в начале и конце следа, и нахождения точки трека, начиная с которой не выполняется условие (6).

Рассмотренные методы позволяют получить поправки на тормозное излучение с тем меньшей ошибкой, чем ниже значение порога обрезания y_0 спектра радиационных потерь. Однако уменьшение y_0 приводит к отбрасыванию все большего числа случаев и не всегда совместимо с требованиями возможно большей статистики ^{/2/}.

При практически используемых значениях y_0 , близких к единице, ошибки в импульсах из-за радиационных потерь после введения соответствующих поправок достаточно велики ^{/3/}. К недостаткам обсуждаемых методов относится также не совсем четкое выделение при подготовке к измерениям той части трека, на которой выполняются условия (5) или (6). Упомянутое выделение граничной точки следа путем сравнения импульсов в начале и конце трека справедливо только для второго метода, при котором учитываются суммарные потери энергии на излучение, и требует большого числа точек на треке.

Рассмотренные выше методы учета тормозного излучения являются по существу статистическими; на основе известной функции распределения вычисляется средне-статистическое значение импульса электрона на данной длине и соответствующая ошибка. В то же время тормозное излучение как статистический процесс обладает рядом особенностей, которые позволяют иначе подойти к проблеме учета радиационных потерь. Так, тормозное излучение приводит только к уменьшению энергии частицы и сильно направлено вперед. Поэтому, если пренебречь ошибками измерений и кулоновским рассеянием, то траектория электрона в магнитном поле достаточно точно представляет собой совокупность сопряженных дуг окружностей, т.е. гладкую кривую. Это означает, что можно подобрать такую аналитическую функцию, которая будет достаточно хорошо описывать все семейство таких гладких кривых, а значение кривизны этой

функции в первой точке трека будет представлять собой искомое начальное значение кривизны электрона.

Реальные треки искажены ошибками измерений и кулоновским рассеянием. Поэтому для проведения через точки трека аппроксимирующей функции с переменным радиусом кривизны необходимо (как и для "неизлучающих" частиц) приписать каждой точке трека ошибки из-за погрешностей измерения и кулоновского рассеяния и воспользоваться методом наименьших квадратов. Мы видели раньше, что суммарные ошибки в координатах точек трека образуют матрицу ошибок координат (2), недиагональные члены которой отличны от нуля, поскольку отклонения в точках трека из-за кулоновского рассеяния не являются независимыми. Поэтому параметры аппроксимирующей трек функции должны находиться путем минимизации функционала (3).

Выбор аппроксимирующей функции обусловлен следующими очевидными соображениями. Во-первых, эта функция должна достаточно точно восстанавливать кинематические параметры всего семейства электронных траекторий в первых точках треков. Во-вторых, ее аналитическое выражение должно быть по возможности простым и содержать небольшое число параметров, подлежащих определению, с тем, чтобы минимизируемый функционал не был слишком сложным, а число измеренных точек на следе не было слишком большим.

Такая функция была найдена нами экспериментально путем подгонки различных функций под тестовые треки. В качестве тестовых треков были взяты следующие траектории на плоскости XU , перпендикулярной магнитному полю:

а) траектории электронов, импульс которых в каждой точке меняется по среднестатистическому закону $1/2$:

$$\bar{p}(\ell) = \frac{\int_0^{\ell} p(\ell, y) W(y) dy}{\int_0^{\ell} W(y) dy} = p_0 2^{-b\ell} \gamma(b\ell, 2y_0) / \gamma(b\ell, y_0)$$

в предположении, что суммарные потери энергии на излучение не превышают заданного значения порога обрезания $y_0 = 1$;

б) траектории электронов с однократным излучением, представляющие две сопряженные дуги окружностей с радиусами R_0 и $R_0/2$ и равными длинами $\ell(R_0) = \ell(R_0/2) = \pi R_0/12$.

Оказалось, что из ряда опробованных нами простых функций наиболее хорошо восстанавливает кинематические параметры в первых точках тестовых треков следующая функция:

$$y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 y^2, \quad (7)$$

которая при $a_3 = a_4$ представляет собой окружность и используется нами для аппроксимации треков неизлучающих частиц.

В таблицах I и II приведены некоторые данные, полученные при обсчете тестовых треков с равномерным распределением точек по следу. В первой строке таблиц приведено истинное значение импульса частиц в первой точке трека, во второй строке — импульс, найденный при аппроксимации трека окружностью, в третьей — импульс при аппроксимации трека кривой (7); в четвертой строке таблицы I приведены значения длин треков, на которых производились вычисления (в скобках указаны значения соответствующих радиусов кривизны).

Т а б л и ц а I
Среднестатистические треки

p_0 (Мэв)	125	250	500	1000
$p_{\text{окр}}$ (Мэв)	118	218	416	828
$p_{\text{кривая (7)}}$ (Мэв)	123	242	473	947
L(R)	15(25)	30(50)	55(100)	55(200)

Т а б л и ц а II
Треки с однократным излучением

p_0 (Мэв)	125	250	500	1000
$p_{\text{окр}}$ (Мэв)	83	167	332	712
$p_{\text{кривая (7)}}$ (Мэв)	119	235	472	988

Как видно из таблиц, аппроксимация тестовых треков кривой (7) восстанавливает первоначальный импульс с гораздо большей точностью, чем окружность. Отклонения от истинных значений импульсов не больше 8% на таких длинах тестовых треков, которые превышают обычно используемые длины при измерении реальных треков.

Более надежно точность восстановления импульса в первой точке трека может быть проверена, например, путем сравнения экспериментального значения массы π^0 -мезона в спектре эффективных масс 2γ -квантов с известным значением этой массы. Если систематическое смещение экспериментального значения массы π^0 -мезона, которое по знаку должно совпадать с наблюдаемым занижением импульсов в тестовых треках, будет относительно велико, то это потребует введения поправок для компенсации этого

смещения. Для устранения систематического отклонения необходимо найти зависимость величины смещения от первоначального импульса электрона и длины трека. Для этого надо иметь либо пучок электронов с регулируемой энергией, либо же разыграть электронные траектории по методу Монте-Карло. Метод введения поправок, рассмотренный в работе ^{/8/}, в данном случае не подходит, так как ошибки самого метода сравнимы с величинами систематических отклонений. В случае же, если отклонение среднего значения массы двух γ -квантов от массы π^0 -мезона окажется небольшим, то систематическим занижением импульсов можно пренебречь.

Рассмотренные здесь методы учета кулоновского рассеяния с помощью матрицы кулоновского рассеяния и тормозного излучения с помощью аппроксимации трека кривой с переменным радиусом кривизны использованы в программе ^{/4/}, предназначенной для обработки фотографий треков, полученных на метровой пропановой пузырьковой камере ^{/9/}. Программа ^{/4/} представляет собой блок геометрической программы ^{/10/}, в котором определение кинематических параметров треков основано на минимизации функционала (3), а в качестве аппроксимирующей кривой взята функция (7) с $a_3 \neq a_4$ для электронов и позитронов и с $a_3 = a_4$ для остальных частиц ^{x)}. Электронным и позитронным трекам присваивается специальный признак при измерении события. Остальные частицы, если их массы не определены (например, по ионизационным потерям), обсчитываются по π^+ -мезонной и протонной гипотезам для положительных треков и по π^- -мезонной гипотезе для отрицательных. При необходимости в программу может быть введена и K^\pm -гипотеза. Восстановление кинематических параметров V^0 -частиц и γ -квантов, принадлежащих к рассматриваемому событию, осуществляется с помощью fit-процесса в программе идентификации V^0 -частиц и γ -квантов ^{/5/}, которая в качестве входных данных использует кинематические параметры треков, найденные программой ^{/4/}, и может быть непосредственно подключена к этой программе.

Справедливость предложенных методов проверялась при обработке снимков, полученных на метровой пузырьковой камере ^{/9/}. Ниже проводится анализ событий с одной или двумя V^0 -частицами, "смотрящими" в π^-p или в π^-C звезды, и событий с двумя γ -квантами, "смотрящими" в 0,2, или 4-лучевые звезды типа π^-p , полученных на пучке π^- -мезонов синхрофазотрона ОИЯИ с импульсом 5 ГэВ/с.

§ 3. Анализ V^0 -частиц

Правильность предложенного метода учета кулоновского рассеяния проверялась при обчете V^0 -частиц, отнесенных при просмотре к категории "смотрящих" в рас-

^{x)} Под последующим сравнением программ ^{/4/} и ^{/10/} подразумевается сравнение двух блоков геометрической программы ^{/10/}. В первом из них через точки трека с помощью минимизации функционала (3) проводится кривая (7), во втором - винтовая линия.

смаатриваемую вершину взаимодействия и распадающихся по одной из следующих двух схем: $K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$, $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$. Всего было обчислено 230 событий с V^0 -частицами. Проведенный анализ правильности вычислений кинематических параметров треков и их ошибок заключался в проверке следующих требований.

1. Поскольку нахождение кинематических параметров треков и их ошибок в программе ^{/4/} основано на минимизации функционала (3), то значение χ^2_0 функционала в минимуме характеризует точность, с которой аппроксимирующая функция проходит через точки следа. Величины χ^2_0 подчиняются χ^2 -распределению с числом степеней свободы $f = n - 3$ (n - число точек на следе, 3 - число неизвестных параметров функции (7) при $a_3 = a_4$). Поэтому при верно выбранных ошибках измерения и правильно учтенном в матрице ошибок (2) кулоновском рассеянии величины $\chi^2_0 / (n - 3)$ должны быть распределены около среднего значения, равного единице.

2. Выбор между двумя возможными схемами распада V^0 -частицы: $K^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+$ и $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$ осуществляется в программе идентификации V^0 -частиц ^{/5/} по χ^2 -критерию. Гипотезы считаются разделенными, если в одной из них $\chi^2 < \chi^2_{\max}$, а в другой $\chi^2 \geq \chi^2_{\max}$; неразделенными, если в обеих гипотезах $\chi^2 < \chi^2_{\max}$ и, наконец, при $\chi^2 \geq \chi^2_{\max}$ в обеих гипотезах V^0 -частица не считается ни K^0 , ни Λ^0 , смотрящей в данную вершину взаимодействия. При верно определенных кинематических параметрах треков и их ошибках экспериментальное χ^2 -распределение должно совпадать с теоретическим χ^2 -распределением для трех степеней свободы.

3. В программе идентификации вычисляются нормированные отклонения в кинематических параметрах ^{/11/}:

$$S(x_i) = (x_i - x_i^m) / \langle x_i - x_i^m \rangle,$$

где x_i^m , x_i , $\langle x_i - x_i^m \rangle$ - измеренные и подобранные значения кинематических параметров и их среднеквадратичные отклонения, соответственно. При отсутствии систематических отклонений в параметрах и верно вычисленных ошибках нормированные отклонения для каждого из этих параметров должны быть нормально распределены около среднего значения 0 с дисперсией $\sigma^2 = 1$.

4. Исходя из найденных в геометрической программе ^{/4/} значений кинематических параметров треков, составляющих вилку, можно вычислить их эффективную массу. Тогда средние значения в распределении эффективных масс для K^0 - и Λ^0 -частиц должны совпадать с известными значениями масс K^0 -мезона и Λ^0 -гиперона, а полуширины распределений будут характеризовать точность вычисленных значений кинематических параметров треков.

Распределения по $\chi_0^2/(n-3)$ и $W_0^2/(n-2)$ ^{х)} (см. рис. 3) были получены для π^- -мезонных треков (отрицательных треков вилки) при ошибках измерения ^{12/}

$\sigma_y(\text{mes}) = 0,2$ мм в плоскости XY и $\sigma_z(\text{mes}) = 0,75$ мм в вертикальной плоскости.

Средние значения этих распределений смещены от ожидаемого значения, равного единице, и равны $\chi_0^2/(n-3) = 0,67$ и $W_0^2/(n-2) = 0,66$. Если считать, что кулоновское рассеяние в функционале (3) учтено верно, то причиной смещения средних значений в $\chi_0^2/(n-3)$ и $W_0^2/(n-2)$ распределениях могут быть завышенные ошибки в координатах. Пересчет этих распределений для нескольких наборов ошибок показал, что средние значения распределений близки к единице при $\sigma_y(\text{mes}) = 0,11$ мм и $\sigma_z(\text{mes}) = 0,40$ мм. Для проверки точности измерений координат треков нами было произведено многократное измерение шести первичных треков. Каждый трек измерялся приблизительно 70 раз по одним и тем же характерным точкам изображения трека на пленке (но не соответствующим). Результаты обсчета этих треков по геометрической программе ^{10/} позволяют построить распределения пространственных координат в каждой "точке" измеренных треков. Три такие гистограммы для некоторой "точки" одного из треков показаны на рис. 4. Через гистограммы методом наименьших квадратов проведены кривые Гаусса. Стандартные отклонения этих кривых характеризуют относительную точность положения данной точки по отношению к остальным точкам трека после восстановления пространственной картины. Стандартные отклонения $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ практически не зависят от самых координат x, y, z за исключением особых точек, о которых будет сказано ниже. Средняя величина σ , вычисленная по различным точкам треков, составляет $\sigma_x = \sigma_y = 0,11$ мм, $\sigma_z = 0,40$ мм.

Таким образом, совпадение ошибок в координатах, полученных при нормировке средних значений $\chi_0^2/(n-3)$ и $W_0^2/(n-2)$ распределений и при многократном измерении треков, свидетельствует о том, что истинные значения ошибок координат лежат вблизи значений $\sigma_y(\text{mes}) = 0,11$ мм и $\sigma_z(\text{mes}) = 0,40$ мм, а кулоновское рассеяние верно учитывается введением матрицы кулоновского рассеяния в минимизируемый функционал.

Тем не менее, найденные значения ошибок координат не могут быть использованы вместо значений $\sigma_y(\text{mes}) = 0,20$ мм и $\sigma_z(\text{mes}) = 0,75$ мм для дальнейших вычислений из-за наличия особых точек, в которых ошибки в координатах существенно выше. К таким особым точкам относятся точки треков, лежащие вблизи базы стереопары, а также первые и последние точки. В рассматриваемом методе определения кинематических параметров треков, основанном на введении матрицы ошибок координат в минимизируемый

х) W_0^2 - значение в минимуме функционала ^{4/}, посредством минимизации которого находится тангенс угла наклона трека к плоскости XY. В этом функционале матрица ошибок координат равна $D_{ik} = F_{ik} + \sigma_z^2(\text{mes}) \delta_{ik}$. Величины W_0^2 подчиняются χ^2 -распределению с числом степеней свободы $f = n - 2$, поэтому величины $W_0^2/(n-2)$ должны быть распределены около среднего значения, равного единице.

функционал, предполагается, что ошибка в координате первой точки трека является наименьшей, поскольку в первой точке отсутствует ошибка, вносимая кулоновским рассеянием. В то же время средние значения распределений по расстоянию между первыми точками треков, составляющих вилку, оказываются равными $\bar{h}_r = (0,27 \pm 0,01)$ мм в плоскости XY и $\bar{h}_z = (0,82 \pm 0,04)$ мм в вертикальной плоскости (при вычислении \bar{h}_r отброшены события с $h_r \geq 1$ мм, а при вычислении \bar{h}_z события с $h_z \geq 4$ мм). Эти распределения показаны на рис. 5. При отсутствии систематических отклонений в координатах первых точек трека значения $h_x = h_y = h_r / \sqrt{2}$ и h_z должны были бы совпадать со значениями $\sigma_y(\text{мес}) = 0,11$ мм и $\sigma_z(\text{мес}) = 0,40$ мм, соответственно. Таким образом, влияние особых точек сказывается в том, что в последующих расчетах должны быть использованы ошибки измерения, равные $\sigma_y(\text{мес}) = 0,20$ мм и $\sigma_z(\text{мес}) = 0,75$ мм.

После обсчета событий по геометрической программе было отобрано 198 событий, у которых ошибки в импульсах частиц, составляющих вилку, были меньше 30%. Эти события затем были просчитаны по программе идентификации V^0 -частиц^{/5/}.

χ^2 -распределение для событий, однозначно идентифицированных по программе^{/5/}, представлено на рис. 6. Среднее значение $\bar{\chi}^2 = 2,9 \pm 0,2$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma = 2,43$ экспериментального χ^2 -распределения хорошо согласуются с ожидаемыми значениями $\bar{\chi}^2 = 3,0$ и $\sigma = 2,45$ теоретического χ^2 -распределения. Вероятность согласия экспериментального χ^2 -распределения с теоретическим, оцененная по критерию Пирсона, равна 97%.

Распределения по нормированным отклонениям $S(x_i)$, полученным по программе идентификации для однозначно разделенных событий, для $\beta_{1,2}$, $\text{tg} \alpha_{1,2}$, $k_{1,2}$ показаны на рис. 7, а для β_3 , $\text{tg} \alpha_3$ - на рис. 8 (индексы 1, 2 относятся к кинематическим параметрам треков, составляющих вилку, индекс 3 - к кинематическим параметрам V^0 -частицы). Как видно из рисунков, средние значения и среднеквадратичные отклонения этих распределений в пределах статистических ошибок хорошо согласуются с ожидаемыми значениями $\overline{S(x_i)} = 0$ и $\sigma = 1$.

При построении спектров эффективных масс V^0 -частиц по найденным в геометрической программе^{/4/} кинематическим параметрам треков, составляющих вилку, мы вычисляли эффективные массы по формуле:

$$M_{\text{эф}} = \left(\left(\sum_{i=1}^2 \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 p_i \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (8)$$

где m_1 и p_1 - масса и импульс отрицательного трека вилки (π^- -мезона), а m_2 и p_2 - те же величины для положительного трека (для K^0 -мезона в (8) берется $m_2 = m_\pi$ и p_2 , вычисленный в геометрической программе по π^+ -гипотезе, а для Λ^0 -гиперона $m_2 = m_p$ и p_2 , вычисленный по протонной гипотезе). Строго говоря, эффективная

масса может быть определена только для однозначно идентифицированных событий. Однако спектры эффективных масс, построенные только по тем событиям, которые попали в разряд разделенных, заведомо улучшают реальное распределение. В самом деле, в число отброшенных событий входят не только кинематически неразделимые события или V^0 -частицы, не смотрящие в данную вершину взаимодействия, но и те события, которые отнесены к этим категориям из-за неточно определенных кинематических параметров. Поэтому помимо $M^{\text{эф}}$, найденных для однозначно идентифицированных событий, мы включили в спектры эффективных масс и $M^{\text{эф}}$ тех событий, которые попали в разряд неразделенных или плохих^{х)}. Для этих событий $M^{\text{эф}}$ вычислялись для обеих гипотез: K^0 -мезонной и Λ^0 -гиперонной, и в спектры эффективных масс включались все те $M^{\text{эф}}$, которые удовлетворяли условию:

$$M^{\text{эф}} - 3\Delta M^{\text{эф}} \leq M^{V^0} \leq M^{\text{эф}} + 3\Delta M^{\text{эф}},$$

где M^{V^0} полагалась равной M_{K^0} или M_{Λ^0} , соответственно.

Спектры эффективных масс приведены на рис. 8 (пунктиром показаны спектры, полученные только для однозначно идентифицированных событий). Средние значения и среднеквадратичные отклонения для K^0 и Λ^0 -спектров соответственно равны: $\overline{M_{K^0}} = (494,9 \pm 2,2)$ Мэв и $\sigma_{K^0} = (24,5 \pm 0,7)$ Мэв, $\overline{M_{\Lambda^0}} = (1115,4 \pm 0,9)$ Мэв и $\sigma_{\Lambda^0} = (9,6 \pm 0,8)$ Мэв. Мы видим, что средние значения спектров эффективных масс лежат вблизи истинных значений масс K^0 -мезона и Λ^0 -гиперона, что свидетельствует о правильности вычисленных значений кинематических параметров. Если вычислить эффективные массы событий, вошедших в спектры эффективных масс на рис. 8, по кинематическим параметрам треков, найденных по программе^{/10/}, то соответствующие средние значения и среднеквадратичные отклонения спектров будут равны $\overline{M_{K^0}} = (482,3 \pm 2,5)$ Мэв и $\sigma_{K^0} = (28,3 \pm 0,8)$ Мэв, $\overline{M_{\Lambda^0}} = (1115,2 \pm 1,2)$ Мэв и $\sigma_{\Lambda^0} = (12,8 \pm 1,0)$ Мэв, что согласуется со значениями, приведенными в работе^{/13/}.

Таким образом, совокупность экспериментальных данных, полученных при обработке V^0 -частиц, свидетельствует о том, что кинематические параметры треков в геометрической программе^{/4/} вычисляются верно. Следовательно, кулоновское рассеяние правильно учитывается введением матрицы кулоновского рассеяния в функционал, посредством минимизации которого определяются кинематические параметры треков.

Уже в пределах данной статистики на основании сравнения спектров эффективных масс V^0 -частиц, полученных с помощью программ^{/4/} и^{/10/}, можно говорить о том,

х) Вообще говоря, при неодинаковом числе K^0 - и Λ^0 -частиц, попавших в разряд неразделенных или плохих событий, это может привести к систематическим смещениям спектров эффективных масс. Это особенно существенно для K^0 -спектра, поскольку значение $M^{\text{эф}}$ для K^0 -гипотезы не так сильно определяется значением m_2 , как в Λ^0 -гипотезе, и, следовательно, фоновые события могут сильнее исказить спектр эффективных масс.

что рассматриваемый метод с матрицей кулоновского рассеяния обеспечивает более узкое распределение в спектре эффективных масс. Здесь следует иметь в виду, что настоящие данные получены при больших ошибках измерения. Поэтому в свете сделанных выше замечаний о влиянии ошибок измерения на точность определения кинематических параметров в описываемом методе становится очевидным, что улучшение точности восстановления пространственных координат в программе реконструкции приведет к более точному определению кинематических параметров, чем это оказалось возможным при данных ошибках измерения.

§ 4. Анализ событий с двумя γ -квантами

Проверка правильности учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения γ электронных и позитронных треков производилась при анализе событий с двумя γ -квантами, смотрящими в 0,2 и 4-лучевые звезды типа π^-p .

Около 240 событий такого типа было просчитано сначала по геометрической программе ^{/4/}, а затем по программе идентификации V^0 -частиц и γ -квантов ^{/5/}, объединенной с программой вычисления эффективных масс двух γ -квантов. Эти же события были предварительно обсчитаны по геометрической программе ^{/10/}, программе вычисления кинематических параметров γ -квантов 7-5 ^{/8/} и программе эффективных масс. При этом в программе 7-5 импульсы электронов и позитронов пересчитывались с учетом поправок на тормозное излучение, вычисленных в предположении, что суммарные потери энергии на излучение не превышают допустимого порога обрезания $u_0 = 0,7$ спектра радиационных потерь (см. § 2)^{х)}.

Анализ предложенных методов учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения для электронных треков основывался на сравнении спектров I и II эффективных масс двух γ -квантов. Кроме этого проверялось выполнение требований к χ^2 и $S(x_1)$ распределениям, изложенным в § 3 в пунктах 2 и 3.

На рис. 10 показаны исходные спектры I и II эффективных масс двух γ -квантов. При их построении применен только один критерий: в них не вошли те события, в которых хотя бы один из электронных и позитронных треков имел относительную ошибку в импульсе $\Delta p/p > 100\%$.

Для выделения фоновых событий, обусловленных наличием γ -квантов, ошибочно отнесенных при просмотре к категориям γ -квантов, "смотрящих" в рассматриваемую вершину взаимодействия, мы воспользовались χ^2 -критерием ^{/5/}. Фоновыми считались

х) Мы будем в дальнейшем для краткости называть спектром I и спектром II те спектры эффективных масс двух γ -квантов, в которых кинематические параметры γ -квантов найдены по программам ^{/4,5/} и ^{/10,8/} соответственно.

те γ -кванты, у которых $\chi^2 > 11$. Поскольку χ^2 -критерий в программе 7-5 отсутствует, то в спектре II мы считали фоновыми те же события, что и отброшенные по χ^2 -критерию в спектре I.

Проверкой законности применения χ^2 -критерия для выделения фоновых γ -квантов может служить согласие экспериментального χ^2 -распределения с теоретическим (см. рис. 11). Среднее значение $\overline{\chi^2} = 2,8 \pm 0,1$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma = 2,42$ экспериментального χ^2 -распределения (для событий с $\chi^2 < U$) хорошо согласуются с ожидаемыми значениями $\overline{\chi^2} = 3,0$ и $\sigma = 2,45$ теоретического χ^2 -распределения для трех степеней свободы. Вероятность согласия экспериментального и теоретического χ^2 -распределений, оцененная по критерию Пирсона, равна 25%. Спектры I и II эффективных масс γ -квантов с событиями, отнесенными по χ^2 -критерию к фоновым, показаны на рис. 10.

Далее для выделения части фоновых событий, обусловленных разным происхождением γ -квантов в 2 γ -комбинациях (например, γ -квантов от разных π^0 -мезонов), нами был применен критерий, основанный на существовании минимального угла разлета γ -квантов от распада π^0 -мезона [14]:

$$\sin(\alpha_{\min} / 2) = m_{\pi^0} / E_{\pi^0}.$$

Если при данной энергии угол разлета двух γ -квантов $\alpha \leq \alpha_{\min} + 2\Delta\alpha$, то такая комбинация двух γ -квантов считалась фоновой. Как видно из рис. 12, этот критерий приводит к зарезанию низкоэнергетичной части спектров эффективных масс.

Спектры эффективных масс, полученные после рассмотренного выделения фоновых событий и таких событий, у которых суммарный импульс двух γ -квантов был больше 5 Гэв/с (3 события) или меньше массы π^0 -мезона (1 событие), представлены на рис. 13. Двумерный спектр эффективных масс $M_{\gamma\gamma}^I$ и $M_{\gamma\gamma}^{II}$ (см. рис. 14) характеризует разницу в значении эффективной массы для каждой комбинации двух γ -квантов, кинематические параметры которых найдены по программам I и II. Из рис. 14 видно, что имеется несколько событий, у которых $M_{\gamma\gamma}^I$ существенно больше $M_{\gamma\gamma}^{II}$. Это связано с наличием треков с большими однократными потерями энергии на излучение, которое приводит к сильному занижению импульсов при подгонке треков под окружность (см., например, таблицу II в § 2).

Обработка спектров эффективных масс (рис. 13) дала следующие результаты. В интервале от 105 до 165 Мэв (полуширина интервала выбрана равной трем полуширинам на половине высоты спектра I) среднее значение и относительное среднеквадратичное отклонение для спектра I равны:

$$\begin{aligned} \overline{M}_{\gamma\gamma}^I &= (133,4 \pm 1,4) \text{ Мэв/с}^2, \\ \Delta M_{\gamma\gamma}^I / M_{\pi^0} &= (10,5 \pm 0,9) / 135 = 0,078 \pm 0,007. \end{aligned}$$

Для спектра Π эти же величины, вычисленные в том же интервале, равны:

$$M_{\gamma\gamma}^{\Pi} = (132,8 \pm 2,0) \text{ МэВ}/c^2,$$

$$\Delta M_{\gamma\gamma}^{\Pi} / M_{\pi^0} = (14,6 \pm 1,2) / 135 = 0,108 \pm 0,009.$$

Как видно из этих данных, даже при относительно больших ошибках измерения рассматриваемый метод учета тормозного излучения позволяет в пределах данной статистики получить несмещенное значение массы π^0 -мезона и обеспечивает более узкое распределение спектра эффективных масс двух γ -квантов, чем среднестатистические методы ^{/2,8/} учета тормозного излучения.

Помимо спектров эффективных масс 2γ -квантов правильность найденных значений кинематических параметров характеризуют угловые распределения электронов и позитронов.

На рис. 15 показано распределение по углу $\theta_{1,AB}$ между направлением электрона (позитрона) и направлением γ -кванта АВ (А и В - точки образования и конверсии γ -кванта). В распределение вошли γ -кванты, отнесенные по χ^2 -критерию к категории смотрящих в рассматриваемую вершину взаимодействия. Экспериментальное значение среднеквадратичного угла $\langle \theta_{1,AB}^2 \rangle^{1/2} = 0,82$ (град) не сильно отличается от теоретического значения ^{/15/} этого угла $\langle \theta_{1,AB}^2 \rangle^{1/2} = 0,83$ (град), усредненного по импульсному спектру γ -квантов, вошедших в распределение по углу $\theta_{1,AB}$ на рис. 15, что свидетельствует о правильности найденных значений направляющих косинусов электронных и позитронных треков в рассмотренной методике. На рис. 16 и 17 сравниваются распределения по углу разлета электрона и позитрона θ_{12} и по углу θ между направлением γ -кванта АВ и суммарным импульсом электронно-позитронной пары, полученные на основе значений кинематических параметров, найденных по программам ^{/4,10/} (в оба распределения по углу θ вошли только γ -кванты с $\chi^2 < \chi_{\max}^2 = 11$). Среднеквадратичные значения углов θ_{12} , найденные по программам ^{/4/} и ^{/10/}, равны, соответственно, $\langle \theta_{12}^2 \rangle^{1/2} = 2,0$ (град) и $\langle \theta_{12}^2 \rangle^{1/2} = 2,7$ (град). Смещение угловых распределений по θ_{12} и θ , найденных по программам ^{/4/}, в область меньших значений углов по сравнению с теми же распределениями, найденными по программе ^{/10/}, показывает, что при подгонке треков в плоскости XY под кривую с переменным радиусом кривизны (7) направляющие косинусы электронных и позитронных треков определяются более точно, чем при подгонке треков под окружность.

Наконец, распределения по нормированным отклонениям в кинематических параметрах $S(x_i)$ (для γ -квантов с $\chi^2 < \chi_{\max}^2$) приведены на рис. 18 и 19. На рис. 18 показаны нормированные отклонения по азимутальным углам β_1 и β_2 отдельно для электронов и позитронов, на рис. 19 - нормированные отклонения по параметрам $k_{1,2}$ и $\text{tg } \alpha_{1,2}$. Совпадение в пределах статистических ошибок средних значений и средне-

квадратичных отклонений в $S(\beta_1)$, $S(\beta_2)$ распределениях с ожидаемыми значениями свидетельствует о правильности вычисления азимутальных углов и их ошибок. То же самое можно сказать о $S(\text{tg } \beta_{1,2})$ распределении. Здесь уместно отметить, что несмещенное среднее значение в $S(\text{tg } \alpha_{1,2})$ распределении подтверждает справедливость сделанного в программе ^{/4/} приближения, при котором тормозное излучение учитывается только при подгонке трека под кривую с переменным радиусом кривизны в плоскости

XU , а наклон трека к этой плоскости определяется так же, как и для "неизлучающих" частиц.

Наблюдаемое смещение среднего значения в $S(k_{1,2})$ распределении выходит за пределы статистических погрешностей и указывает на то, что при подгонке трека под аппроксимирующую кривую (7) имеет место систематическое занижение истинного значения импульса. По знаку этот эффект, как и следовало ожидать, совпадает с наблюдавшимся занижением импульсов у тестовых треков.

Возвращаясь к вопросу о необходимости введения поправок к найденным в программе ^{/4/} значениям импульсов (§ 2), мы видим, что в пределах данной статистики среднее значение в спектре эффективных масс двух γ -квантов совпадает с массой π^0 -мезона. Это означает, что систематическим занижением импульсов в пределах полученной точности можно пренебречь. В том случае, когда при большей статистике смещение среднего значения массы двух γ -квантов от массы π^0 -мезона окажется больше требуемой точности, то потребуются введение поправок, которые должны скомпенсировать это систематическое занижение импульсов.

В рассмотренной методике предполагается, что на точность определения кинематических параметров треков в первую очередь влияют погрешности измерения, кулоновское рассеяние и (для электронов и позитронов) тормозное излучение, а неоднородностью магнитного поля в камере и ионизационными потерями можно пренебречь. Действительно, неоднородность магнитного поля в камере ^{/8/} не превышает 1% в плоскости XU и $\pm 4\%$ - в вертикальной плоскости (неоднородность магнитного поля в вертикальной плоскости в программе ^{/4/} частично учитывается), а величины ионизационных потерь много меньше ошибок в импульсе. Поэтому эти предположения достаточно справедливы, что подтверждается совпадением в пределах статистических ошибок средних значений в спектрах эффективных масс треков, составляющих V^0 -частицу, с известными массами K^0 -мезона и Λ^0 -гиперона и $M_{\gamma\gamma}$ с массой π^0 -мезона.

Таким образом, совокупность экспериментальных данных, полученных при обработке снимков с метровой пропановой пузырьковой камеры, показывает, что предложенные в работах ^{/1,4/} методы учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения позволяют получать несмещенные значения кинематических параметров треков с правильно определенными ошибками, как для "неизлучающих" частиц, так и для электронов и позитронов.

Сужение спектров эффективных масс треков, составляющих V^0 -частицу, и спектра эффективных масс двух γ -квантов, достигнутое с помощью предложенных методов, позволяет заключить, что кинематические параметры треков при таких способах учета кулоновского рассеяния и тормозного излучения определяются более точно.

Мы еще раз подчеркиваем, что весь экспериментальный материал получен при сравнительно больших ошибках измерения. Уменьшение последних позволит еще более повысить точность получаемых при данной методике значений кинематических параметров треков.

Авторы благодарны Р.В. Малышеву за помощь при обработке и лаборантам группы за просмотр и измерение событий.

Л и т е р а т у р а

1. И.М. Граменицкий, Л.А. Тихонова, П.В. Шляпников. Препринт ОИЯИ Р-2146, Дубна 1965.
2. Ю.А. Будагов, А.Г. Володько, В.Б. Флягин, П.В. Шляпников. ПТЭ, № 1, (1966).
3. Ю.А. Будагов, А.Г. Володько, В.Б. Флягин, П.В. Шляпников. Препринт ОИЯИ, 2154, Дубна, 1965.
4. Ю.А. Будагов, В.П. Желепов, Р.В. Малышев, В.Б. Флягин, П.В. Шляпников. Препринт ОИЯИ 2668, Дубна 1966; ПТЭ (в печати).
5. Л.Н. Гердюков, П.В. Шляпников. Препринт ОИЯИ 2722, Дубна 1966,
6. В. Гайтлер. "Квантовая теория получения", Ил. Москва, 1956.
7. L. Behr, P. Mittner. Nucl. Instr. Meth. 20, 446 (1963).
8. В.Г. Гришин, Э.П. Кистенева, Л.И. Лепилова, В.И. Мороз, Му Цзюнь. Препринт ОИЯИ Р-2277, Дубна 1965.
9. А.В. Богомолов и др. ПТЭ, № 1, 61 (1964).
10. Н.А. Буздавина, З.М. Иванченко, В.Г. Иванов, И. Паточка,*М.И. Попов. Препринт ОИЯИ, 2095, Дубна 1965.
11. J. P. Berge, F. T. Solmitz, H. D. Taft UCRL - 9097, 1960.
12. Ю.А. Будагов и др. Препринт ОИЯИ 2518, Дубна 1965.
13. В.Б. Виноградов, В.Г. Иванов, Л. Яноутова. Препринт ОИЯИ 2613, Дубна 1966.
14. Б. Росси. "Частицы больших энергий", ГИТЛ, 1955.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 ноября 1966 г.

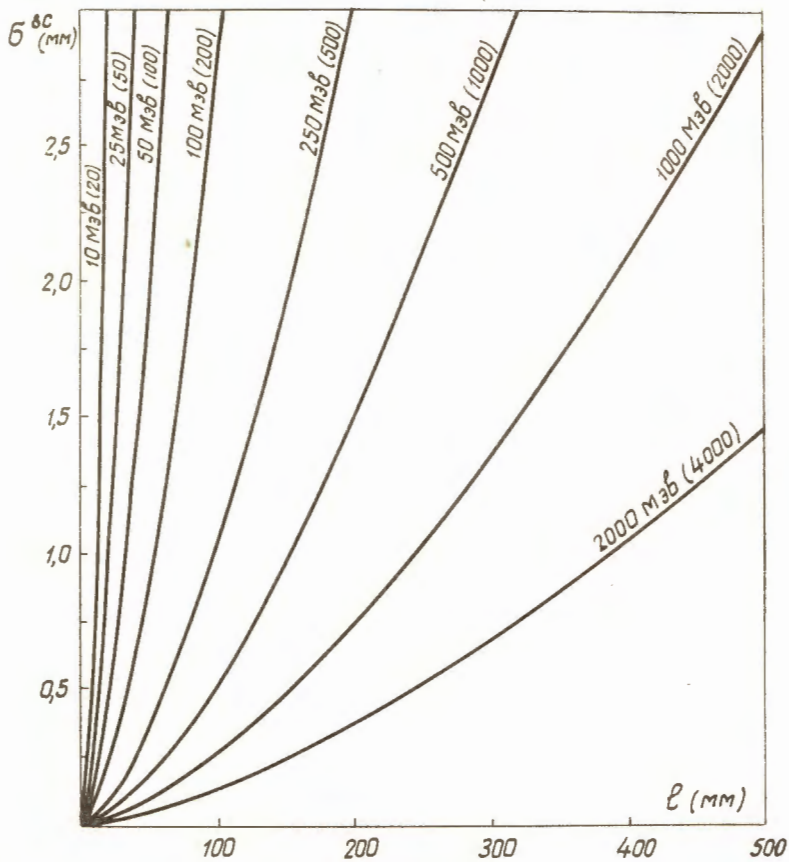


Рис. 1. Зависимость среднеквадратичной ошибки $\sigma^{sc}(l)$ из-за кулоновского рассеяния длины трека в пропане для электронов при некоторых значениях импульсов. В скобках указаны значения радиусов кривизны при величине магнитного поля $B = 1,7$ тл.

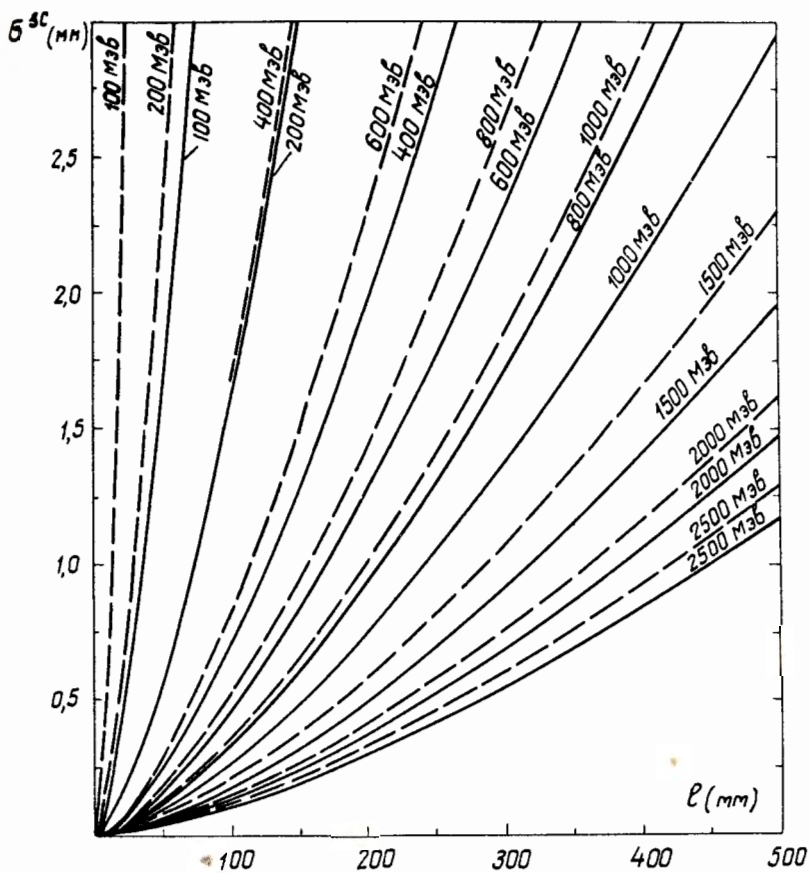


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичной ошибки $\sigma^{sc}(l)$ из-за кулоновского рассеяния от длины трека в пропане для π -мезонов (сплошные кривые) и протонов (пунктирные кривые).

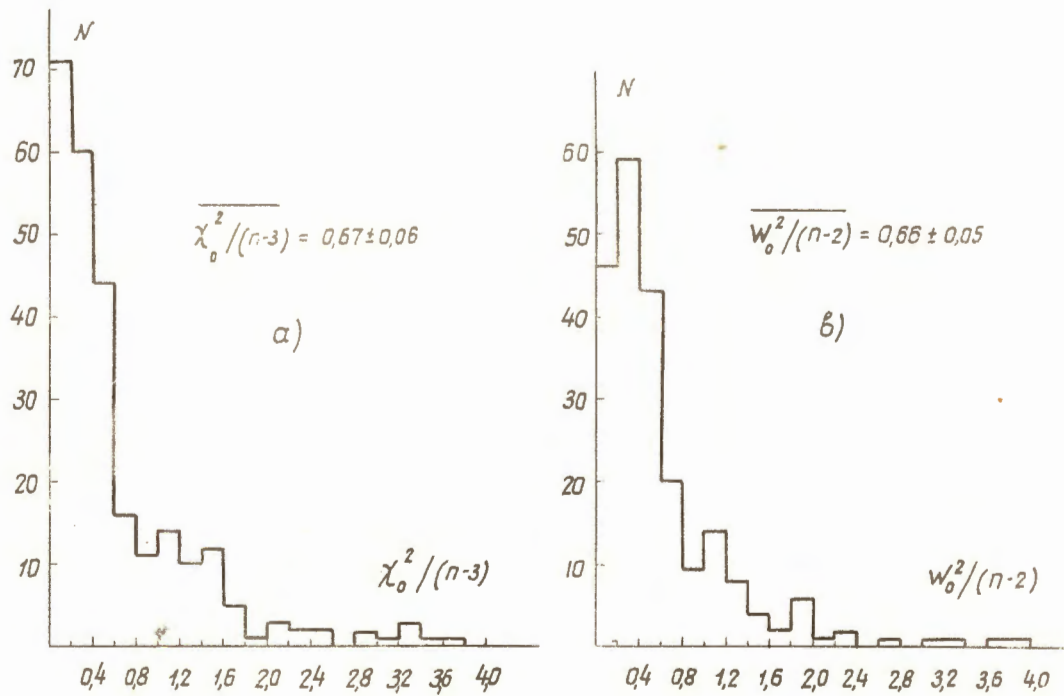


Рис. 3. Распределения по $\chi_0^2 / (n-3)$ и $W_0^2 / (n-2)$.

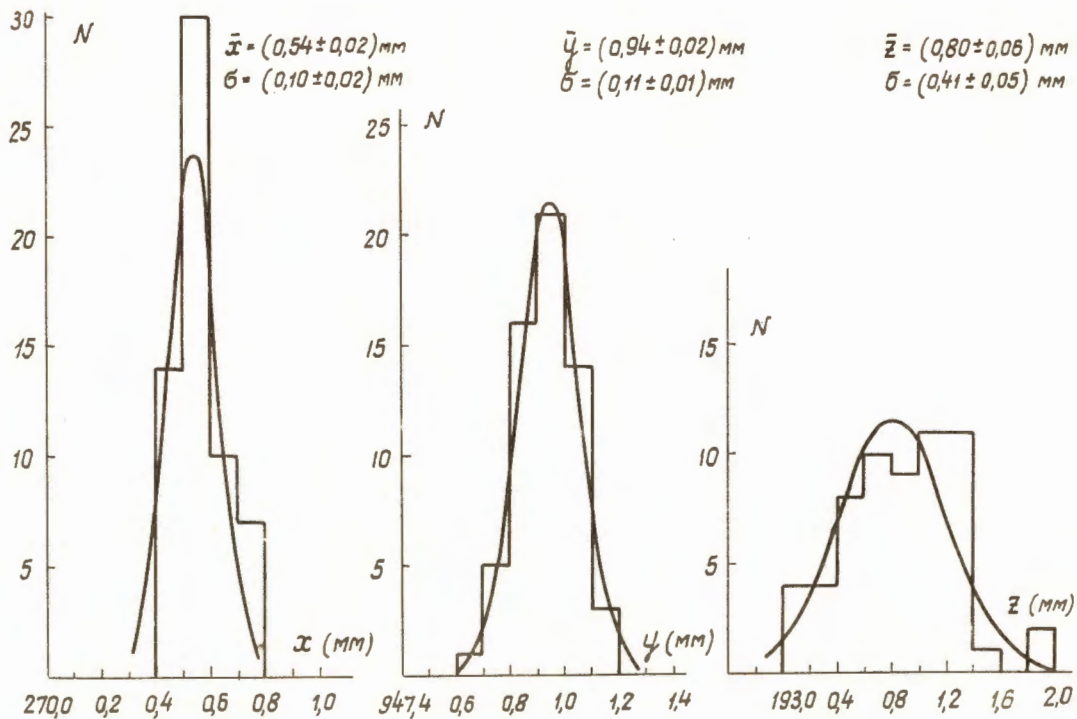


Рис. 4. Распределения x , y , z -ых координат в некоторой "точке" одного из первичных треков.

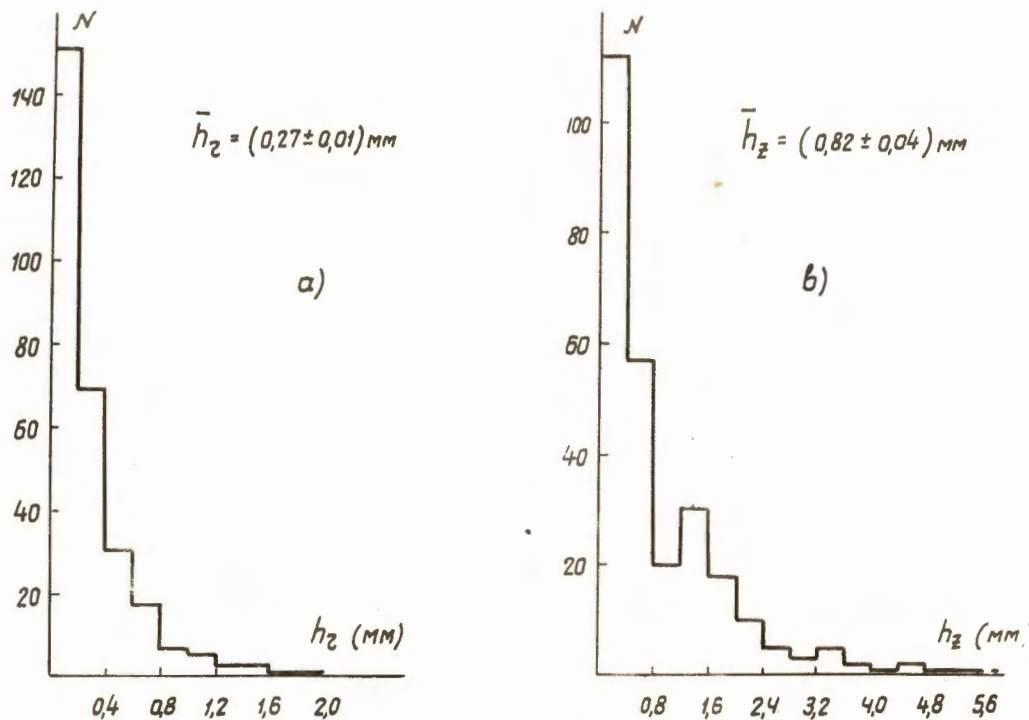


Рис. 5. Распределения: а) расстояний в плоскости XY и б) расстояний в вертикальной плоскости между первыми точками треков, составляющих вилку.

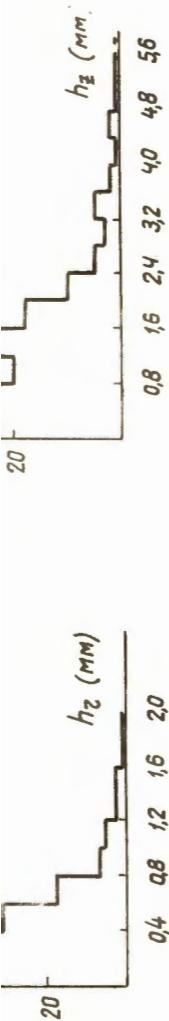


Рис. 5. Распределения: а) расстояний в плоскости ХУ и в) расстояний в вертикальной плоскости между первыми точками трещин, составляющих вилку.

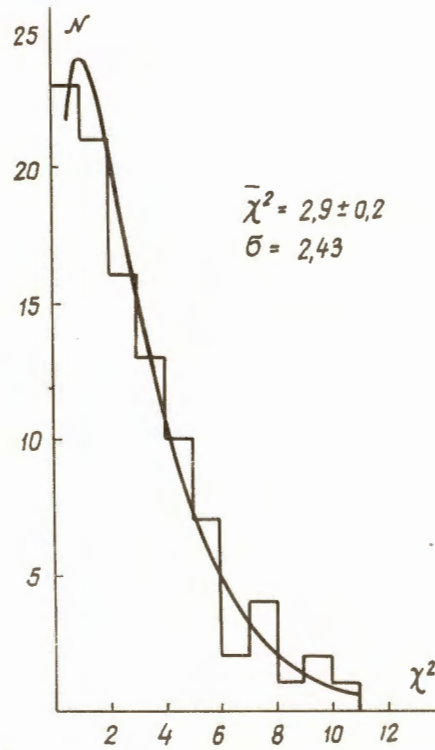


Рис. 6. χ^2 -распределение событий, однозначно разделенных по программе идентификации. Гладкая кривая - теоретическое χ^2 -распределение, нормированное на полное число событий с $\chi^2 < \chi^2_{max} = 11$.

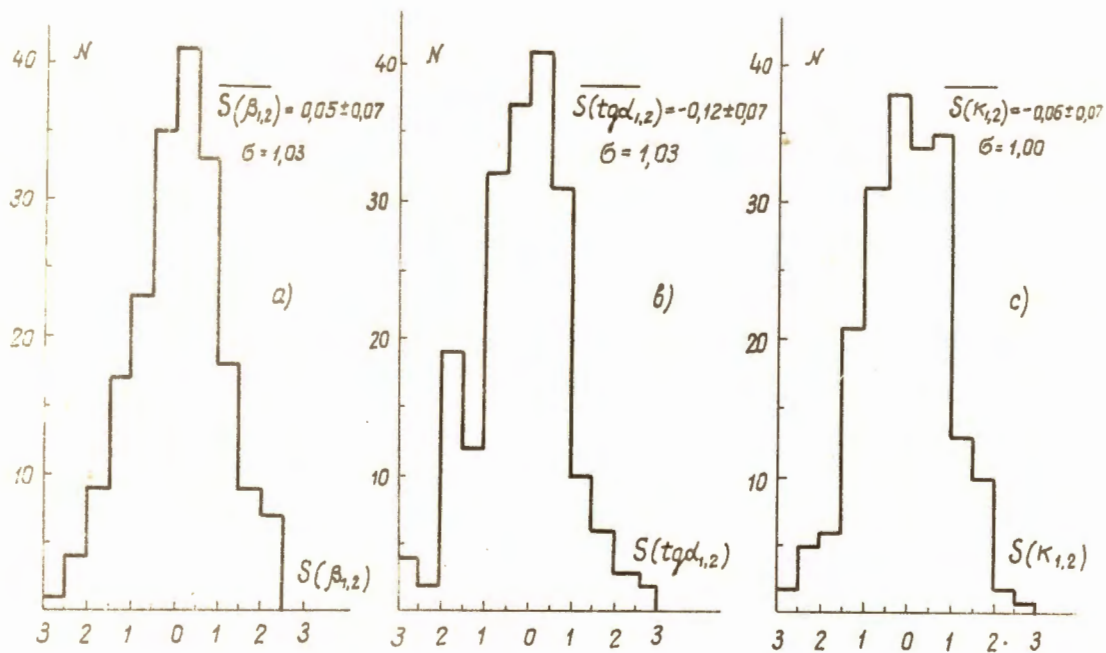


Рис. 7. Распределение нормированных отклонений $S(x_1)$: а) $x = \beta_1, \beta_2$;
 в) $x = \operatorname{tg} \alpha_1, \operatorname{tg} \alpha_2$; с) $x = \kappa_1, \kappa_2$.

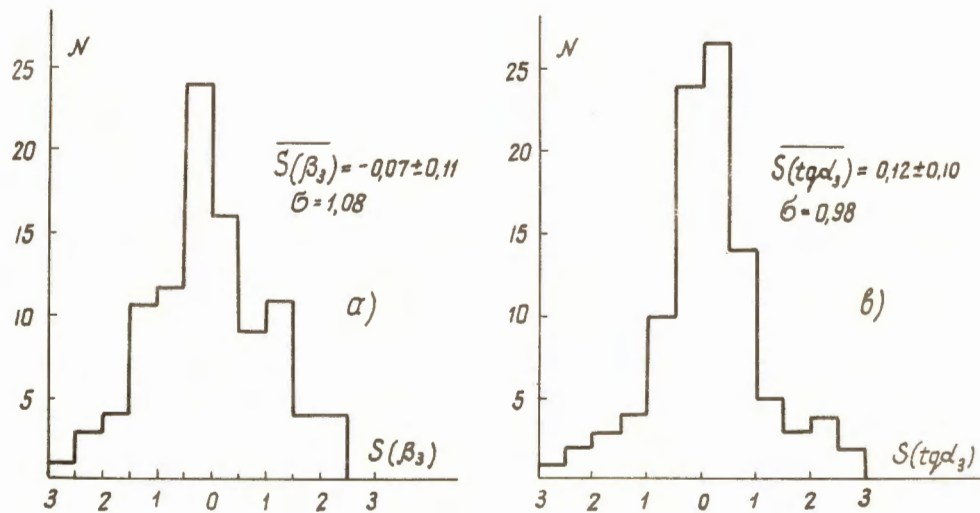


Рис. 8. Распределение нормированных отклонений $S(x_1)$: а) $x = \beta_3$; в) $x = \text{tg } \alpha_3$.

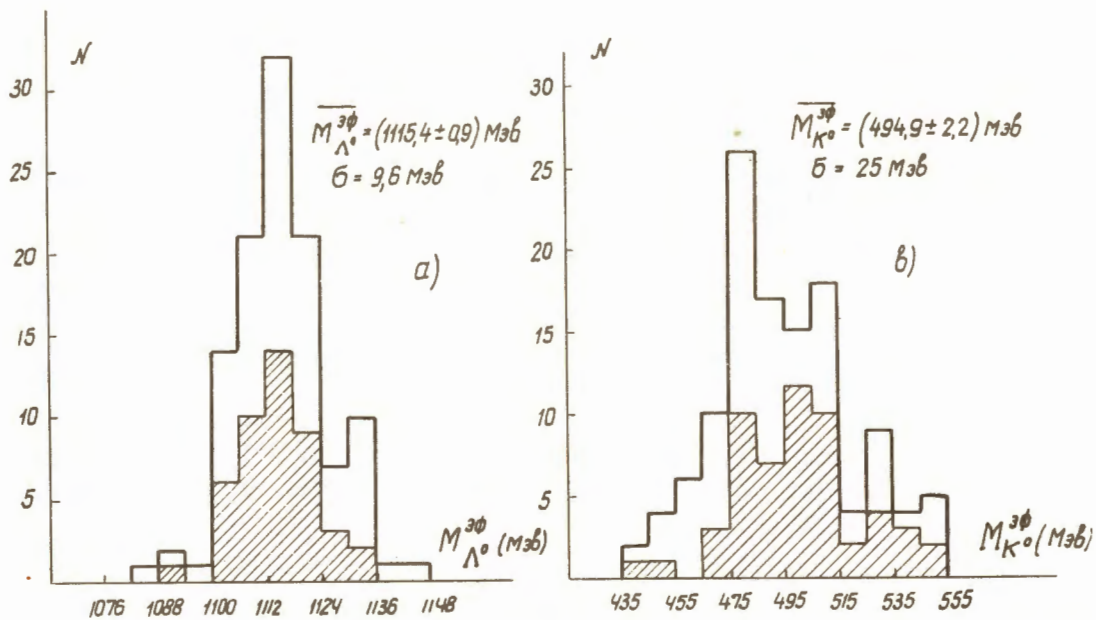


Рис. 9. Распределение по эффективным массам треков, составляющих вилку: а) при Λ^0 -гипотезе; в) при K^0 -гипотезе. Заштрихованы однозначно идентифицированные события.

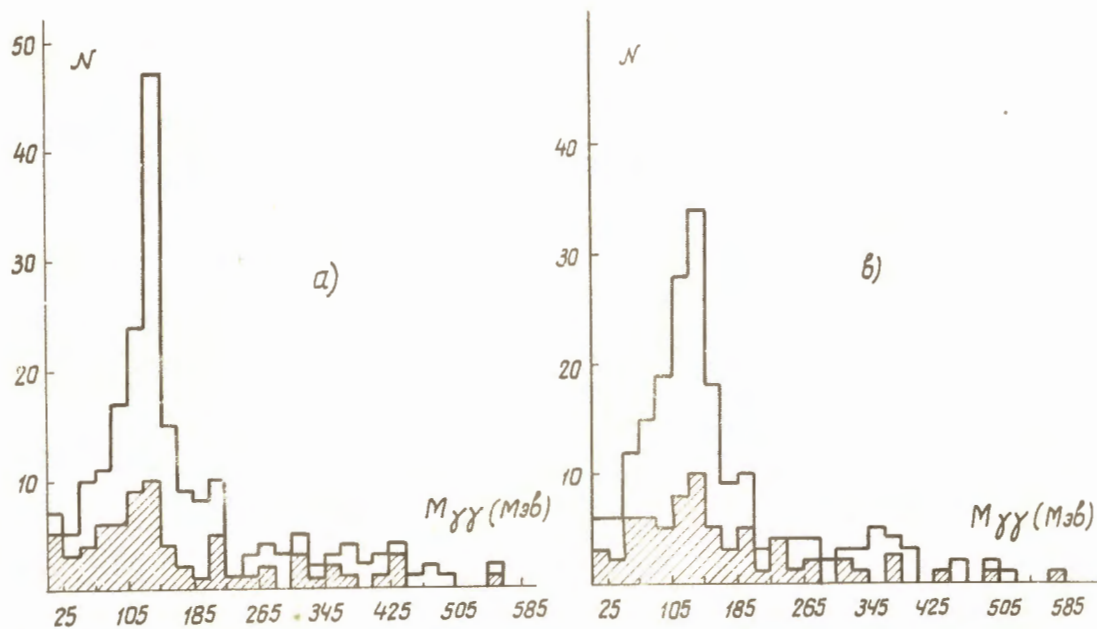


Рис. 10. Спектры эффективных масс двух γ -квантов. Заштрихованы события, отнесенные по χ^2 -критерию к фоновым: а) спектр I ; в) спектр II .

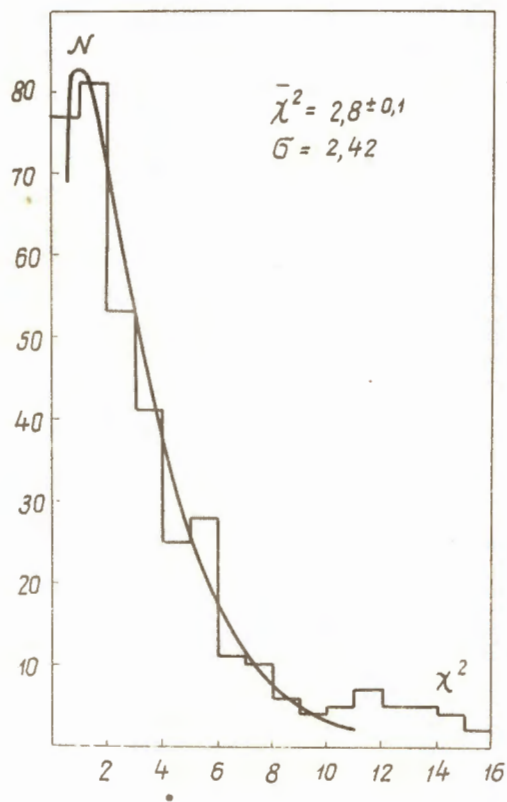


Рис. 11. χ^2 -распределение для γ -квантов. Гладкая кривая - теоретическое χ^2 -распределение, нормированное на полное число событий с $\chi^2 < \chi^2_{\max} = 11$.

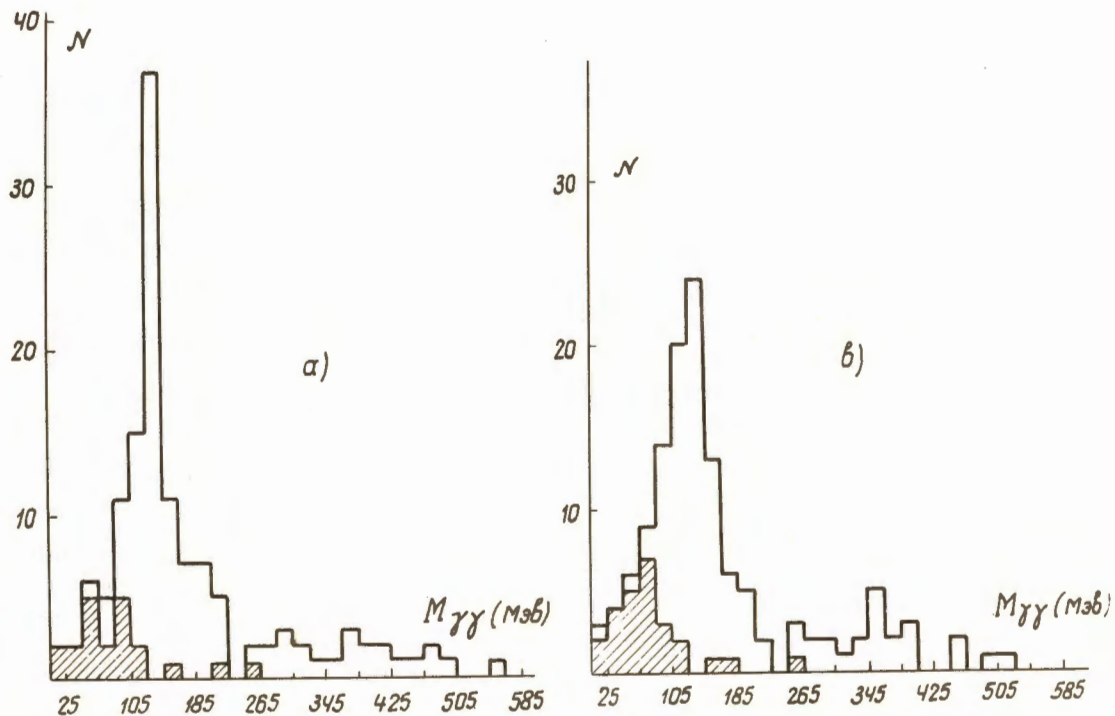


Рис. 12. Спектры эффективных масс двух γ -квантов после выделения фоновых событий по χ^2 -критерию. Заштрихованы события, у которых угол разлета γ -квантов меньше допустимого: а) спектр I ; в) спектр II .

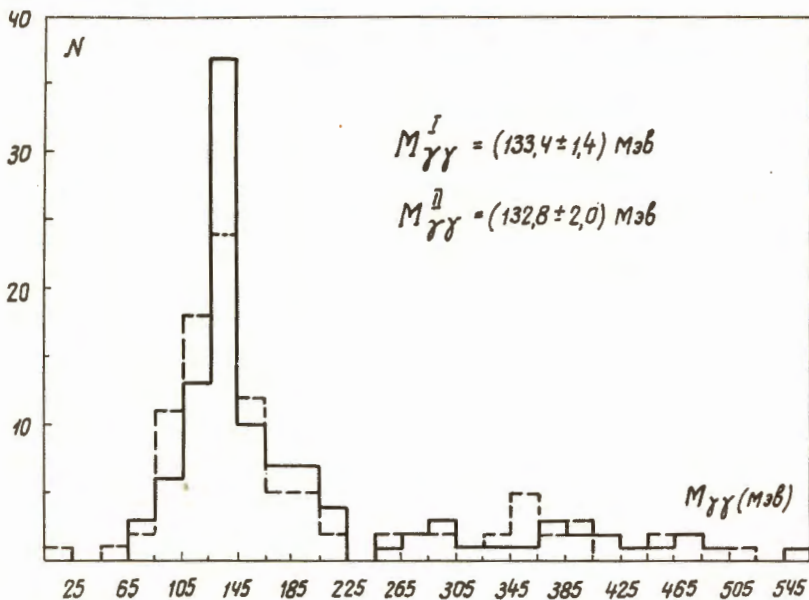


Рис. 13. Спектры I и II (пунктирная линия) эффективных масс двух γ -квантов после выделения фоновых событий.

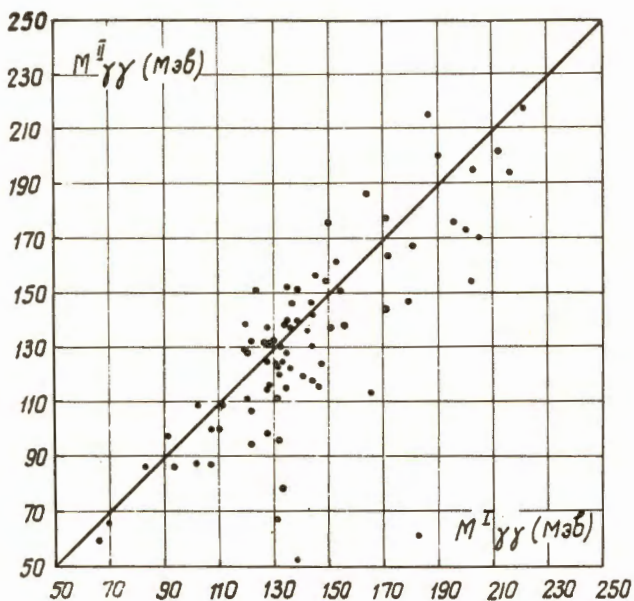


Рис. 14. Двумерный спектр эффективных масс 2γ -квантов, найденных по программам I и II.

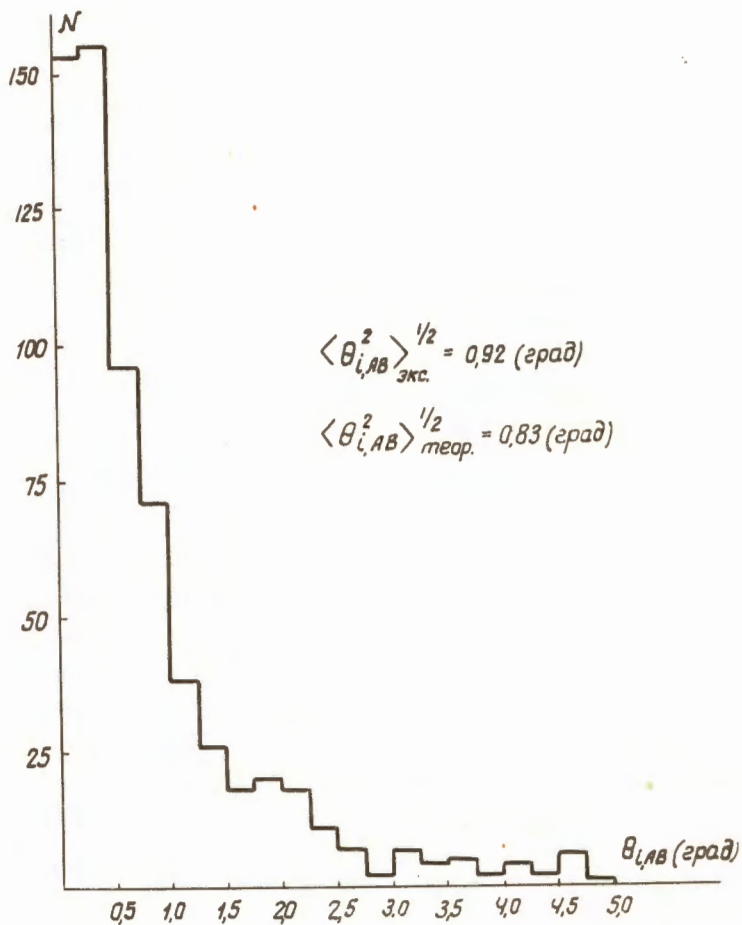


Рис. 15. Распределение по углу $\theta_{i, AB}$ между направлением электрона (позитрона) и направлением γ -кванта.

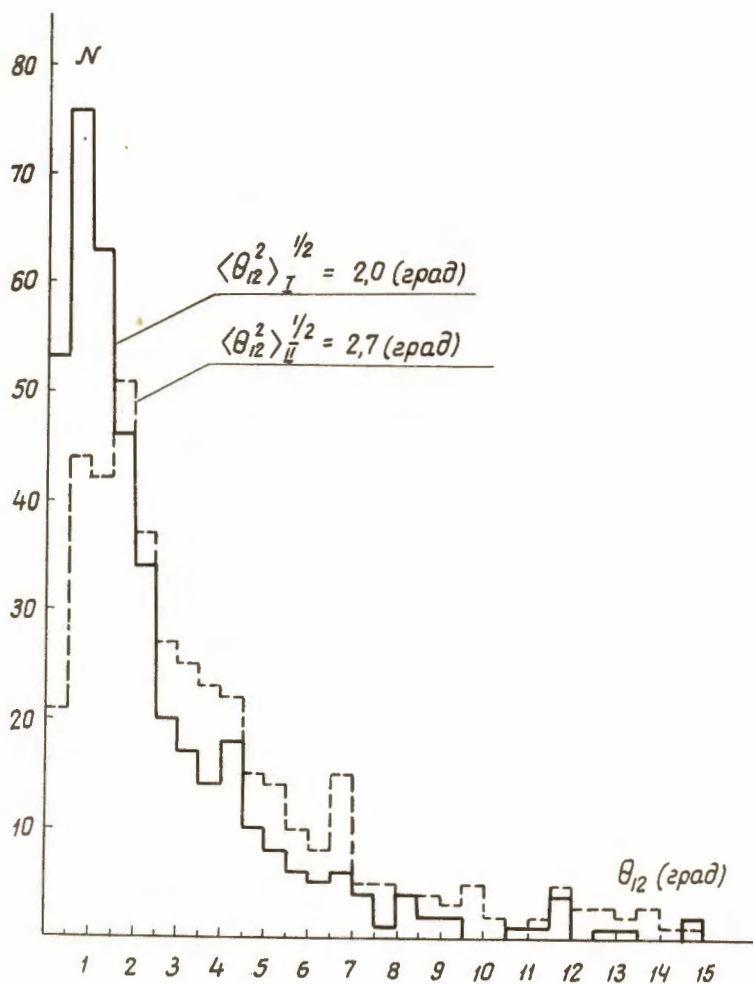


Рис. 16. Распределения по углу θ_{12} разлета электронов и позитронов. Сплошная линия - по программе $^{4/12}$, пунктирная - по программе $^{10/}$.

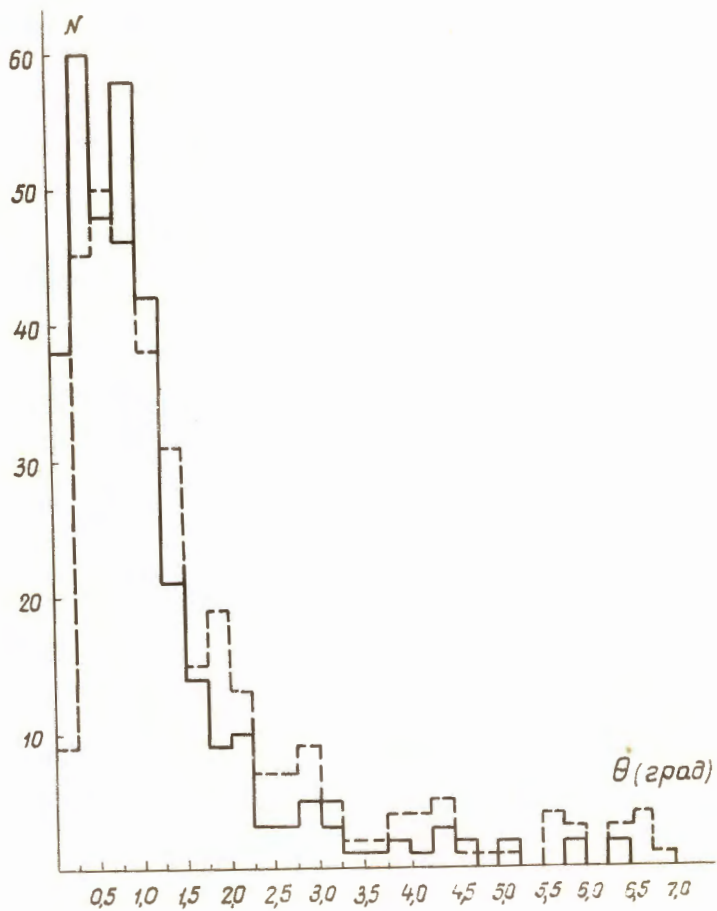


Рис. 17. Распределения по углу θ между направлением γ -кванта и суммарным импульсом электронно-позитронной пары. Сплошная линия - по программе /4/, пунктирная - по программе /10/.

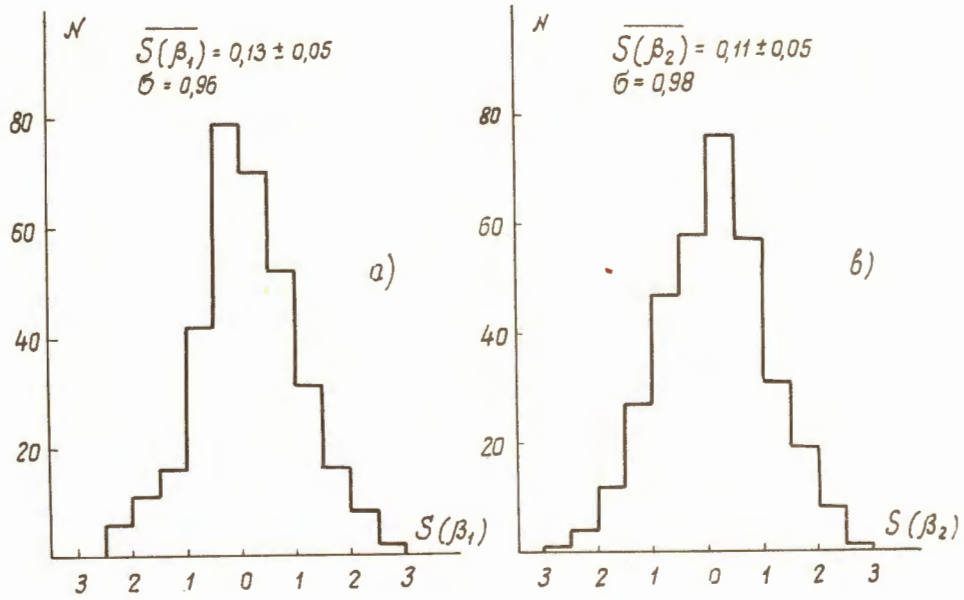


Рис. 18. Распределения по нормированным отклонениям $S(x_1)$: а) $x = \beta_1$ - для электронов; в) $x = \beta_2$ - для позитронов.

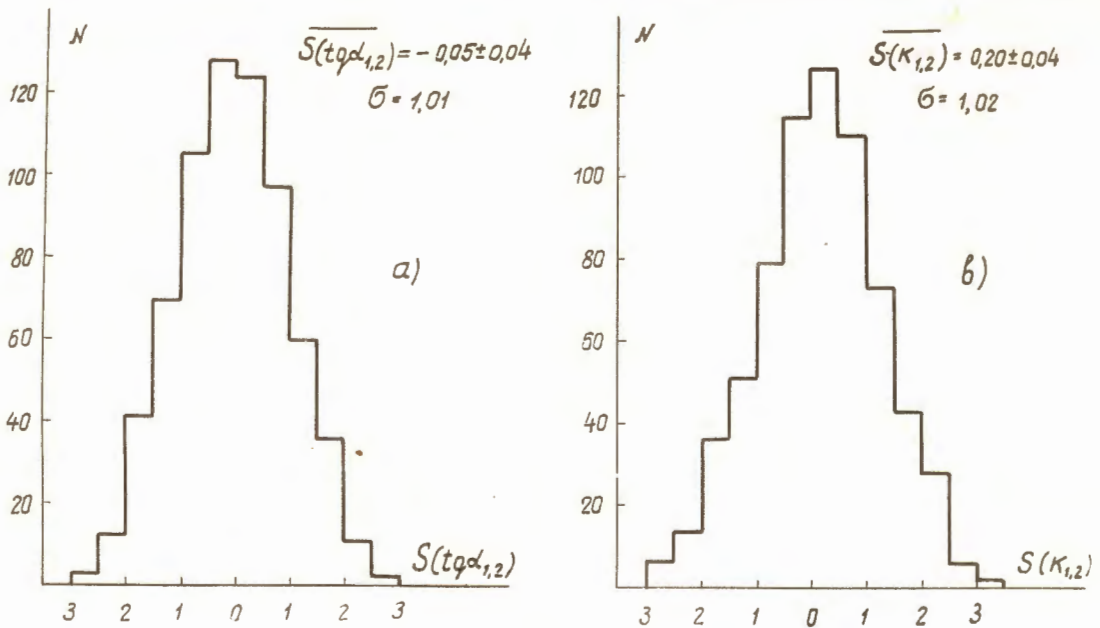


Рис. 19. Распределения по нормированным отклонениям $S(x)$: а) $x = \text{tg } \alpha_1, \text{tg } \alpha_2$; в) $x = k_1, k_2$.