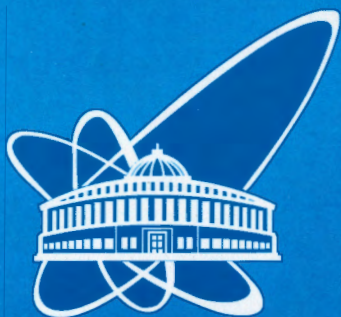


00-183



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

00-183

P10-2000-183

С.А.Мовчан, П.В.Моисенз, С.В.Хабаров

ВЛИЯНИЕ КОЛИЧЕСТВА ТОЧЕК ВЫБОРКИ  
И ХРАНЕНИЯ ФОРМЫ СИГНАЛА  
В АНАЛОГОВОЙ ПАМЯТИ (ANALOG PIPELINE)  
НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ КООРДИНАТЫ МЮОНА  
И МОМЕНТА ВРЕМЕНИ ЕГО ПРОЛета  
ЧЕРЕЗ МНОГОПРОВОЛОЧНУЮ  
ПРОПОРЦИОНАЛЬНУЮ КАМЕРУ УСТАНОВКИ  
«КОМПАКТНЫЙ МЮОННЫЙ СОЛЕНОИД» (CMS)

2000

В условиях полной светимости Large Hadron Collider ( $10^{34}$  см<sup>-2</sup>с<sup>-1</sup>) каждые 25 нс происходит в среднем 25 р-р - взаимодействий, каждое из которых рождает около 30 вторичных заряженных частиц и такое же количество фотонов во внутреннем объеме экспериментальных установок ATLAS [1] и CMS [2]. Суммарное количество заряженных частиц, рожденных в секунду, можно оценить как  $3 \cdot 10^{10}$ . Среди огромного количества событий триггерная система должна осуществлять поиск интересных с точки зрения решаемой физической задачи. Поиск этот должен происходить в соответствующих временных интервалах, определяемых спецификой детектирующих элементов. Эти требования формируют определенный подход к системе сбора данных, суть которого состоит в сохранении аналоговой или цифровой информации в виде "временных срезов" в аналоговой памяти для сотен тысяч каналов регистрации до прихода разрешающего сигнала триггера. Огромное количество каналов считывания информации потребовало расположить значительную часть электроники непосредственно на детекторах, с тем чтобы существенно уменьшить объем передаваемых данных.

В таблице 1 сведены основные параметры различных типов аналоговых памяти (Analog Pipeline), используемых в детекторах установок ATLAS и CMS. Несмотря на различную форму входного аналогового сигнала для детекторов различного типа можно отметить, что фронт сигнала лежит в пределах от 20 до 150 нс, а его длительность – от 75 до 400 нс. В зависимости от этого используется различная частота квантования формы сигнала - 20 МГц или 40 МГц (50 нс или 25 нс). На практике чаще всего применяются две моды работы с аналоговой памятью: запоминание максимума амплитуды сигнала и восстановление формы сигнала с последующим вычислением максимума амплитуды сигнала. Второй способ позволяет, кроме того, учитывать изменение пьедестала во времени, влияние канала на канал и улучшить отношение сигнал/шум. Средняя амплитуда сигналов лежит в пределах от 100 до 400 мВ.

Кратко рассмотрим принцип работы аналоговой памяти на примере SCA (Switch Capacitor Array) [3], которая была выбрана в качестве базовой для хранения информации, считанной со стрипов многопроволочных пропорциональных камер (МПК) торцевых частей мюонной системы установки CMS. На рисунке 1 представлена блок-схема микросхемы SCA. Она содержит 16 каналов записи по 96 ячеек в каждом. 64 ячейки требуются для хранения формы сигнала со стрипов до прихода триггера первого уровня, а оставшиеся 22 ячейки обеспечивают буфер, помогающий избежать появления мертвого времени канала регистрации при больших загрузках. SCA позволяет выполнять одновременно операции записи и считывания. Управление SCA осуществляется внешним контроллером, который вырабатывает адреса чтения и записи для ячеек хранения. Чтобы минимизировать влияние шумов цифровой части микросхемы, на записываемую входную аналоговую информацию все адреса передаются в коде Грея. 96 ячеек памяти в SCA идентифицируются 7-битным адресным словом. Все адресное пространство разбито на 16 блоков (4 старших бита). Внутри блока три младших бита задают номер ячейки. Считывание информации осуществляется путем мультиплексирования каналов и ячеек.

Принцип работы памяти состоит в том, что через равные промежутки времени (50 нс) происходит запись уровней напряжения со входных усилителей памяти в последовательные ячейки памяти. В том случае, когда на уже сохраненные в ячейках данные приходит локальный триггер (для МПК - приблизительно через 800 нс), они помечаются и выводятся из общего массива свободных для записи ячеек хранения. В противном случае происходит перезапись в них новой входной информации. Затем, в случае поступления по этим же адресам триггера первого уровня (через 3,2 мкс), происходит чтение отмеченных ячеек памяти, поканальная мультиплексация считанной информации с последующей ее оцифровкой и передачей на следующий уровень системы сбора данных. После прочтения ячейки возвращаются в общую циркуляцию свободных для записи ячеек хранения.

Таблица 1. Основные параметры различных типов аналоговых памяти (Analog Pipeline), используемых в детекторах установок ATLAS и CMS

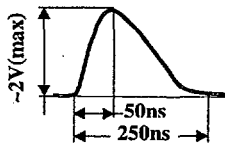
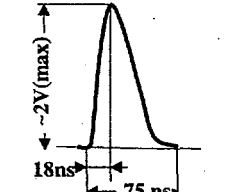
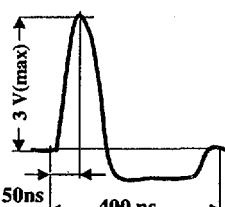
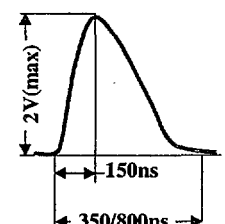
The type of memory	Shape of the signal on input of memory	Number of samples/ per trigger	Nominal Input charge	PA/SH GAIN	Overall system GAIN	PA/SH noise with detector
APV6 (40MHz)		1 sample- in peak mode; 3- samples in deconvol. mode;	3.8fC (100mV)	22 mV/fCfC/ADC	0.05	3.0mV
PACE (40MHz)		3 samples (2 for signal and 1 for pedestal)	80fC (120mV)  E <sub>e</sub> ~ 100GeV	1.5 mV/fCfC/ADC	0.6	0.6mV
OSAM (40MHz)		5 samples placed around the peak.	~400mV (20 GeV)  ~400mV (200GeV)  ~400mV (1 TeV)	12 mV/fC  1.0 mV/fC  0.2 mV/fC		6mV  0.5mV  0.1mV
SCA (20MHz)		At least 8 samples. (3 for signal and 5 for pedestal)	110fC (100mV)	0.9 mV/fC	0.5 fC/ADC count or 0.5 mV/ADC	1.0mV  1.1mV  -

Таблица 1 (продолжение)

Analog Pipeline noise			AP+ PCB+ ADC noise	Full system noise with detector	Signal/noise		Dynamic range	
Cell	Ped. Var.	Common			PA/SH	System	Bit ADC	Q max (fC)
	0.5mV		2.4mV	4.0mV	33	25	10 bit	100fC
	0.8mV	3.3mV (W/R, Read 2.5MHz)		5.6mV (common noise subtracted using dummy channels) (17mV)	200	21		1pC (250 MIPS)
0.74 mV	0.3mV	0.8mV	3.4mV	6.7mV 3.45mV 3.4mV	66	60 116 120	9 bit 10 bit 10 bit	250fC 3pC 15pC
					100		11 bit	2pC
0.5mV	0.7mV	0.85mV	1.0mV	1.5mV		66	11 bit	
			1.5mV	1.7mV		60	11 bit	
			2.4mV	2.6mV		40	11 bit	

Two blocks are taken out of the pool after LCT accept.

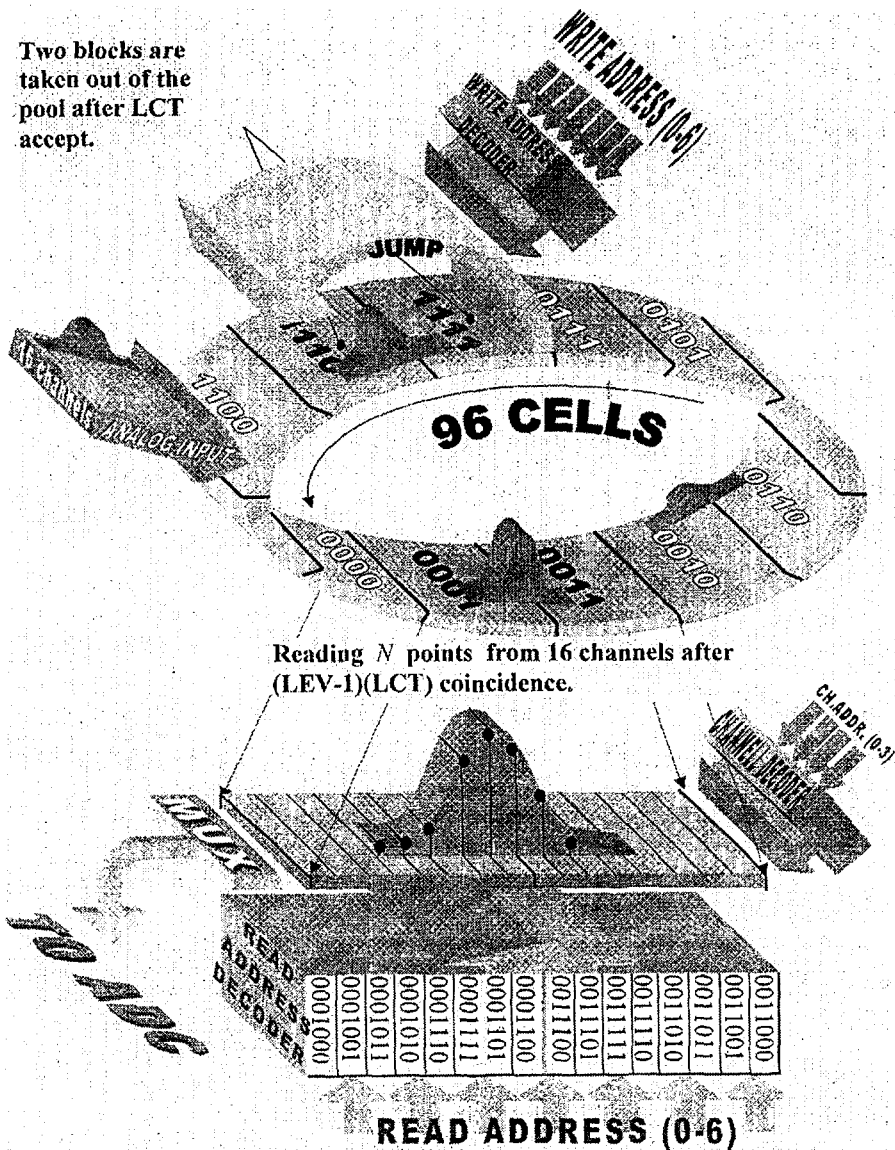


Рис. 1. Схема хранения и выбоки экспериментальной информации в Switched Capacitor Array

Как видно из рис. 1, в SCA хранится история развития сигнала, записанная через равные промежутки времени, позволяющая, в случае необходимости, разделять наложившиеся сигналы от различных частиц, что повышает качество функционирования детектора в условиях фона. Можно показать, что точность восстановления координаты мюона и момента пересечения (временной характеристики) им МПК зависит от количества и периода измерений формы сигнала.

В данной работе мы представим основные результаты решения следующих задач:

- деградация точности восстановления координаты одиночного мюона для случая однократного измерения формы сигнала,
- зависимость точности восстановления координаты одиночного мюона от числа измерений формы сигнала,
- зависимость точности восстановления координаты мюона от числа измерений формы сигнала (случай двух частиц),
- зависимость точности восстановления координаты и временной характеристики одиночного мюона от числа измерений формы сигнала,
- зависимость точности восстановления координаты и временной характеристики мюона от числа измерений формы сигнала (случай двух частиц),
- зависимость точности восстановления координаты и временной характеристики одиночного мюона от числа измерений формы сигнала в условиях некоррелированного фона,
- зависимость точности восстановления ширины стрипа (радиуса), координаты и временной характеристики одиночного мюона от числа измерений формы сигнала в условиях некоррелированного фона.

### ДЕГРАДАЦИЯ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ ОДИНОЧНОГО МЮОНА ДЛЯ СЛУЧАЯ ОДНОКРАТНОГО ИЗМЕРЕНИЯ ФОРМЫ СИГНАЛА

Мюоны пересекают МПК не перпендикулярно, что приводит к разбросу начала развития сигналов в шести ее регистрирующих плоскостях. Например, на рис. 2 схематически изображено пересечение мюоном шести плоскостей анодных проволок.

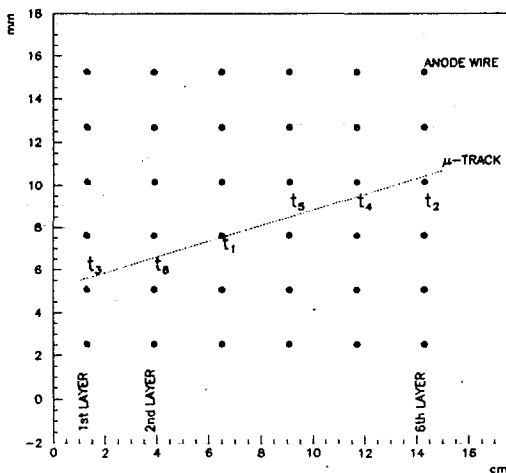


Рис. 2. Пересечение мюоном плоскостей анодных проволок МПК

Из-за различных расстояний между треком мюона и анодными проволоками первым начнет развиваться сигнал в третьей плоскости, а последним (шестым) - во второй. В установке CMS планируется считывать состояние детектирующей аппаратуры через равные промежутки времени, кратные 25 нс (BX). Например, на рис. 3 представлены развития первого и шестого сигналов в нормализованном виде для усилителя <<Катод-1М>> [4], треугольниками отмечено положение BX во времени. Из рис. 3 видно, что в момент времени равном 250 нс амплитуда первого сигнала составляет 0,9 от максимально возможной, а шестого  $\approx 1$ .

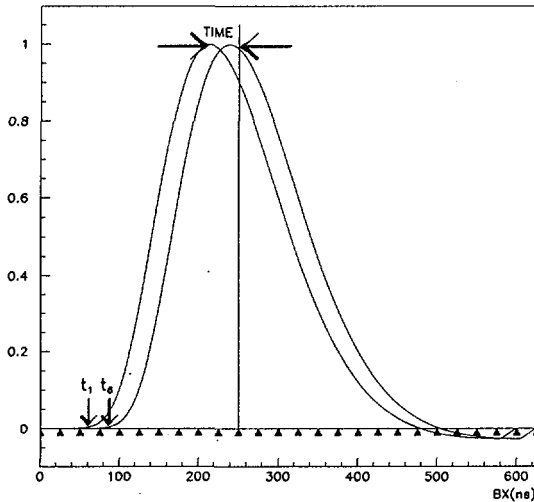


Рис. 3. Временной сдвиг между первым и последним сигналами (в нормализованном виде) для шестислойной МПК (треугольниками отмечены моменты измерения формы сигнала)

Возможное уменьшение доли измеренного на катоде заряда в случае использования одного значения амплитуды сигнала приводит к деградации точности восстановления координаты мюона, поскольку точность обратно пропорциональна величине заряда [5]. Средствами математического моделирования была оценена деградация величины заряда и средней по шести плоскостям координатной точности в зависимости от времени измерения амплитуды сигнала. На рис. 4 и 5 представлены основные результаты, где аргумент TIME - это интервал времени между положением максимума амплитуды первого (наиболее раннего из шести) сигнала усилителя и реальным временем измерения амплитуды (см. рис. 3). Из рис. 4 следует, что в верхней части МПК доля измеренного заряда в шести плоскостях для  $0 \text{ нс} \leq \text{TIME} \leq 50 \text{ нс}$  больше, чем 0,82, а для  $-50 \text{ нс} \leq \text{TIME} \leq 0 \text{ нс}$  больше, чем 0,63 от максимально возможного. Деградация координатной точности относительно  $\text{TIME} = 0$  составляет соответственно 12 и 30%. В нижней части МПК ситуация примерно такая же. Анализ временной информации с шести анодных плоскостей МПК показал, что ширина распределения по основанию первого (наименьшего) времени из шести возможных не превышает 25 нс [6], поэтому при записи информации в SCA с периодом даже 50 нс можно ожидать

потерю координатной точности не хуже 12% при однократном измерении формы сигнала в районе его максимума.

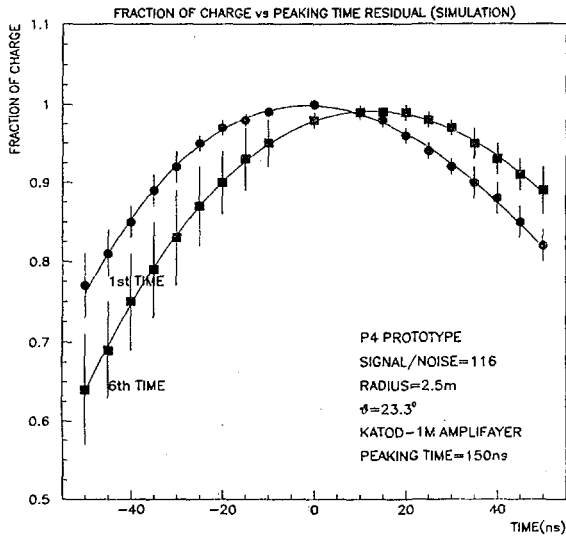


Рис. 4. Зависимость доли измеренного на катодe заряда от момента измерения формы сигнала

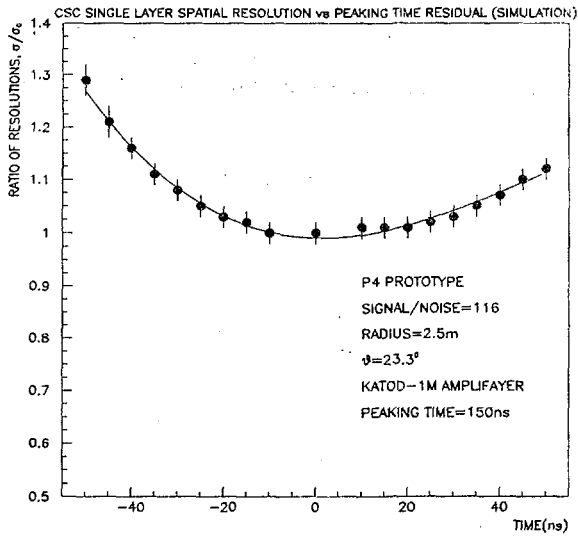


Рис. 5. Зависимость относительной точности восстановления координаты мюона от момента измерения формы сигнала



## ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ ОДИНОЧНОГО МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ФОРМЫ СИГНАЛА

Отличие данной задачи от предыдущей состоит в том, что предполагается наличие ряда измерений формы сигнала, выполненных через равные промежутки времени. Развитие сигнала во времени можно представить как

$$Q \cdot f(t - t_0),$$

где  $Q$  – заряд на стрипе,

$f$  – зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),

$t_0$  – положение максимума  $f$ .

Для усилителя <<Катод-1М>>  $f$  можно параметризовать следующим образом:

$$f(t - t_0) = k_1 \cdot e^{-\frac{\lambda_1 + e^{-\lambda_1}}{2}} + k_4 \cdot e^{-\frac{\lambda_2 + e^{-\lambda_2}}{2}};$$

$$\lambda_1 = \frac{t - k_2 - t_0}{k_3}, \quad \lambda_2 = \frac{t - k_5 - t_0}{k_6},$$

$$k_1 = 1,6682, k_2 = 6,7773, k_3 = 56,983,$$

$$k_4 = -0,33198, k_5 = 189,95, k_6 = 75,871.$$

Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q \cdot f(t - t_0))^2}{2\sigma^2}},$$

где  $Q_m$  – измеренное значение формы сигнала. Набор измерений позволяет оценить  $Q$  с ошибкой меньшей, чем  $\sigma$ , что прямо пропорционально улучшает координатную точность регистрирующего слоя [5]. Из метода максимума правдоподобия следует, что дисперсия  $Q$  равна

$$D(Q) = \frac{1}{nM \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \right)^2 \right]} \cdot \frac{1}{1 - \rho^2},$$

$$\rho = \frac{-M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right]}{\sqrt{M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \right)^2 \right] \cdot M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right)^2 \right]}},$$

где  $n$  – число измерений формы сигнала,

$M$  – математическое ожидание.

Окончательно

$$D(Q) = \frac{\sigma^2}{nM [f^2(t - t_0)]} \cdot \frac{1}{1 - \rho^2},$$

$$\rho = \frac{M[f(t-t_0) \cdot f'(t-t_0)]}{\sqrt{M[f^2(t-t_0)] \cdot M[f'^2(t-t_0)]}}$$

На рис. 6 и 7 с использованием последних выражений для различных временных интервалов представлены зависимости относительной координатной точности от числа измерений формы сигнала  $n$ . Для сравнения там же представлены результаты моделирования. За единицу принята точность для TIME=0 и  $n=1$ .

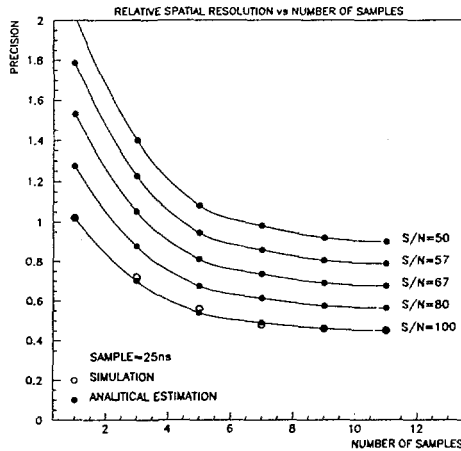


Рис. 6. Зависимость относительной координатной точности от числа измерений формы сигнала при 25 - нс шаге по времени для различных отношений сигнала к шуму (S/N)

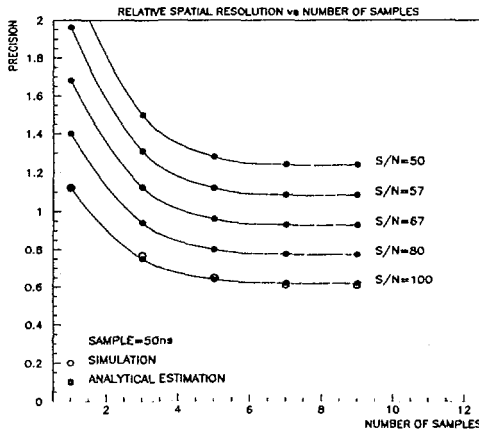


Рис. 7. Зависимость относительной координатной точности от числа измерений формы сигнала при 50 - нс шаге по времени для различных отношений сигнала к шуму (S/N)

- Основные выводы решенной задачи состоят в следующем:
- для 25 - нс периода измерений формы сигнала достаточно двенадцати точек, что дает улучшение координатной точности примерно в 2 раза,
  - для 50 – нс периода измерений формы сигнала достаточно шести точек, что дает улучшение координатной точности примерно в 1,6 раза.

### ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ФОРМЫ СИГНАЛА (СЛУЧАЙ ДВУХ ЧАСТИЦ)

Особенность данной задачи состоит в том, что амплитуда сигнала формируется от двух частиц и может быть описана как

$$Q_1 \cdot f(t-t_1) + Q_2 \cdot f(t-t_2),$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  – заряды на стрипе от двух частиц,

$f$  – зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),

$t_1$  и  $t_2$  – положение максимумов  $f$ .

Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q_1 \cdot f(t-t_1) - Q_2 \cdot f(t-t_2))^2}{2\sigma^2}},$$

где  $Q_m$  – измеренное значение амплитуды сигнала. В рамках метода максимального правдоподобия симметричная матрица ( $C^{-1}$ ), обратная ковариационной для  $Q_1, t_1, Q_2, t_2$ , имеет вид

$$C^{-1} = n \cdot \begin{pmatrix} M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial Q_1}\right)^2\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_1}\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial Q_2}\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_2}\right] \\ & M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial t_1}\right)^2\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial Q_2}\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_2}\right] \\ & & M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial Q_2}\right)^2\right] & M\left[\frac{\partial \ln p}{\partial Q_2} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_2}\right] \\ & & & M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial t_2}\right)^2\right] \end{pmatrix},$$

где

$$M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial Q_1}\right)^2\right] = \frac{M[f^2(t-t_1)]}{\sigma^2},$$

$$M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial Q_2}\right)^2\right] = \frac{M[f^2(t-t_2)]}{\sigma^2},$$

$$M\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial t_1}\right)^2\right] = \frac{M[(f'(t-t_1))^2] \cdot Q_1^2}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial t_2} \right)^2 \right] = \frac{M \left[ (f'(t-t_2))^2 \right] \cdot Q_2^2}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \right] = \frac{M [f'(t-t_1) \cdot f(t-t_1)] \cdot Q_1}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_2} \right] = \frac{M [f'(t-t_2) \cdot f(t-t_1)] \cdot Q_2}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial Q_2} \right] = \frac{M [f(t-t_2) \cdot f(t-t_1)]}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q_2} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \right] = \frac{M [f'(t-t_1) \cdot f(t-t_2)] \cdot Q_1}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_1} \right] = \frac{M [f'(t-t_1) \cdot f'(t-t_2)] \cdot Q_1 \cdot Q_2}{\sigma^2},$$

$$M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q_2} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_2} \right] = \frac{M [f'(t-t_2) \cdot f(t-t_2)] \cdot Q_2}{\sigma^2}.$$

Обернув матрицу  $C^{-1}$ , найдем зависимость дисперсий  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $t_1$  и  $t_2$  от числа измерений ( $n$ ) формы сигнала, при этом можно показать, что дисперсии  $Q_1$  и  $Q_2$  не зависят от значений  $Q_1$  и  $Q_2$ , а дисперсии  $t_1$  и  $t_2$  зависят соответственно от  $1/Q_1$  и  $1/Q_2$ . На рис. 8 и 9 представлены зависимости относительной координатной точности от  $n$  для двух частиц, пересекающих один и тот же стрип и отстоящих друг от друга во времени на -200, -150, -100, 100, 150 и 200нс.

Основные выводы решенной задачи состоят в следующем:

- для 50-нс периода измерений формы сигнала достаточно иметь восемь измерений формы сигнала,
- координатная точность заметно деградирует, если расстояние между частицами во времени меньше 150 нс.

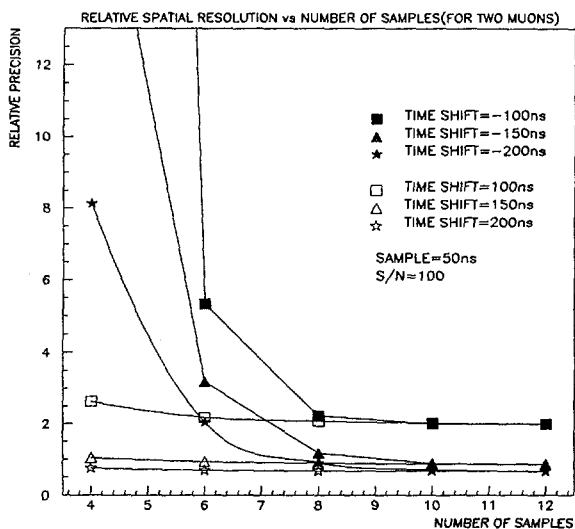


Рис. 8. Зависимость точности восстановления координаты мюона от числа измерений формы сигнала для двух частиц

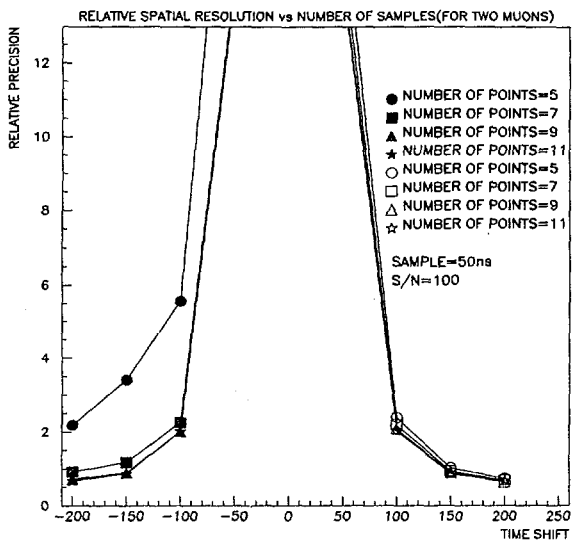


Рис. 9. Зависимость точности восстановления координаты мюона от расстояния во времени между двумя частицами

## ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ И ВРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДИНОЧНОГО МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ФОРМЫ СИГНАЛА

Во всех рассмотренных ранее задачах анализировалось развитие сигнала в одном электронном канале или, иными словами, в отдельном стрипе МПК. Развитие сигнала во всех полосках может быть описано как

$$Q \cdot f(t - t_0) \cdot G(x - x_0),$$

- где  $Q$  – заряд, измеренный на катоде,  
 $f$  – зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),  
 $t_0$  – положение максимума  $f$ ,  
 $x_0$  – координата мюона,  
 $x$  – координата центра стрипа,  
 $G$  – зависимость доли заряда в стрипе от  $x - x_0$ .

Доля индуцированного заряда на стрипе может быть вычислена как

$$G(x - x_0) = \frac{K_1}{K_2 K_3^{1/2}} \left[ \arctg \left( K_3^{1/2} \tanh \left( K_2 \frac{2(x - x_0) + W}{2h} \right) \right) - \arctg \left( K_3^{1/2} \tanh \left( K_2 \frac{2(x - x_0) - W}{2h} \right) \right) \right],$$

где  $W$  – ширина стрипа,  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  – коэффициенты параметризации плотности распределения заряда поперек стрипов [7],  $h$  – расстояние между анодной проволокой и катодной плоскостью. На рис. 10 изображена эволюция сигнала «Катод-1М» во всех стрипах для  $Q = 250$  ADC,  $t_0 = 200$  нс,  $x_0 = 0$  мм,  $W = 5$  мм,  $h = 3$  мм,  $s = 2,5$  мм (расстояние между анодными проволоками),  $r = 15$  мкм (радиус анодной проволоки).

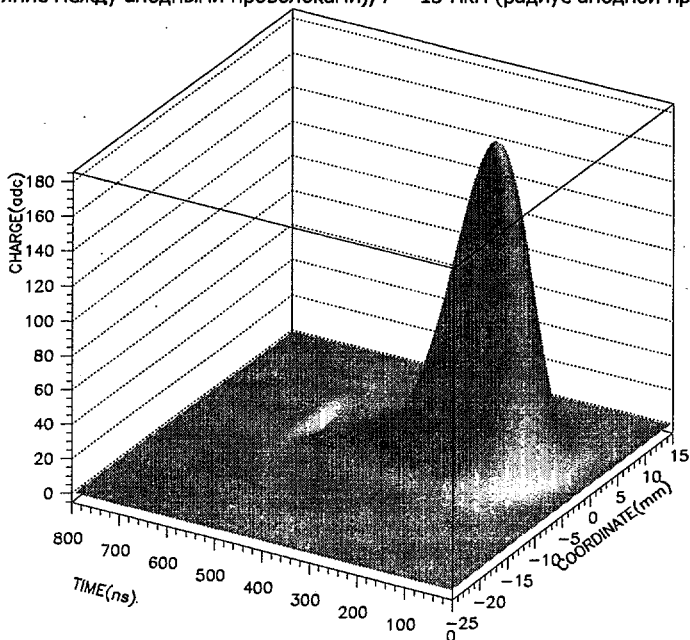


Рис. 10. Развитие заряда в стрипах во времени для усилителя «Катод-1М»

Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q \cdot f(t-t_0) \cdot G(x-x_0))^2}{2\sigma^2}},$$

где  $Q_m$  – измеренное значение амплитуды сигнала. В рамках метода максимального правдоподобия симметричная матрица ( $C^{-1}$ ), обратная ковариационной для  $Q, t_0, x_0$ , имеет вид

$$C^{-1} = n \cdot \begin{pmatrix} M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \right)^2 \right] & M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right] & M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right] \\ & M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right)^2 \right] & M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right] \\ & & M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right)^2 \right] \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \right)^2 \right] &= \frac{M [f^2(t-t_0) \cdot G^2(x-x_0)]}{\sigma^2}, \\ M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right)^2 \right] &= \frac{M [(f'(t-t_0) \cdot G(x-x_0))^2] \cdot Q^2}{\sigma^2}, \\ M \left[ \left( \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right)^2 \right] &= \frac{M [f^2(t-t_0) \cdot G'^2(x-x_0)] \cdot Q^2}{\sigma^2}, \\ M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \right] &= \frac{M [f'(t-t_0) \cdot f(t-t_0) \cdot G^2(x-x_0)] \cdot Q}{\sigma^2}, \\ M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial Q} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right] &= \frac{M [f^2(t-t_0) \cdot G(x-x_0) \cdot G'(x-x_0)] \cdot Q}{\sigma^2}, \\ M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial t_0} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial x_0} \right] &= \frac{M [f(t-t_0) \cdot f'(t-t_0) \cdot G(x-x_0) \cdot G'(x-x_0)] \cdot Q^2}{\sigma^2}. \end{aligned}$$

Обернув матрицу  $C^{-1}$ , найдем зависимость дисперсий  $Q, x_0$  и  $t_0$  от числа измерений формы сигнала  $n$ . Полученные зависимости полностью совпадают с рис. 7. В качестве важного практического дополнения заметим, что временная характеристика может успешно использоваться как дополнительное решающее правило в задаче поиска траекторий мюонов, так как разброс временных характеристик не превышает 40 нс для первой мюонной станции [6].

Основной вывод решенной задачи состоит в следующем:

- для 50 - нс периода измерений формы сигнала шесть точек практически обеспечивают предельно допустимую точность восстановления  $Q$ ,  $x_0$  и  $t_0$
- временные характеристики могут быть использованы как дополнительное решающее правило в задаче поиска траекторий мюонов.

### ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ И ВРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ФОРМЫ СИГНАЛА (СЛУЧАЙ ДВУХ ЧАСТИЦ)

В отличие от предыдущей задачи сигнал, формируется от двух частиц и может быть описан как

$$Q_1 \cdot f(t-t_1) \cdot G(x-x_1) + Q_2 \cdot f(t-t_2) \cdot G(x-x_2),$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  – заряды частиц, измеренные на катоде,

$f$  – зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),

$t_1$  и  $t_2$  – положение максимумов  $f$ ,

$x_1$  и  $x_2$  – координаты частиц,

$x$  – координата центра стрипа,

$G$  – зависимость доли заряда в стрипе от  $x-x_1$  и  $x-x_2$ .

На рис. 11 изображена эволюция сигнала «Катод-1М» во всех стрипах для  $Q_1 = 250$  ADC,  $t_1 = 200$  нс,  $x_1 = 0$  мм,  $Q_2 = 200$  ADC,  $t_2 = 300$  нс,  $x_2 = -5$  мм,  $W = 5$  мм,  $h = 3$  мм,  $s = 2,5$  мм (расстояние между анодными проволоками),  $r = 15$  мкм (радиус анодной проволоки).

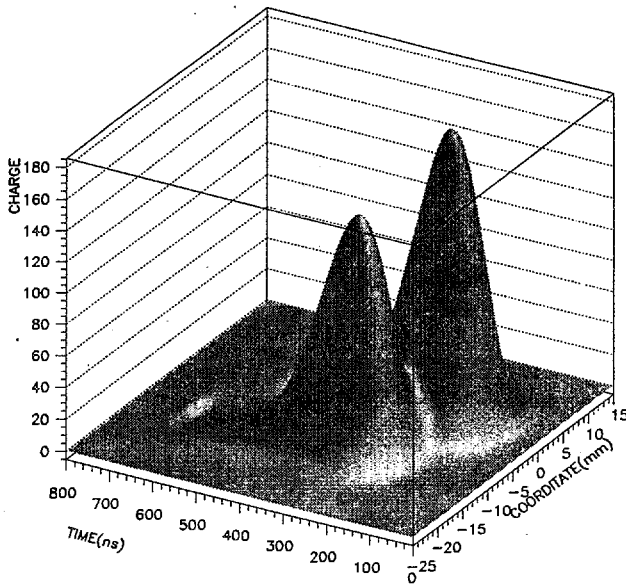


Рис. 11. Развитие заряда в стрипах во времени от двух частиц



Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q_1 \cdot f(t-t_1) \cdot G(x-x_1) - Q_2 \cdot f(t-t_2) \cdot G(x-x_2))^2}{2\sigma^2}}$$

где  $Q_m$  – измеренное значение амплитуды сигнала. Введем в рассмотрение вектор  $V(Q_1, t_1, x_1, Q_2, t_2, x_2)$ . В рамках метода максимального правдоподобия элементы симметричной матрицы ( $C^{-1}$ ), обратной ковариационной для вектора  $V$ , имеют вид

$$c_{ij}^{-1} = n \cdot M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial v_i} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial v_j} \right],$$

где  $i=1, 2, \dots, 6, j=1, 2, \dots, 6$ . После оборачивания матрицы  $C^{-1}$  найдено, что для вычисления  $Q, x$  и  $t$  достаточно восьми измерений формы сигнала с периодом 50 нс. На рис. 12 и 13 представлены зависимости точности восстановления координаты мюона и временной характеристики от расстояния между частицами во времени и пространстве.

Основные выводы решенной задачи состоят в следующем:

- для 50 - нс периода измерения формы сигнала восемь точек практически обеспечивают предельно достижимую точность восстановления  $Q, x$  и  $t$
- координатная и временная точности быстро деградируют, если расстояние между соседними частицами меньше 5 мм, и они разнесены во времени менее, чем на 100 нс.

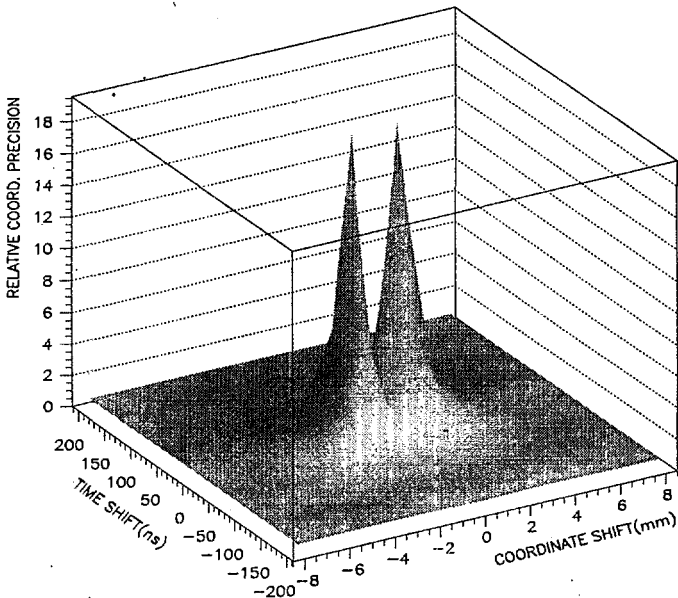


Рис. 12. Зависимость относительной точности восстановления координаты мюона (случай двух частиц)

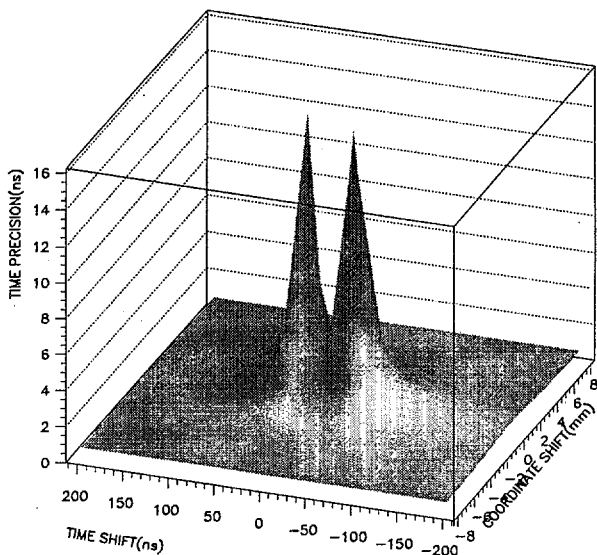


Рис. 13. Зависимость точности восстановления временной характеристики мюона (случай двух частиц)

### ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КООРДИНАТЫ И ВРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДИНОЧНОГО МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ФОРМЫ СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ НЕКОРРЕЛИРОВАННОГО ФОНА

В рассмотренных выше задачах не учитывалось влияние собранного на аноде заряда на все стрипы МПК. Этот эффект приводит к изменению заряда на стрипах на общую величину, пропорциональную собранному заряду. В условиях некоррелированного фона развитие заряда на стрипах во времени можно представить как

$$Q \cdot f(t - t_0) \cdot G(x - x_0) + d(t),$$

где  $Q$  – заряд мюона, измеренный на катоде,

$f$  – зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),

$t_0$  – положение максимума  $f$ ,

$x_0$  – координата мюона,

$x$  – координата центра стрипа,

$G$  – зависимость доли заряда в стрипе от  $x - x_0$ ,

$d$  – величина, определяемая загрузкой МПК в момент времени  $t$

Принимая во внимание, что измерение формы сигнала проводится в моменты времени  $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), развитие сигнала на стрипах можно представить как

$$Q \cdot f(t - t_0) \cdot G(x - x_0) + \sum_{i=1}^n \delta(t - t_i) \cdot d(t_i),$$

$$\delta(t - t_i) = \begin{cases} 1, & t = t_i \\ 0, & t \neq t_i. \end{cases}$$

Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q \cdot f(t-t_0) \cdot G(x-x_0) - \sum_{i=1}^n \delta(t-t_i) \cdot d(t_i))^2}{2\sigma^2}}$$

где  $Q_m$  – измеренное значение амплитуды сигнала. В рамках метода максимального правдоподобия можно найти  $Q, t_0, x_0, d(t_1), d(t_2), \dots, d(t_n)$ . Введем в рассмотрение вектор  $V(Q, t_0, x_0, d(t_1), d(t_2), \dots, d(t_n))$ . Элементы симметричной матрицы  $(C^{-1})$ , обратной ковариационной для вектора  $V$ , имеют вид

$$c_{ij}^{-1} = n \cdot M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial v_i} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial v_j} \right],$$

где  $i=1, 2, \dots, n+3, j=1, 2, \dots, n+3$ . После оборачивания матрицы  $C^{-1}$  найдено, что для вычисления  $Q, t_0, x_0, d(t_1), d(t_2), \dots, d(t_n)$  достаточно шести измерений формы сигнала с периодом 50 нс. На рис. 14 представлена зависимость относительной точности восстановления координаты мюона от числа измерений амплитуды сигнала усилителя.

Основной вывод решенной задачи состоит в следующем:

- в условиях фона для 50 - нс периода измерения формы сигнала шесть точек практически обеспечивают предельно достижимую точность восстановления  $Q, t_0, x_0, d(t_1), d(t_2), \dots, d(t_n)$ .

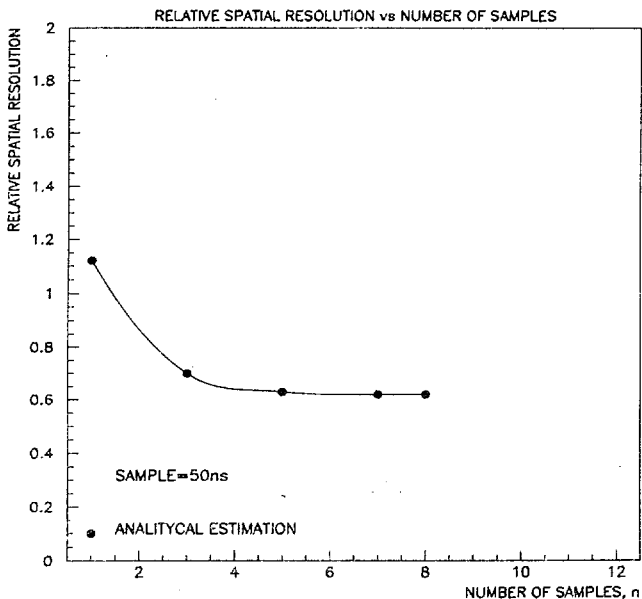


Рис. 14. Зависимость относительной точности восстановления координаты мюона от числа измерений формы сигнала

## ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ШИРИНЫ СТРИПА (РАДИУСА), КООРДИНАТЫ И ВРЕМЕНИ ПРОЛЕТА ОДИНОЧНОГО МЮОНА ОТ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ АМПЛИТУДЫ СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ НЕКОРРЕЛИРОВАННОГО ФОНА

В отличие от предыдущей задачи, будем исходить из того, что радиус пересечения МПК мюоном не известен. Принимая во внимание, что стрип МПК имеет радиальную структуру, ширину стрипа ( $W$ ) можно вычислить как

$$W = \alpha \cdot R,$$

где  $\alpha$  - угол стрипа в радианах,

$R$  - радиус пересечения МПК мюоном.

Развитие заряда на стрипах во времени можно представить как

$$Q \cdot f(t - t_0) \cdot G(x - x_0, W) + d(t),$$

где  $Q$  - заряд мюона, измеренный на катоде,

$f$  - зависимость развития нормализованного заряда от времени  $t$  (см. рис. 3),

$t_0$  - положение максимума  $f$ ,

$x_0$  - координата мюона,

$x$  - координата центра стрипа,

$G$  - зависимость доли заряда в стрипе от  $x - x_0$  и  $W$ ,

$d$  - случайная величина, определяемая нагрузкой МПК в момент времени  $t$ .

Предположим, что плотность распределения ошибки измерения сигнала подчинена нормальному закону:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{(Q_m - Q \cdot f(t-t_0) \cdot G(x-x_0, W) - \sum_{i=1}^n \delta(t-t_i) \cdot d(t_i))^2}{2\sigma^2}},$$

где  $Q_m$  - измеренное значение амплитуды сигнала. В рамках метода максимального правдоподобия можно найти  $Q$ ,  $t_0$ ,  $x_0$ ,  $W$ ,  $d(t_1)$ ,  $d(t_2)$ , ...,  $d(t_n)$ . Введем в рассмотрение вектор  $V(Q, t_0, x_0, W, d(t_1), d(t_2), \dots, d(t_n))$ . Элементы симметричной матрицы  $(C^{-1})$ , обратной ковариационной для вектора  $V$ , имеют вид

$$c_{ij}^{-1} = n \cdot M \left[ \frac{\partial \ln p}{\partial v_i} \cdot \frac{\partial \ln p}{\partial v_j} \right],$$

где  $i=1, 2, \dots, n+4$ ,  $j=1, 2, \dots, n+4$ . После оборачивания матрицы  $C^{-1}$  найдено, что для вычисления  $Q$ ,  $t_0$ ,  $x_0$ ,  $W$ ,  $d(t_1)$ ,  $d(t_2)$ , ...,  $d(t_n)$  достаточно шести измерений формы сигнала с периодом 50 нс. Зависимость относительной точности восстановления координаты мюона от числа измерений формы сигнала усилителя полностью совпадает с результатами, представленными на рис. 14.

Основной вывод решенной задачи состоит в следующем:

- в условиях фона для 50 - нс периода измерения формы сигнала шесть точек практически обеспечивают предельно достижимую точность восстановления  $Q$ ,  $t_0$ ,  $x_0$ ,  $W$ ,  $d(t_1)$ ,  $d(t_2)$ , ...,  $d(t_n)$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для усилителя <<Катод-1М>> проведенное исследование влияния параметров схемы выборки и хранения экспериментальных данных установки CMS на восстановление координаты и временной характеристики мюонов показало следующее:

- период считывания состояния детектирующей аппаратуры в 50 нс приводит в худшем случае к потере 12% координатной точности при однократном измерении формы сигнала;
- для восстановления координаты мюона и момента пересечения им МПК достаточно использовать шесть измерений формы сигнала, что обеспечивает улучшение координатной точности в среднем в 1,6 раза;
- для восстановления координаты мюона и момента пересечения им МПК в условиях некоррелированного фона достаточно использовать восемь измерений формы сигнала, при этом, если расстояние между частицами менее 5 мм и они отстоят друг от друга менее, чем на 100 нс, точность быстро деградирует;
- моменты пересечения МПК мюонами могут быть использованы как дополнительное решающее правило в задаче поиска траекторий.

Авторы выражают благодарность И.А. Голутвину за постоянный интерес и поддержку работы, а также коллегам из ЛФЧ за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] ATLAS Collaboration, Technical Proposal for a General Purpose pp Experiment at the Large Hadron Collider at CERN, CERN/LHCC/94-93, LHCC/P2, 15 December 1994.
- [2] CMS. The Compact Muon Solenoid. Technical Proposal. CERN/LHCC 94-38, LHCC/P1, Geneva, Switzerland, 1994.  
CMS. The Muon Project. Technical Design Report. CERN/LHCC 97-32, CMS TDR 3, Geneva, Switzerland, 1997.
- [3] R. Breedon, H. Cooper, B. Holbrook, et al., A 16-Channel, 96-Cell Switched Capacitor Array for the CMS ENDCAP Muon System, CMS CR 1998/007, 1998.
- [4] I. Golutvin, N. Gorbunov, V. Karjavin, et al., The study of CSC Strip Readout Electronics Operation at High Background Rates, CMS IN 1999/055, 1999.
- [5] V. Tchekhovski ME1/1 Front-End Chips, EMU-ME1/1 Meeting, CERN, September 1999, to be published.
- [6] К.А. Зубов, В.Ю. Каржавин, С.А. Мовчан, П.В. Мойсенз, Математическое обеспечение многопроволочной пропорциональной камеры с катодным считыванием информации. ОИЯИ, P10-99-118, Дубна, 1999.
- [7] A. Chvirov, I. Golutvin, I. Gramenitsky, et al., Bunch Crossing Identification Study on MF1 Prototype Beam Test Data, CMS TN/95-161, 1995.
- [8] E. Gatti et al., Nucl. Instr. And Meth. 163 (1979) 83.

Рукопись поступила в издательский отдел  
2 августа 2000 года.