сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р10 - 12712

Р.М.Гасанбеков, Г.А.Емельяненко, В.Г.Одинцов

ПОЛУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРЕКОВ С УЧЕТОМ ФАКТОРИЗОВАННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ МАТРИЦ

1979

P10 - 12712

Р.М.Гасанбеков,* Г.А.Емельяненко, В.Г.Одинцов

ПОЛУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРЕКОВ С УЧЕТОМ ФАКТОРИЗОВАННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ МАТРИЦ

*Институт физики АН АзССР.

Р10 - 12712

Гасанбеков Р.М., Емельяненко Г.А., Одинцов В.Г.

Получение параметров прямолинейных треков с учетом факторизованного представления информационных матриц

Разработан быстрый алгоритм для восстановления кинематических параметров заряженных частиц. Определение параметров треков производилось с учетом факторизованного представления полной матрицы ошибок. Получено удобное аналитическое представление формул для вычисления параметров прямолинейных треков. Продолжительность обработки отдельного события сокращена до сотых долей секунды на ЭВМ СДС 6500.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

P10 - 12712

Gasanbekov R.M., Emeljanenko G.A., Oditsov V.G.

Determination of Parameters of Linear Tracks with Factorized Representation of Information Matrices Considered

A rapid algorithm to reconstruct kinematic parameters of charged particles is developed. Determination of track parameters was performed taking account of factorized representation of error total matrice. Appropriate analytical representation of formulae to calculate parameters of linear tracks has been obtained. Procession time for a separate event is reduced up to hundredths of second on the CDC-6500 computer.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В работах [1,2] был предложен метод определения кинематических параметров заряженных частиц с учетом полной матрицы ошибок в факторизованном представлении. Это позволило существенным образом снизить продолжительность расчетов и сократить объем оперативной памяти ЭВМ.

Настоящая работа имеет непосредственной целью решение конкретной задачи обработки информации со спектрометрического комплекса "Гиперон" [3]. В соответствии с проектом исследовательской программы с этого спектрометра ожидаются значительные потоки экспериментальной информации. В этой связи кардинальное сокращение продолжительности обработки /офф-лайн/ событий на ЭВМ является задачей исключительно важной. Поэтому в отличие от [1,2] в данной работе формулы для вычисления кинематических параметров треков заряженных частиц с учетом факторизованного представления информационных матриц были получены в аналитическом виде.

ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТРЕКОВ

Для получения оценок кинематических параметров прямолинейных треков заряженных частиц воспользуемся математической моделью обработки трековой информации, описанной в работе [2].

Сохраним все предположения, сделанные в этой модели, относительно детектирующей аппаратуры за исключением одного. Будем полагать, что внешние поля /магнитное, электрическое/ в пространстве отсутствуют. В этом случае форма следа заряженной частицы, зарегистрированного в объеме детектора, будет обусловлена только случайными процессами: многократным кулоновским рассеянием, кратным /ядерным/ рассеянием, аппаратурными погрешностями.

Назовем этот след, заданный набором координат N точек $\{M_k(x, y, z)\}_{k=0}^{N}$ в пространстве детектора, треком частицы, или измеренной траекторией. Модельная же траектория движения заряженной частицы при отсутствии внешних полей опишется уравнением прямой линии в пространстве.

Условимся в дальнейшем все рассуждения, связанные с нахождением оценок параметров модельной траектории, проводить для одной из ее проекций, например YOX, поскольку упомянутые выше случайные факторы, изменяющие форму траектории частицы, действуют независимо в YOX- и ZOX -плоскостях.

Поиск параметров трека заряженной частицы будем осуществлять исходя из требования максимальности функции правдоподобия:

$$L = (2\pi)^{-N/2}\ |C|^{-1/2} \exp[-\frac{1}{2}\Delta Y C^{-1} \Delta Y^{T}]^{*}, \qquad /1/$$

где $\Delta Y = Y - \langle Y \rangle$, $Y = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_N\}$** - случайный вектор-строка измеренных координат точек на треке, $\langle Y \rangle = \{\langle Y_1\rangle, \langle Y_2\rangle, \ldots, \langle Y_N\rangle\}$ - вектор средних /модельных/ значений для Y:

$$C = \Sigma_{кул} + \Sigma_{изм},\quad C^{-1} = (\Sigma_{кул} + \Sigma_{изм})^{-1};$$

$\Sigma_{кул.}$ - ковариационная матрица кулоновского рассеяния,
$\Sigma_{изм.}$ - матрица аппаратурных погрешностей /1,2/.

Воспользуемся результатами работы /2/ и перепишем функцию правдоподобия /1/ с учетом факторизованного представления информационных матриц:

$$L = (2\pi)^{-N/2} [\prod_{k=1}^{N} \Delta s_k^2 \prod_{i=1}^{N} (\det{}^2 V_i^{-1} \det{}^2 Q_i^{-1} \det \omega_i^{-1})] \times$$
$$\times \exp[-\frac{1}{2}\Delta U D \Delta U^{T}]. \qquad /2/$$

Здесь вектор-строка случайных величин записан в новом представлении:

$$\Delta U = [\Delta t_1 V_1 Q_1, (\sum_{k=1}^{2} \Delta t_k V_k) Q_2, \ldots, (\sum_{k=1}^{m} \Delta t_k V_k) Q_m], \qquad /3/$$

а матрица ошибок D является диагональной:

$$D = \begin{bmatrix} \omega_1 & & & 0 \\ & \omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \omega_m \end{bmatrix}. \qquad /4/$$

---

* Здесь и далее знак T означает транспонирование.

** Везде далее будем полагать, не теряя общности, что $N=2m$, т.е. число измеренных на треке точек четно.

Матрицы $\{V_i\}_{i=1}^{m}$, $\{Q_i\}_{i=1}^{m}$, $\{\omega_i\}_{i=1}^{m}$ имеют размерность [2,2] и описаны в работе /2/.

Вектор Δt в /3/ имеет вид

$$\Delta t = \delta t - \langle \delta t \rangle, \qquad /5/$$

где

$$\delta t = \{(t_1, t_2 - t_1), (t_3 - t_2, t_4 - t_3), \ldots, (t_{N-1} - t_{N-2}, t_N - t_{N-1})\},$$
$$/6/$$
$$\langle \delta t \rangle = \{(\langle t_1\rangle, \langle t_2\rangle - \langle t_1\rangle), (\langle t_3\rangle - \langle t_2\rangle, \langle t_4\rangle - \langle t_3\rangle), \ldots,$$
$$\ldots, (\langle t_{N-1}\rangle - \langle t_{N-2}\rangle, \langle t_N\rangle - \langle t_{N-1}\rangle)\},$$

$$t_1 = \frac{Y_1}{\Delta s_1},\quad t_k = \frac{Y_k - Y_{k-1}}{\Delta s_k},\quad k = 2, \ldots, N, \qquad /7/$$

$$\langle t_1\rangle = \frac{\langle Y_1\rangle}{\Delta s_1},\quad \langle t_k\rangle = \frac{\langle Y_k\rangle - \langle Y_{k-1}\rangle}{\Delta s_k},\quad k = 2, \ldots, N.$$

Процедура нахождения оценок параметров трека связывается с минимизацией функционала, записанного в показателе экспоненциального множителя в выражении /2/.

$$\chi^2 = -\frac{1}{2}\Delta U D \Delta U^{T}, \qquad /8/$$

YOX- проекция модельной траектории опишется уравнением прямой

$$\langle Y \rangle = ax + b. \qquad /9/$$

В этом случае выражения /7/ для переменных $\{t_k\}_{k=1}^{N}$ и $\{\langle t_k\rangle\}_{k=1}^{N}$ примут вид:

$$t_1 = \frac{Y_1}{\Delta s_1},\quad t_k = \frac{Y_k - Y_{k-1}}{\Delta s_k},\quad k = 2, \ldots, N, \qquad /10/$$

$$\langle t_1\rangle = a + \frac{b}{\Delta s_1},\quad \langle t_k\rangle = a,\qquad k = 2, \ldots, N^{*}$$

и вектор-строка случайных величин /3/ запишется следующим образом:

---

*Здесь предположено, что частицы вылетают в узком конусе под малыми углами к оси OX, т.е. $\Delta s_k \approx x_k - x_{k-1}$, $k = 1, \ldots, N$.

В противном случае $\Delta s_k \approx \Delta x_k \cdot \sqrt{1 + t_k^2}$.

$$\Delta U = \{ \sum_{k=1}^{i} [(t_{2k-1} - t_{2k-2}, t_{2k} - t_{2k-1}) V_k] Q_i - (a + \frac{b}{\Delta s_1}, - \frac{b}{\Delta s_1}) V_1 Q_i \}_{i=1}^{m} . \qquad /11/$$

Принимая во внимание выражения /3/, /4/ и выполнив соответствующие перемножения матриц в /11/, перепишем функционал /8/ в несколько ином виде:

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \{ \sum_{i=1}^{m} \{ t_1 [v_{11} - v_{21} + (v_{12} - v_{22}) q_i] - a[v_{11} + v_{12} q_i] -$$

$$- \frac{b}{\Delta s_1} [v_{11} - v_{21} + (v_{12} - v_{22}) q_i] + t_2 (v_{21} + v_{22} q_i) + \qquad /12/$$

$$+ [\sum_{k=2}^{i} \delta t_k V_k]_1 + [\sum_{k=2}^{i} \delta t_k V_k]_2 q_i \}^2 \times {}^{(i)}\omega_{11} + \sum_{i=1}^{m} \{ t_1 (v_{12} - v_{22}) -$$

$$- a v_{12} - \frac{b}{\Delta s_1} (v_{12} - v_{22}) + t_2 v_{22} + [\sum_{k=2}^{i} \delta t_k V_k]_2 \}^2 \times {}^{(i)}\omega_{22} \} .$$

Здесь $V_1 = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$, $Q_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ q_i & 1 \end{bmatrix}$, $q_i = \frac{{}^{(i)}a_{21}}{{}^{(i)}a_{11}}$,

$$\omega_i = \begin{bmatrix} {}^{(i)}\omega_{11} & 0 \\ 0 & {}^{(i)}\omega_{22} \end{bmatrix}, \; {}^{(i)}\omega_{11} = {}^{(i)}a_{11}, \; {}^{(i)}\omega_{22} = {}^{(i)}a_{22} - \frac{{}^{(i)}a_{12} {}^{(i)}a_{21}}{{}^{(i)}a_{11}},$$

$$\delta t_k = \{ (t_{2k-1} - t_{2k-2}, t_{2k} - t_{2k-1}) \}_{k=2}^{m}, \; N = 2m. \qquad /13/$$

Введем следующие обозначения:

$$v_{12} - v_{22} = f, \quad v_{21} + v_{22} q_i = r_i, \qquad /14/$$

$${}^{(i)}\omega_{11} = \omega_i, \quad v_{11} + v_{12} q_i = p_i,$$

$${}^{(i)}\omega_{22} = o_i,$$

$$[\sum_{k=2}^{i} \delta t_k V_k]_1 = c_i, \quad c_1 = 0, \qquad /15/$$

$$[\sum_{k=2}^{i} \delta t_k V_k]_2 = d_i, \quad d_1 = 0,$$

$$g_i = c_i + d_i q_i, \; i = 2, \dots, m.$$

Тогда выражение /12/ с учетом /14/ и /15/ будет иметь вид:

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \{ \sum_{i=1}^{m} (t_1 p_i - t_1 r_i - a p_i - \frac{b}{\Delta s_1} p_i + \frac{b}{\Delta s_1} r_i +$$

$$+ t_2 r_i + g_i)^2 \omega_i + \sum_{i=1}^{m} (t_1 f - a v_{12} - \frac{b}{\Delta s_1} f + t_2 v_{22} + d_i)^2 o_i \} . \qquad /16/$$

Далее, дифференцируя функционал /16/ по параметрам a и b и приравняв производные к нулю, получим систему из двух уравнений:

$$t_1 \Sigma p_i^2 \omega_i - t_1 \Sigma r_i p_i^2 \omega_i - a \Sigma p_i^2 \omega_i - \frac{b}{\Delta s_1} \Sigma p_i^2 \omega_i +$$

$$+ \frac{b}{\Delta s_1} \Sigma p_i r_i \omega_i + t_2 \Sigma p_i r_i \omega_i + \Sigma g_i \omega_i p_i + t_1 f v_{12} \Sigma o_i -$$

$$- a v_{12}^2 \Sigma o_i + \frac{b}{\Delta s_1} f v_{12} \Sigma o_i + t_2 v_{12} v_{22} \Sigma o_i + v_{12} \Sigma d_i o_i = 0 ;$$

$$t_1 \Sigma p_i^2 \omega_i - 2 t_1 \Sigma p_i r_i \omega_i + t_1 \Sigma r_i^2 \omega_i - a \Sigma p_i^2 \omega_i +$$

$$+ a \Sigma p_i r_i \omega_i - \frac{b}{\Delta s_1} \Sigma p_i^2 \omega_i + 2 \frac{b}{\Delta s_1} \Sigma p_i r_i \omega_i - \frac{b}{\Delta s_1} \Sigma r_i^2 \omega_i - \qquad /17/$$

$$- t_2 \Sigma r_i^2 \omega_i + \Sigma g_i p_i \omega_i - \Sigma g_i r_i \omega_i + t_2 \Sigma r_i p_i \omega_i +$$

$$+ t_1 f^2 \Sigma o_i - a v_{12} f \Sigma o_i - \frac{b}{\Delta s_1} f^2 \Sigma o_i + t_2 v_{22} f \Sigma o_i +$$

$$+ f \Sigma d_i o_i = 0.$$

Разрешив систему уравнений /17/ относительно a и b с учетом обозначений /13/-/15/ и принимая во внимание, что $\beta_k = W_k V_k^T$, $\beta_k = \beta_k^T$ /2/, получим следующие выражения для кинематических параметров прямолинейных треков:

$$a = t_2 + \frac{\det \overset{F}{\left[\sum_{i=2}^{m} \delta t_i W_i^T \right]}}{\det W_1},$$

$$\frac{b}{\Delta s_1} = t_1 - t_2 + \frac{k(a-t_2)}{FP^T} + \frac{P \sum_{i=2}^{m} W_i \, \delta t_i^T}{FP^T} . \qquad /18/$$

Здесь $F=(w_{11}-w_{12}, w_{21}-w_{22})$, $P=(v_{11}, v_{12})$, $k=v_{11}w_{11}+v_{12}w_{21}$.

На основе полученных выше результатов была написана программа для определения кинематических параметров прямолинейных треков заряженных частиц в условиях спектрометра "Гиперон". С помощью этой программы были произведены расчеты параметров треков для различных вариантов геометрий установки и различных конфигураций детектирующей аппаратуры.

Для сравнения эти параметры восстанавливались также с помощью простого и наиболее часто употребляемого метода, который предполагает одинаковость измерительных ошибок для всех точек трека. Выигрыш в точности определения параметров треков в результате применения описанного в данной работе метода составил от 3 до 30% для различных вариантов геометрий установки. Продолжительность же обработки отдельного события с учетом полной матрицы ошибок была сокращена до сотых долей секунды на ЭВМ CDC-6500 ОИЯИ.

Все расчеты, связанные с определением параметров трека, производились с использованием моделированных событий /4/.

Таким образом, полученное новое аналитическое представление формул для расчета кинематических параметров прямолинейных треков позволило решить поставленную задачу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будагов Ю.А. и др. ОИЯИ, Р10-9950, Дубна, 1976.
2. Емельяненко Г.А., Одинцов В.Г. ОИЯИ, Р10-11127, Дубна, 1977.
3. Акименко С.А. и др ОИЯИ, 1-8948, Дубна, 1975.
4. Виноградов В.Б. и др. ОИЯИ, 1-10997, Дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 августа 1979 года.