

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



№/х-46

В-529

P1 - 9843

3979/2-76

Н.М.Вирясов, Р.М.Лебедев, В.П.Хен

АНАЛИЗ РОЖДЕНИЯ  $\rho^0$ -МЕЗОНА  
И  $\Delta^{++}$ -ИЗОБАРЫ В РЕАКЦИИ  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$   
ПРИ 5 ГэВ/с  
ПРИ ПОМОЩИ ОКРУЖНОСТЕЙ  
В ПРОСТРАНСТВЕ СКОРОСТЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО

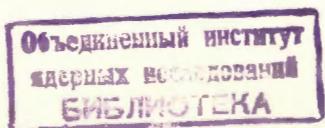
**1976**

P1 - 9843

Н.М.Вирясов, Р.М.Лебедев, В.П.Хен

АНАЛИЗ РОЖДЕНИЯ  $\rho^0$ -МЕЗОНА  
и  $\Delta^{++}$ -ИЗОБАРЫ В РЕАКЦИИ  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$   
ПРИ 5 ГэВ/с  
ПРИ ПОМОЩИ ОКРУЖНОСТЕЙ  
В ПРОСТРАНСТВЕ СКОРОСТЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО

Направлено на XVIII Международную конференцию  
по физике высоких энергий (Тбилиси, 1976)



## S U M M A R Y

The velocities of all particle of the reaction  $\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$  are represented as a system of six points in the three-dimensional Lobachevsky velocity space<sup>/4/</sup>. Based on such a kinematic representation, the  $\rho^0$ -meson and  $\Delta^{++}$ -isobar production in the reaction is investigated. In order to select these resonances, we have used two invariants of the Lorentz group built by means of a flat line of rotation in the Lobachevsky velocity space. The proposed method allows  $\rho^0$ -meson and  $\Delta^{++}$ -isobar production to be selected both at low and high values of four-momentum transfers. This is shown by the analysis of standard characteristics of the selected event groups and the calculations by the OPER model<sup>/7/</sup>.

### I. ВВЕДЕНИЕ

В работе<sup>/5/</sup> показаны некоторые возможности анализа реакции



при импульсе 5 ГэВ/с методом пространства скоростей Лобачевского<sup>/12/</sup>. Здесь мы приводим результаты анализа образования  $\rho^0$ -мезона и  $\Delta^{++}$ -изобары в таком же подходе в следующих каналах реакций /1/:



Для выделения каналов /2/, /3/ были использованы два инварианта группы Лоренца, построенные при помощи плоской линии вращения в пространстве скоростей Лобачевского. Это позволило выделить  $\rho^0$ -мезон и  $\Delta^{++}$ -изобару как с малыми, так и большими значениями квадратов переданных им 4-импульсов /от пучковой частицы и мишени соответственно/.

## **II. КИНЕМАТИКА И ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО**

В пространстве скоростей Лобачевского /1-3/ введем декартову систему координат XYZ с началом в некоторой точке с, изображающей скорость /3/ системы центра масс реакции /1/. Вектор скорости i -ой частицы реакции /1/ в этой системе координат определяется проекциями  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  на координатные оси X, Y, Z. Проекции скоростей  $(x_i, y_i, z_i)$ , называемые бельтрамиевыми координатами в пространстве скоростей Лобачевского /2,4/, можно вычислять по формулам:

$$x_i = \frac{P_i^x}{E_i}, \quad y_i = \frac{P_i^y}{E_i}, \quad z_i = \frac{P_i^z}{E_i}, \quad i = \pi_b^-, p_t, p, \pi^+, \pi_1^-, \pi_2^-, \quad /4/$$

где  $P_i^x$ ,  $P_i^y$ ,  $P_i^z$ ,  $E_i$  - компоненты импульса и полная энергия  $i$ -ой частицы в с.ц.м. реакции /1/.

На рис. 1а показано представление кинематики реакции /1/ в пространстве скоростей Лобачевского. Точка с координатами  $x_c = y_c = z_c = 0$  представляет скорость

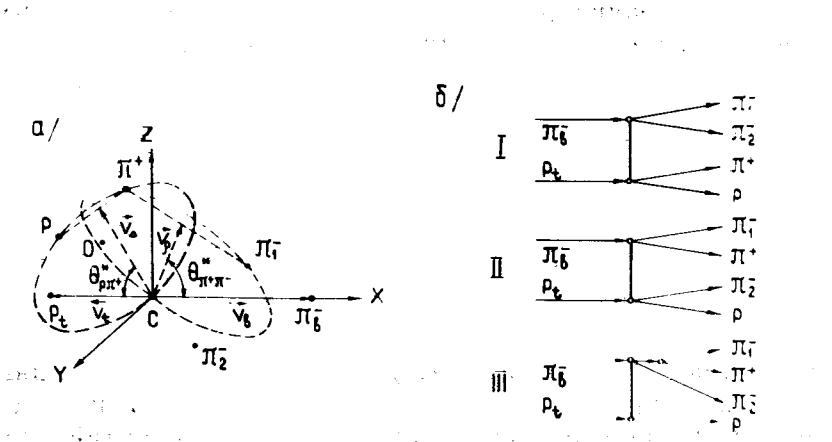


Рис. 1. а/ Кинематика реакции  $\pi^- p_t \rightarrow p^+ \pi_1^- \pi_2^+$  в пространстве скоростей Лобачевского. б/ I, II - диаграммы, описывающие реакцию /I/ в модели ОРЕК; III - диаграмма, учитывающая образование  $A_2$ -мезона.

с.ц.м. реакции /1/. Точками  $\pi_b^-$ ,  $p_1$ ,  $p$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi_1^-$ ,  $\pi_2^-$  изображены концы векторов скоростей соответствующих частиц, заданных в с.ц.м. реакции /1/<sup>x</sup>.

В таком представлении кинематики рассмотрим известную величину  $\theta_{\pi^+\pi^-}^*$  — угол между вектором скорости  $V_b$  пучка  $\pi_b^-$  и вектором суммарной скорости  $V_\rho$  пары  $(\pi^+\pi^-)$  /рис. 1а/. Угол  $\theta_{\pi^+\pi^-}^*$  является лоренци-инвариантной функцией бельтрамиевых координат точек  $s$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ . Следовательно, величина угла  $\theta_{\pi^+\pi^-}^*$  характеризует взаимное расположение этих точек, далее называемое словом “структура”. Если пары  $(\pi^+\pi^-)$  являются продуктами распадов  $\rho^\circ$ -мезонов, то, как известно, в распределении по  $\theta_{\pi^+\pi^-}^*$  наблюдается концентрация вылета этих пар в области малых углов. В этой особенности должны проявляться корреляции в структуре точек  $s$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ , вызванные рождением  $\rho^\circ$ -мезона.

Вместо угла  $\theta_{\pi^+ \pi^-}$  структуру точек  $s, \pi^+, \pi^-$  можно характеризовать следующим инвариантом группы Лоренца. Три точки  $s, \pi^+, \pi^-$  в пространстве скоростей Лобачевского определяют плоскую линию вращения, через них проходящую. В бельтрамиевых координатах эта линия представляется евклидовым эллипсом /6/ /пунктирная линия на рис. 1а/. Линия вращения характеризуется кривизной  $K(s\pi^+\pi^-)$ , однозначно определяемой по координатам точек  $s, \pi^+, \pi^-$ . Величина кривизны  $K(s\pi^+\pi^-)$  зависит, помимо прочего, от направления прямой распада  $\pi^+\pi^-$  относительно точки  $s$  /рис. 1а/.

Те же соображения справедливы для образования  $\Lambda^{++}$ -изобары. Три точки  $s$ ,  $p$ ,  $\pi^+$ , от которых зависит угол  $\theta_{p\pi^+}^*$  между векторами  $V_1$  и  $V_\Lambda$ /рис. 1а/, опре-

\* Взаимное расположение этих точек в пространстве скоростей Лобачевского не зависит от выбора системы координат XYZ, в которой определяются их координаты. Например, величина расстояния  $\rho_{jk}$  между точками j и k не изменится при переносе начала координат с системы XYZ в точку  $r_1$ /лабораторную систему отсчета/. Поэтому расстояние  $\rho_{jk}$  в пространстве скоростей Лобачевского является лоренц-инвариантным. В физике его называют быстротой.

деляют плоскую линию вращения, через них проходящую. Вместо угла  $\theta_{\pi^+}^*$  структуру этих точек будем характеризовать инвариантом

$$y_{\perp} = (1 - x_0^2)/(1 - x_0^2 - y_0^2 - z_0^2), \quad /5/$$

где  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  - координаты центра О этой линии вращения <sup>x</sup> рис. 1а/.

Ниже приводятся результаты применения предложенных инвариантов  $K(c\pi^+\pi^-)$  и  $y_{\perp}$  к исследованию каналов /2/ и /3/.

### III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

#### 1. Канал с $\rho^0$ -мезоном

На рис. 2 приведено распределение для 3200 событий реакции /1/ по кривизне  $K(c\pi^+\pi^-)$  /ступенчатая гистограмма/. Кривая, изображаемая точками, показывает распределение моделированных событий реакции /1/ /события моделировались согласно статистической гипотезе по методу Монте-Карло - программа FOWL /11/. Видно, что при  $K(c\pi^+\pi^-) \approx 0$  минимуму фазовой кривой соответствует пик в экспериментальном распределении.

Мы исследовали гипотезу о том, что этот эффект обусловлен образованием  $\rho^0$ -мезона в реакции /1/. Для проверки этой гипотезы были сделаны теоретические расчеты по модели OPER /7/, в рамках которой реакции /1/ соответствует пара диаграмм I, II /рис. 1б/. Штрих-пунктирная линия на рис. 2 представляет расчет по этой модели. Видно, что модель OPER качественно воспроизводит экспериментальный эффект в области  $K(c\pi^+\pi^-) \approx 0$ .

<sup>x</sup> Выбор инварианта  $y_{\perp}$  обусловлен тем, что среди точек  $c$ ,  $p$ ,  $\pi^+$  имеется барион  $p$ , одночастичные распределения которого в пространстве скоростей Лобачевского отличаются от распределений  $\pi^0$ -мезонов.

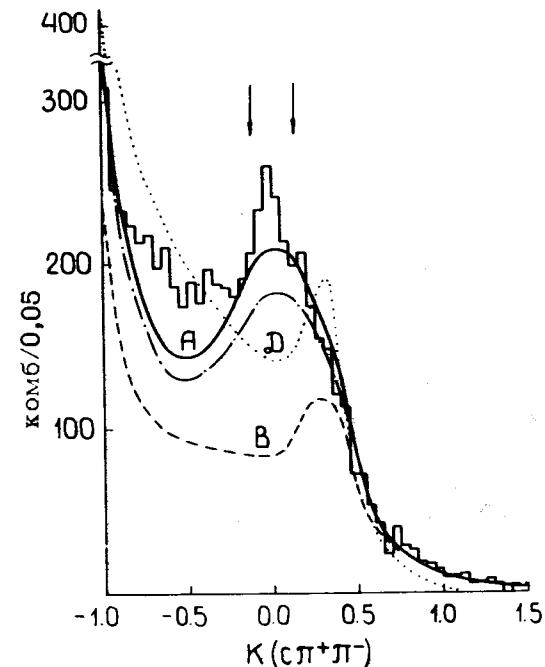


Рис. 2. Распределение по кривизне  $K(c\pi^+\pi^-)$  плоской линии вращения, проходящей через точки  $c$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  в пространстве скоростей Лобачевского; - - - модель OPER; — — модель OPER с учетом  $A_2^-$ -мезона; - · - вклад фона по модели OPER с учетом  $A_2^-$ -мезона; · · · · фазовая кривая.

Для лучшего описания экспериментальных данных к модели OPER была добавлена диаграмма III /рис. 1б/, описывающая рождение  $A_2^-$ -мезона в реакции /1/ с распадом  $A_2^- \rightarrow \rho^0\pi^-$ . Расчет по модели OPER с учетом  $A_2^-$ -мезона (OPER + A2) показан сплошной линией А на рис. 2. Видно, что учет  $A_2^-$ -мезона улучшает согласие с экспериментальным спектром. Широкий пик в области  $K(c\pi^+\pi^-) \approx 0$  обусловлен рождением  $\rho^0$ -мезона /см. диаграммы II, III/. Это следует из сравнения кривой А с кривой В, представляющей распределение вклада фоновых комбинаций /фоновыми комбинациями являются комбинации  $(\pi^+\pi_2^-)$  / в диаграммах II, III и комбинации

## Таблица

Резонанс	Огранич.	Параметры		Доля резонанса (%)
		$\chi^2$	NDF	
$\rho^\circ$	(6) $-0,15 < K(c\pi^+\pi^-) < 0,1$	55 32	0.763 $\pm 0.003$	0.108 $\pm 0.008$
	(8) $ t_{\pi^+\pi^-}  < 0,4 \text{ ГэВ}^2$	71 52	0.760 $\pm 0.050$	0.178 $\pm 0.016$
	(7) $1.0 < \chi_1 < 1.7$	29 22	1.206 $\pm 0.002$	0.050 $\pm 0.006$
	(9) $ t_{\rho\pi^+}  < 0,4 \text{ ГэВ}^2$	53 41	1.210 $\pm 0.003$	0.063 $\pm 0.010$

$(\pi^+\pi_2^-)$ ,  $(\pi^+\pi_i^-)$  в диаграмме I/. Таким образом, расчеты по модели (OPER + A2) не противоречат гипотезе о том, что в области  $K(c\pi^+\pi^-) \approx 0$  доминирует образование  $\rho^\circ$ -мезона. В соответствии с этим в распределении по  $K(c\pi^+\pi^-)$  была выделена область с границами

$$-0,15 < K(c\pi^+\pi^-) < 0,10,$$

/6/

которая исследовалась более детально. На рис. За приведен спектр масс  $M(\pi^+\pi^-)$  событий из области /6/. В спектре введен четкий пик в районе  $\rho^\circ$ -мезона. Спектр фитировался суммой распределения Брейта-Вигнера /в форме Джексона /9/ / и пунктирной фоновой кривой, вычисленной по модели (OPER + A2). Результаты фитирования приведены в табл. I, из которой видно, что подобранные значения массы  $M_0$  и ширины  $\Gamma_0$  хорошо согласуются с общепринятыми /10/.

На рис. 3б показано распределение событий из области /6/ по квадрату 4-импульса  $t'_{\pi^+\pi^-}$ , переданного от пучка  $\pi_b^-$  к паре  $(\pi^+\pi^-)$ . Это распределение хорошо описывается суммой двух экспонент ( $\chi^2/NDF = 75/75$ ) с параметрами наклонов  $b_1 = /10,5 \pm 2,0/ \text{ ГэВ}^{-2}$  и  $b_2 = /2,0 \pm 0,3/ \text{ ГэВ}^{-2}$ . Подобранная кривая изображена точками на рис. 3б. Как видно, в кинематической области /6/ наблюдается образование  $\rho^\circ$ -мезонов как с малыми, так и с большими  $t'_{\pi^+\pi^-}$  /пунктирной кривой на рис. 3б показано распределение фона, вычисленного по модели (OPER + A2)/. На рис. 3в приведено угловое распределение событий из области /6/ / $\theta_D$  - угол между векторами импульсов частиц  $\pi_b^-$  и  $\pi^+$  в системе покоя пары  $(\pi^+\pi^-)$ /. Это распределение согласуется с видом, характерным для распада  $\rho^\circ$ -мезона.

### 2. Канал с $\Delta^{++}$ -изобарой

В распределении по  $y_\perp$ /см. формулу /5// событий реакции /1/ при  $y_\perp \approx 1,3$  наблюдается превышение числа событий над фазовой кривой /распределение не приведено/. Расчеты по модели OPER не противоречат ги-

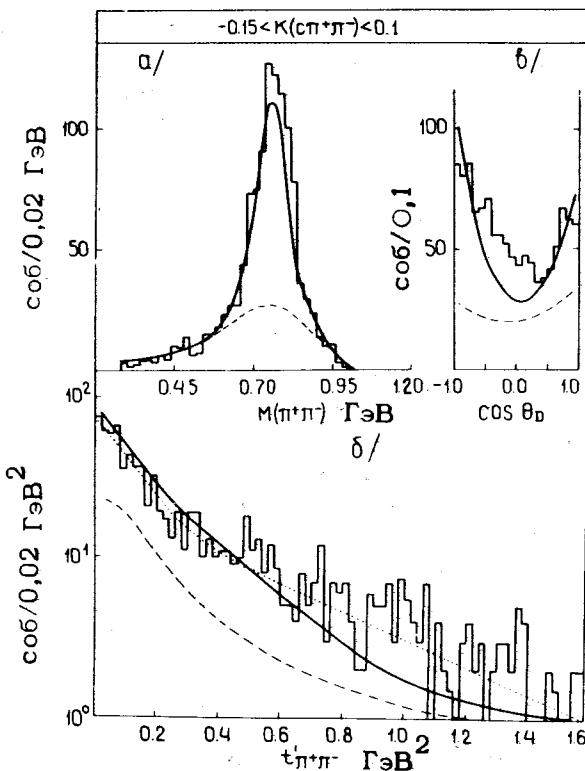


Рис. 3. Характеристики событий в области  $-0,15 < K(\pi^+\pi^-) < 0,1$ ; а/ спектр масс  $M(\pi^+\pi^-)$ , — модель (OPER+A2), - - - вклад фона по модели (OPER+A2); б/ спектр передач  $t'_{\pi^+\pi^-}$ , — модель (OPER+A2), ....., фит спектра суммой  $A \exp(-b_1 t'_{\pi^+\pi^-}) + B \exp(-b_2 t'_{\pi^+\pi^-})$ ; в/ распределение по  $\cos \theta_D$ , — модель (OPER+A2), - - - вклад фона по модели (OPER+A2).

попытке о том, что этот эффект вызван образованием  $\Delta^{++}$ -изобары. Этот вывод подтверждается при анализе характеристик событий из области эффекта.

На рис. 4б показан спектр эффективных масс  $M(p\pi^+)$  в области эффекта, выделенного границами

$$1,0 < \gamma_\perp < 1,7.$$

/7/

Пунктирной линией выделен вклад фоновой комбинации ( $p\pi^+$ ) от диаграммы II /рис. 1б/. Результаты фитирования этого спектра суммой распределения Брейта-Вигнера /в форме Джексона/ и пунктирной фоновой кривой приведены в таблице. На рис. 5а показано распределение событий в области /7/ по передаче  $t'_{p\pi^+}$  /от протона  $p_t$  мишени к паре  $(\pi^+\pi^-)$ /. Распределение хорошо описывается суммой двух экспонент  $\chi^2/NDF = 30/35$  с параметрами наклонов  $b_1 = /11,3 \pm 1,6/ \text{ ГэВ}^{-2}$  и  $b_2 = /2,2 \pm 0,3/ \text{ ГэВ}^{-2}$ . Подобранный кривой показана сплошной линией на рис. 5а. Как видно, имеются указания на то, что в кинематической области /7/ наблюдается образование  $\Delta^{++}$ -изобар как с малыми, так и с большими  $t'_{p\pi^+}$ . На рис. 5б приведено угловое распре-

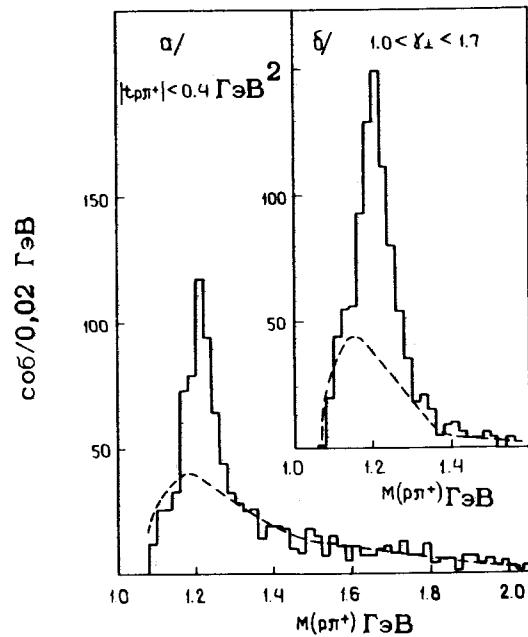


Рис. 4. Спектры  $M(p\pi^+)$ , полученные отбором а/ по передаче  $|t_{p\pi^+}| < 0,4 \text{ ГэВ}^2$  и б/ отбором по инвариантну  $1,0 < \gamma_\perp < 1,7$ ; - - - вклад фона по модели OPER.

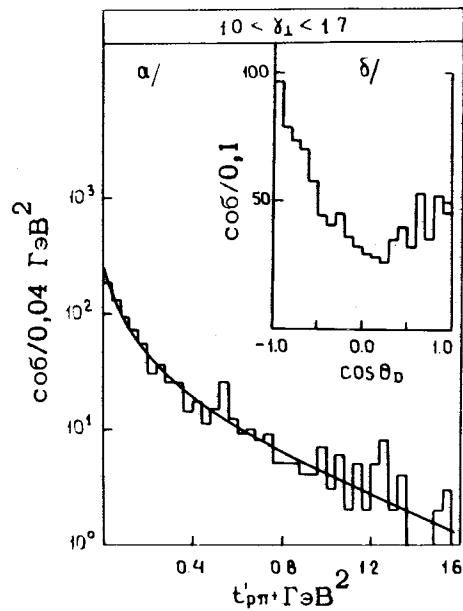


Рис. 5 а/. Распределение событий из области  $1,0 < \gamma < 1,7$  по передаче  $t'_{p\pi^+}$ ; — фит выражением  $A \exp(-b_1 t'_{p\pi^+}) + B \exp(-b_2 t'_{p\pi^+})$ .  
б/. Распределение событий из области  $1,0 < \gamma_\perp < 1,7$  по  $\cos \theta_D$ .

деление событий из области /7/  $\theta_D$  - угол между векторами импульсов частиц  $p_t$  и  $\pi^+$  в системе покоя пары  $(p\pi^+)$ . Это распределение не противоречит виду, характерному для распада  $\Delta^{++}$ -изобары.

Таким образом, метод пространства скоростей Лобачевского может быть использован для выделения каналов /2/, /3/ реакции /1/. Более того, этот метод дает возможность исследовать рождение  $\rho^0$ -мезонов и  $\Delta^{++}$ -изобар в области больших передач /13/. Как было показано выше, каждый из спектров передач на рис. 3б, 5а описывается суммой двух экспонент с резко различными параметрами наклонов. Такой вид спектров передач можно понять, предполагая два механизма образования  $\rho^0$ -мезонов и  $\Delta^{++}$ -изобар. Именно, прямой и каскадный <sup>x</sup>

механизмы образования этих резонансов. Очевидно, что в области больших передач можно ожидать заметный вклад каскадного механизма. Если критерии отбора /6/, /7/ действительно выделяют и каскадные  $\rho^0$ - и  $\Delta^{++}$ -резонансы, то их вклады должны проявиться в спектрах эффективных масс  $M(\pi^+\pi^-)$  и  $M(p\pi^+\pi^-)$ . Эти спектры показаны на рис. 6. Как видно, в спектре  $M(\pi^+\pi^-)$  /рис. 6а/ виден четкий пик в районе  $\Lambda_2^-$ -мезона, а в спектре  $M(p\pi^+\pi^-)$  /рис. 6б/ наблюдается пик в районе тяжелой изобары N(1688).

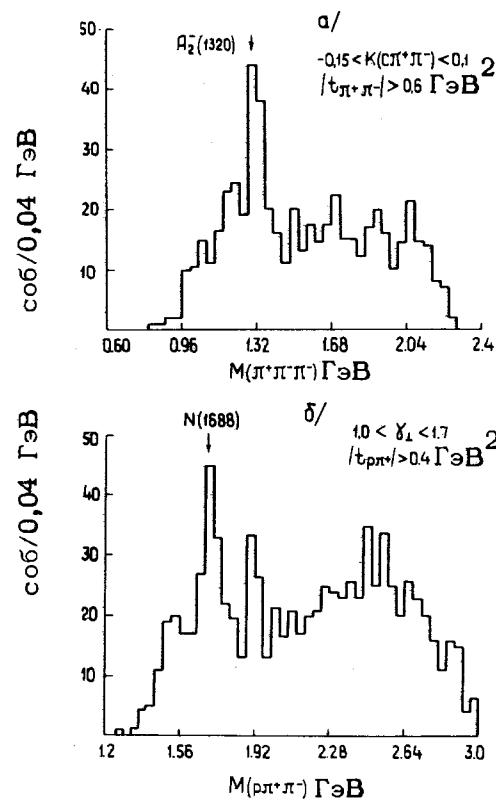


Рис. 6. а/. Спектр масс  $M(\pi^+\pi^-)$ ; полученный обрезаниями:  $-0,15 < K(\pi^+\pi^-) < 0,10$  и  $|t_{\pi^+\pi^-}| > 0,6 \text{ ГэВ}^2$ . б/. Спектр масс  $M(p\pi^+\pi^-)$ , полученный отбором:  $1,0 < \gamma_\perp < 1,7$  и  $|t_{p\pi^+}| > 0,4 \text{ ГэВ}^2$ .

<sup>x</sup>Например,  $\Lambda_2 \rightarrow \rho^0 \pi^-$  и  $N(1688) \rightarrow \Delta^{++} \pi^-$ .

#### IV. СРАВНЕНИЕ МЕТОДА ПРОСТРАНСТВА СКОРОСТЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО С МЕТОДОМ ОБРЕЗАНИЯ ПО ПЕРЕДАЧЕ

Известным методом выделения каналов /2/, /3/ является обрезание по передаче /8/. Поэтому представляется важным сравнение этого метода с предложенными критериями /6/, /7/ отбора каналов /2/, /3/.

На рис. 5а показан спектр  $M(p\pi^+)$ , полученный обрезанием по передаче

$$|t_{p\pi^+}| < 0.4 \text{ ГэВ}^2/\text{с} \quad /8/$$

Пунктирной линией показано распределение фона, рассчитанного по модели OPER. На рис. 7 приведен спектр  $M(\pi^+\pi^-)$ , полученный обрезанием

$$|t_{\pi^+\pi^-}| < 0.4 \text{ ГэВ}^2. \quad /9/$$

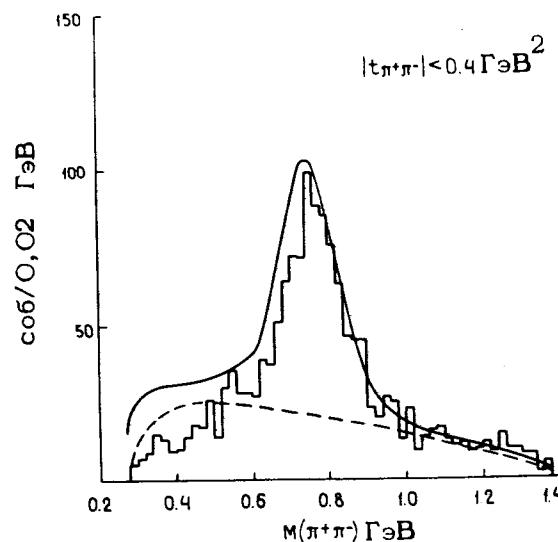


Рис. 7. Спектр массы  $M(\pi^+\pi^-)$ , полученный обрезанием  $|t_{\pi^+\pi^-}| < 0.4 \text{ ГэВ}^2$ ; — модель (OPER+A2); - - - фон по модели (OPER+A2).

Пунктирной линией показано распределение фона, рассчитанное по модели (OPER + A2). Результаты фитирования каждого из этих спектров суммой распределения Брейта-Вигнера /в форме Джексона/ и соответствующей фоновой кривой приведены в таблице. В этой же таблице приведены результаты фитирования спектров масс  $M(\pi^+\pi^-)$ , ,  $M(p\pi^+)$ , полученные отборами /6/, /7/.

Из таблицы видно, что методом пространства скоростей Лобачевского удается выделить каналы /2/, /3/ не хуже, чем обрезанием по передаче. Наглядной иллюстрацией качества выделения в реакции /1/  $\rho^0$ -мезона и  $\Delta^{++}$ -изобары при помощи критериев отбора /6/, /7/ являются спектры, показанные на рис. 8. Здесь заштрихованными гистограммами представлены распределения по  $M(\pi^+\pi^-)$  и  $M(p\pi^+)$  событий, отброшенных критериями отбора /6/, /7/.

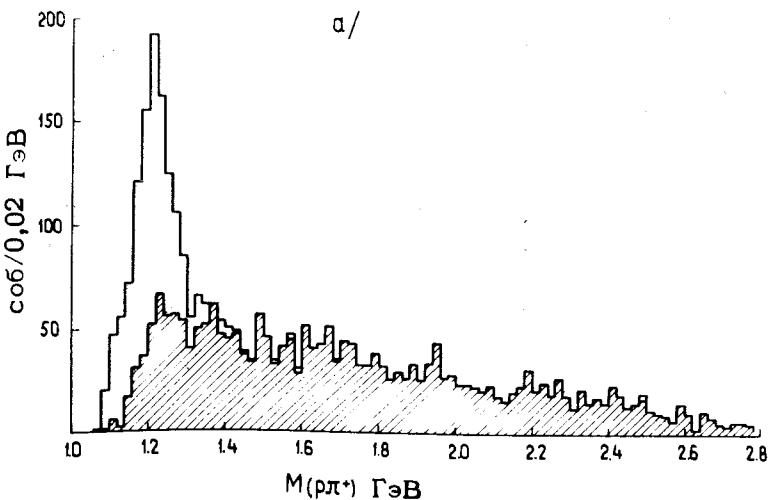


Рис. 8а. Заштрихован спектр массы  $M(p\pi^+)$  для событий, не попавших в область  $1.0 < \gamma_{\perp} < 1.7$ .

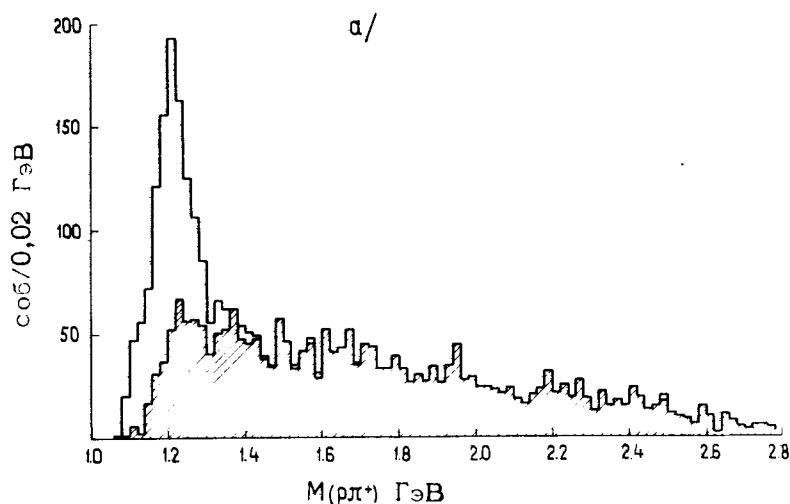


Рис. 8б. Заштрихован спектр масс  $M(\pi^+\pi^-)$  для событий, не попавших в область  $-0,15 < K(\pi^+\pi^-) < 0,10$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом пространства скоростей Лобачевского выделены группы событий, соответствующие образованию  $\rho^0$ -мезона и  $\Lambda^{++}$ -изобары в реакции /1/.

В заключение авторы считают своим долгом поблагодарить участников сотрудничества Дубна - Берлин - Кошице - Улан-Батор, предоставивших возможность опробовать новый метод на своем материале.

Мы также выражаем благодарность В.А.Белякову, Э.Г.Бубелеву, М.И.Подгорецкому, И.С.Сайтову, П.А.Темникову и Б.А.Шахбазяну за полезные советы и критические замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.П.Котельников. *Принцип относительности и геометрия Лобачевского. Сб."In memoriam N.I.Lobachevsky", 2,37, Изд. КГУ, Казань, 1927.*
2. В.А.Фок. *Теория пространства, времени и тяготения. ГИТТЛ, М., 1955.*
3. Н.А.Черников. *Научные доклады высшей школы. Физ.-мат. серия, 2, 158, 1958; Препринт ИТФ-68-44, Киев, 1968.*
4. Н.А.Черников. *Физика элементарных частиц и атомного ядра. Т. 4, вып. 3, 773, 1973.*
5. Н.М.Вирясов и др. *ОИЯИ, Р1-9258, Дубна, 1975.*
6. В.П.Хен. *ОИЯИ, Р1-9100, Дубна, 1975.*
7. Л.А.Пономарев. *Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 7, вып. 1, 186, 1976.*
8. К.Г.Боресков и др. *ОИЯИ, Р1-8163, Дубна, 1974.*
9. J.D.Jackson. *Nuovo Cim., 33, 906, 1964.*
10. Particle Data Group. *Phys.Lett., 39B, 1, 1972.*
11. F.James. *FOWL. A Monte-Carlo Event Generation Program. CERN Program Library, W505.*
12. В.А.Беляков, Э.Г.Бубелев, Е.С.Кузнецова. *Письма в ЖЭТФ, 8, 4, 197, 1968.*
13. В.В.Глаголев и др. *ОИЯИ, 1-9842, Дубна, 1976.*

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 июня 1976 года.