

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P1-97-306

Л.Г.Афанасьев, О.О.Воскресенская, В.В.Язьков\*

ОТНОШЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ОБРАЗОВАНИЯ ПАР  
РАЗНОИМЕННО ЗАРЯЖЕННЫХ ПИОНОВ  
В СВОБОДНОМ  
И АТОМНО-СВЯЗАННОМ СОСТОЯНИЯХ

---

\*Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ,  
Дубненский филиал

1997

Отношение сечений образования пар разноименно заряженных пионов в свободном и атомно-связанном состояниях

Рассматривается точность формулы, связывающей сечение рождения атомно-связанных состояний, образованных парами разноименно заряженных пионов, с двойным дифференциальным сечением образования таких пар в свободном состоянии. Показано, что при достаточно общем предположении о матричном элементе образования пар отношение этих сечений практически не зависит от матричного элемента и равно отношению квадратов волновых функций, описывающих конечные состояния пар частиц, с точностью до величин порядка  $\alpha^2$ . По ранее опубликованным экспериментальным данным уточнена оценка времени жизни  $\pi^+\pi^-$ -атома.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Afanasyev L.G., Voskresenskaya O.O., Yazkov V.V.

P1-97-306

Ratio of Production Cross Sections for Pairs of Opposite Charged Pions in the Free and Atomic-Bound States

An accuracy of the formula which expresses the production cross section of atomic-bound states of opposite charged pions in terms of the double differential cross section of such pair production in the free states is considered. It is shown that for a rather general form of the matrix element of the pair production a ratio of these cross sections almost does not depend on the matrix element and equals to the ratio of the squared wave functions of the final states with accuracy up to  $\alpha^2$ -terms. Based on the previously published experimental data an estimation of the  $\pi^+\pi^-$ -atom lifetime is refined.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1997

# 1. Точность формул для сечения образования атомно-связанном состояниях заряженных пионов

В настоящее время на стадии создания установки находится эксперимент DIRAC по точному измерению времени жизни атомно-связанного состояния  $\pi^+$  и  $\pi^-$  мезонов ( $\pi^+\pi^-$ -атома —  $A_{2\pi}$ ). Целью данной работы является проверка точности некоторых соотношений, на которых основано получение физического результата в этом эксперименте.

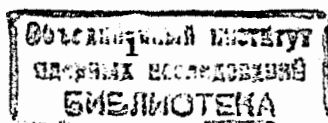
В работе [1], основываясь на соотношениях квантовой механики, была получена формула, связывающая сечения образования элементарных атомов с двойным инклюзивным сечением образования частиц, составляющих атом. Для случая  $\pi^+\pi^-$ -атома сечение рождения имеет вид:

$$\frac{d\sigma_n^A}{d\vec{p}_A} = (2\pi)^3 \frac{E_A}{M_A} |\psi_n(0)|^2 \cdot \left. \frac{d\sigma^0}{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2} \right|_{\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \vec{p}_A/2} \quad (1)$$

где  $\vec{p}_A$  и  $E_A$  — соответственно импульс и энергия  $A_{2\pi}$  в лабораторной системе координат, а  $M_A$  его масса;  $|\psi_n(0)|^2$  — квадрат кулоновской волновой функции атома при нулевом расстоянии;  $d\sigma^0/d\vec{p}_1 d\vec{p}_2$  — двойное инклюзивное сечение образования  $\pi^+\pi^-$  пар, без учета кулоновского взаимодействия между пионами в конечном состоянии;  $\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$  — импульсы  $\pi^+$  и  $\pi^-$  в лабораторной системе координат. Так как волновая функция водородоподобных атомов в нуле отлична от нуля только для состояний с орбитальным квантовым числом  $l = 0$ , то  $A_{2\pi}$  образуются только в  $s$ -состояниях с главным квантовым числом  $n$ .

При получении формулы (1) амплитуда вероятности образования  $\pi^+\pi^-$ -атома  $R^A$  была вычислена в предположении нулевого радиуса сильного взаимодействия, т.е. предполагалось постоянство матричного элемента  $M(p)$  рождения  $\pi^+\pi^-$  пары в сильном взаимодействии при импульсах порядка борковского импульса  $\pi^+\pi^-$ -атома  $p_B = \alpha m_\pi/2 = 0.5$  МэВ/с, для которых волновая функция атома  $\psi_n(p)$  отлична от нуля:

$$R^A = (2\pi)^{-3/2} \int M(p) \psi_{ns}(p) d^3p = (2\pi)^{3/2} M(p=0) \psi_{ns}(r=0) \quad (2)$$



Оценим точность этого приближения для случая рождения  $A_{2\pi}$  в состоянии  $1s$ . Матричный элемент  $M(p)$  возьмем в полюсном приближении:

$$M(p) = M(0) \frac{m^2}{m^2 + p^2}, \quad (3)$$

где  $m$  массовый параметр. Для нашего случая оценка величины  $m$  может быть получена, например, из расчетов в модели независимых источников [2]. В зависимости от параметров модели его значение лежит в интервале  $40 \text{ МэВ}/c \leq m \leq 80 \text{ МэВ}/c$ . Тогда точное значение амплитуды  $R^A$  имеет вид:

$$R_{1s}^A = (2\pi)^{3/2} M(p=0) \psi_{1s}(r=0) \frac{1}{(1 + \mu\alpha/m)^2}, \quad (4)$$

где  $\mu = m_\pi/2$  — приведенная масса  $A_{2\pi}$ . При  $m = 40 \text{ МэВ}/c$  поправка к сечению (1) составляет  $\sim 5\%$ . Такая большая величина поправки затрудняет применение формулы (1) для точного расчета числа родившихся  $\pi^+\pi^-$ -атомов с связи с отсутствием точного матричного элемента  $M(p)$ .

Однако для получения числа родившихся  $A_{2\pi}$  в эксперименте, сечение их образования должно быть выражено через физически наблюдаемые сечения, а не  $d\sigma^0/d\vec{p}_1 d\vec{p}_2$ , в котором исключено кулоновское взаимодействие между пионами в конечном состоянии. Такое соотношение следует из работы [1]. Действительно, если дословно повторить рассуждения, приведшие к формуле сечения образования  $A_{2\pi}$  (1), и заменить в них волновую функцию атома на кулоновскую волновую функцию непрерывного спектра с приведенным импульсом  $k$ , потребовав его малости, то получим точно такую же как и (1) формулу для сечения образования пары с малым относительным импульсом с единственным отличием в квадрате волновой функции. Поэтому отношение сечений рождения  $\pi^+\pi^-$ -атома  $\sigma_A$  и пары  $\pi^+\pi^-$ -мезонов в свободном состоянии  $\sigma_C$  равно просто отношению квадратов их волновых функций:

$$\frac{d\sigma_A}{d\sigma_C} = \frac{|\psi_n(r=0)|^2}{|\psi_k(r=0)|^2}. \quad (5)$$

Такое же отношение сечений для случая фоторождения позитрония и  $e^+e^-$ -пар было получено в работе [3].

Оценим точность предположения (2), которое использовалось при получении отношения (5) для обоих сечений. Выпишем амплитуду  $R$  для произвольного  $s$ -волнового состояния  $f$  как для дискретного так и для непрерывного спектра и перейдем к координатному представлению.

$$R = (2\pi)^{-3/2} \int M(p) \psi_f(p) d^3p = (2\pi)^{3/2} \int M(r) \psi_f(r) d^3r \quad (6)$$

Матричный элемент  $M(r)$  отличен от нуля на расстояниях в несколько фм, поэтому разложим  $\psi_f(r)$  в нуле. При этом для  $s$ -волновых кулоновских функций первый член разложения одинаков для любых состояния дискретного и непрерывного спектра:

$$\psi_f(r) = \psi_f(0) (1 - \mu\alpha r + O((\mu\alpha r)^2)) \quad (7)$$

При этом амплитуда равна:

$$R = (2\pi)^{3/2} M(p=0) \psi_f(r=0) (1 - \mu\alpha \langle r \rangle + O(\alpha^2)), \quad (8)$$

где  $\langle r \rangle$  средний радиус:

$$\langle r \rangle = \frac{\int r M(r) d^3r}{\int M(r) d^3r}.$$

Здесь также поправки первого порядка по  $\alpha$  одинаковы для состояния дискретного и непрерывного спектра, поэтому в отношении (5) они сокращаются.

Таким образом для произвольного матричного элемента  $M(r)$ , для которого существует  $\langle r \rangle$ , отношение (5) верно с точностью до членов второго порядка по  $\alpha$ . Даже в худшем случае, рассмотренном выше для состояния  $1s$ , эти поправки не могут превышать 0.2%.

## 2. Оценка времени жизни $\pi^+\pi^-$ -атома

В эксперименте [4, 5] время жизни  $\pi^+\pi^-$ -атома определялось по вероятности развала атома в мишени ( $P_{br}$ ), которая вычислялась как отношение числа наблюдаемых в эксперименте  $\pi^+\pi^-$ -пар от развала  $A_{2\pi}$  ( $n_A$ ) к числу родившихся атомов ( $N_A$ ). Величина  $N_A$  вычислялась из числа  $N_C$  наблюдаемых свободных кулоновских  $\pi^+\pi^-$ -пар с

относительными импульсами в с.ц.и.  $q$  меньше некоторого значения  $Q$ . Для получения отношения  $N_A/N_C$  в формуле (5) числитель нужно просуммировать по главному квантовому числу  $n$ , а знаменатель проинтегрировать в интервале  $[0, Q]$ :

$$\frac{N_A}{N_C} = \frac{\sigma_A}{\sigma_C} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}}{\int_0^{Q/2p_B} \frac{dk k}{1 - \exp(-2\pi/k)}} = \frac{1.20205690}{\int_0^{Q/2p_B} \frac{dk k}{1 - \exp(-2\pi/k)}} \quad (9)$$

Для использованного значения  $Q = 2$  МэВ/с имеем:

$$K = \frac{N_A}{N_C} = 0.61457. \quad (10)$$

Многочасное рассеяние в мишени приводит к уменьшению числа кулоновских пар с малыми  $q$  и, следовательно, к увеличению отношения (10). Моделирование для двух мишеней из тантала толщиной 8 и 1.4 мкм, использованных в эксперименте, дает следующие результаты для отношения полного числа родившихся  $\pi^+\pi^-$ -атомов к числу кулоновских  $\pi^+\pi^-$  пар в интервале  $q \leq 2$  МэВ/с [6]:

$$K^{(8.)} = 0.73, \quad K^{(1.4)} = 0.69. \quad (11)$$

В работе [7] эти коэффициенты были вычислены с ошибкой, их значения были 0.97 и 0.95, соответственно. Это привело к смещению в оценке вероятности развала атома в мишени  $P_{br}$  и, следовательно, времени жизни  $A_{2\pi}$ , опубликованному в [4] и [5]. Вероятность развала атома в мишени толщиной 8 мкм при этом была  $0.40 \pm 0.9$ . С учетом изменения в значении коэффициента  $K^{(8.)}$  эта вероятность равна:

$$P_{br} = 0.53 \pm 0.13 \quad (12)$$

На Рис. 1 показана вероятность развала  $\pi^+\pi^-$ -атома как функция его времени жизни  $\tau$  для мишени толщиной 8 мкм Та, использованная в [4] и [5] для получения оценки времени жизни  $A_{2\pi}$  по экспериментально определенной величине  $P_{br}$ . Так как кривая лежит ниже измеренного значения вероятности развала, то по существующим данным можно получить только ограничение на  $\tau$  снизу. При ограничении с одной

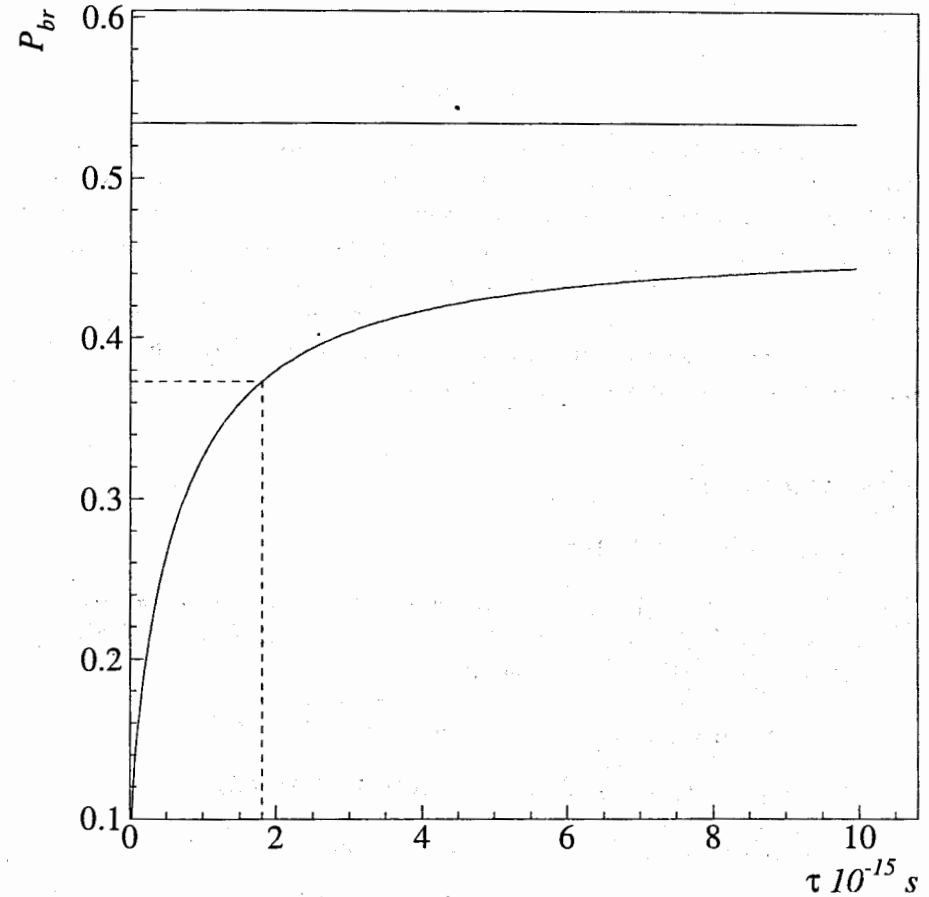


Рис. 1: Вероятность развала  $\pi^+\pi^-$ -атома для мишени толщиной 8 мкм Та, вычисленная с учетом спектра  $A_{2\pi}$ , как функция его времени жизни  $\tau$  [5]. Прямой линией показана измеренная вероятность развала, пунктирная линия — граница 90%-ого доверительного интервала и полученное для этого интервала ограничение на время жизни.

стороны доверительный интервал для уровня 90% равен квантили нормального распределения порядка 0.1, что соответствует  $1.28\sigma$ . Вероятность развала при этом равна 0.373, что дает ограничение на время жизни  $A_{2\pi}$ :

$$\tau > 1.8 \cdot 10^{-15} \text{ с.} \quad (13)$$

Этот результат согласуется с предсказаниями теории нарушенной киральной симметрии:  $\tau = (3.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-15} \text{ с.}$  К сожалению, недостаточная статистическая точность полученного результата не позволяет сделать какие либо дополнительные выводы. В работах [4], [5] было опубликовано ограничение  $\tau > 0.6 \cdot 10^{-15} \text{ с.}$

В заключение авторы выражают благодарность А.В. Тарасову за весьма полезные обсуждения представленных результатов и А.В. Купцову за помощь в работе с литературой.

## Литература

- [1] Неменов Л.Л., ЯФ, 1985, т.41, с.980.
- [2] Adeva B., al., *Lifetime measurement of  $\pi^+\pi^-$  atoms to test low energy QCD predictions*, Proposal to the SPSLC, CERN/SPSLC 95-1, SPSLC/P 284, Geneva 1995.
- [3] Алексеев А.И., Письма в ЖЭТФ, 1956, т.31, с.909.
- [4] Afanasyev L.G. et al., Phys. Lett. **338B** (1994) 478.
- [5] Афанасьев Л.Г., Тарасов А.В., ЯФ, 1996, т.59, с.2212.
- [6] Афанасьев Л.Г. и др., ЯФ, 1997, т.60, с.1049.
- [7] Afanasyev L.G. et al., Phys. Lett. **308B** (1993) 200.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 октября 1997 года.