

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-262

P1-96-262

А.М.Таратин

ОБЪЕМНОЕ ОТРАЖЕНИЕ  
И ОБЪЕМНЫЙ ЗАХВАТ ПРОТОНОВ  
В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

1996

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Кроме эффекта отклонения заряженных частиц, захватываемых в режим каналирования на входе в изогнутый кристалл, в экспериментальных исследованиях [1, 2] был обнаружен захват частиц изогнутыми плоскостными каналами в объеме кристалла — объемный захват. Механизм объемного захвата в равномерно изогнутом кристалле был изучен в компьютерном эксперименте [3]. Таким механизмом, как и в прямом кристалле, является многократное рассеяние частиц, которое может вызывать переходы не только из каналированной фракции в неканалированную, но и обратно. Было показано [4], что захват уменьшается с уменьшением радиуса изгиба кристалла и ростом энергии частиц. В компьютерном эксперименте было также обнаружено отклонение и неканалированных частиц изогнутым кристаллом, но в сторону, противоположную изгибу, — объемное отражение [5]. Когда пучок частиц, ориентированный под углом больше критического угла каналирования к атомным плоскостям на входе в кристалл, пересекает кристалл, то в области "касания" к изогнутым плоскостям большая часть пучка отражается, и лишь немногие частицы испытывают объемный захват на глубоком уровне потенциальной ямы изогнутых плоскостных каналов и могут отклониться кристаллом на угол изгиба.

Впоследствии экспериментальные исследования объемного захвата в изогнутых кристаллах были выполнены в ИФВЭ на пучке протонов 70 ГэВ [6, 7]. Было установлено, что вероятность объемного захвата  $P_{vc}$  растет пропорционально радиусу изгиба кристалла, что согласуется с результатами компьютерного эксперимента [4]. Для вероятности объемного захвата была предложена простая аналитическая оценка, согласно которой  $P_{vc}$  изменяется с импульсом частиц как  $p^{-3/2}$ .

В данной работе компьютерным моделированием детально исследуется зависимость объемного отражения и захвата от энергии частиц и радиуса изгиба кристалла. Для расчета прохождения частиц через кристалл использовалась созданная нами ранее компьютерная модель [3], в которой траектории частиц рассчитываются в непрерывном потенциале системы атомных плоскостей с пошаговым определением изменений их поперечной скорости за счет многократного рассеяния на электронах и ядрах кристалла.

## 2. ОБЪЕМНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

В пренебрежении многократным рассеянием частиц на электронах и ядрах кристалла прохождение частиц через кристалл, изогнутый с постоянным радиусом, есть процесс рассеяния участком аксиально-симметричного электрического поля, обладающего радиальной периодичностью. В работе [5] было показано, что для изгиба кристалла с радиусом  $R \gg R_c$ , где  $R_c$  — критический радиус изгиба для каналирования в кристалле, дисперсия угла рассеяния мала, и процесс рассеяния можно рассматривать как отражение частиц изогнутыми атомными плоскостями, происходящее в объеме кристалла, — объемное отражение. Отличие реального трехмерного потенциала кристалла от непрерывного и рассеяние частиц на электронах приводят к дисперсии поперечного импульса отраженных частиц. Соотношение угла отражения частиц на изогнутом кристалле и углового разброса, вносимого многократным рассеянием, определяет возможность экспериментального наблюдения объемного отражения и изменяется с энергией частиц.

Размеры области кристалла, в которой происходит объемное отражение частиц  $S_{vr}$ , определяются величиной критического угла каналирования  $\vartheta_c$  и радиусом изгиба кристалла  $S_{vr} \sim R\vartheta_c$ . Рассеяние частиц различной энергии непрерывным потенциалом изогнутого кристалла для одинакового эффективного изгиба кристалла  $r = R/R_c$  происходит одинаково, если угол отклонения выражать через критический угол [5]. Таким образом, размеры области объемного отражения в одинаковых условиях, при фиксированном  $r = n$ , то есть минимальные размеры "кристаллического зеркала", будут увеличиваться с энергией частиц,  $S_{vr} \sim nR_c\vartheta_c \sim E^{1/2}$ .

На рис.1,2 представлены рассчитанные угловые распределения протонов с энергией 1 и 900 ГэВ на разных глубинах в кристалле кремния, изогнутом вдоль (110) плоскостей с радиусом  $R \simeq 100R_c$ , что составляет соответственно 0.25 м и 150 м, для угла наклона падающего пучка  $\vartheta_0 \simeq 2\vartheta_c$ . Угол отсчитывается от направления плоскостей на входе в кристалл. На рис.1,2а частицы еще не достигли области отражения. Центр углового распределения совпадает с начальным направлением (маленькая стрелка), а его ширина определяется многократным рассеянием частиц в кристалле. На следующем рисунке (б) часть пучка уже испытала объемное отражение, в угловом распределении появился максимум на расстоянии примерно  $2\vartheta_c$  в стороне, противоположной изгибу. Рисунок (в) отвечает глубине, соответствующей геометрической точке касания изогнутых плоскостей падающими

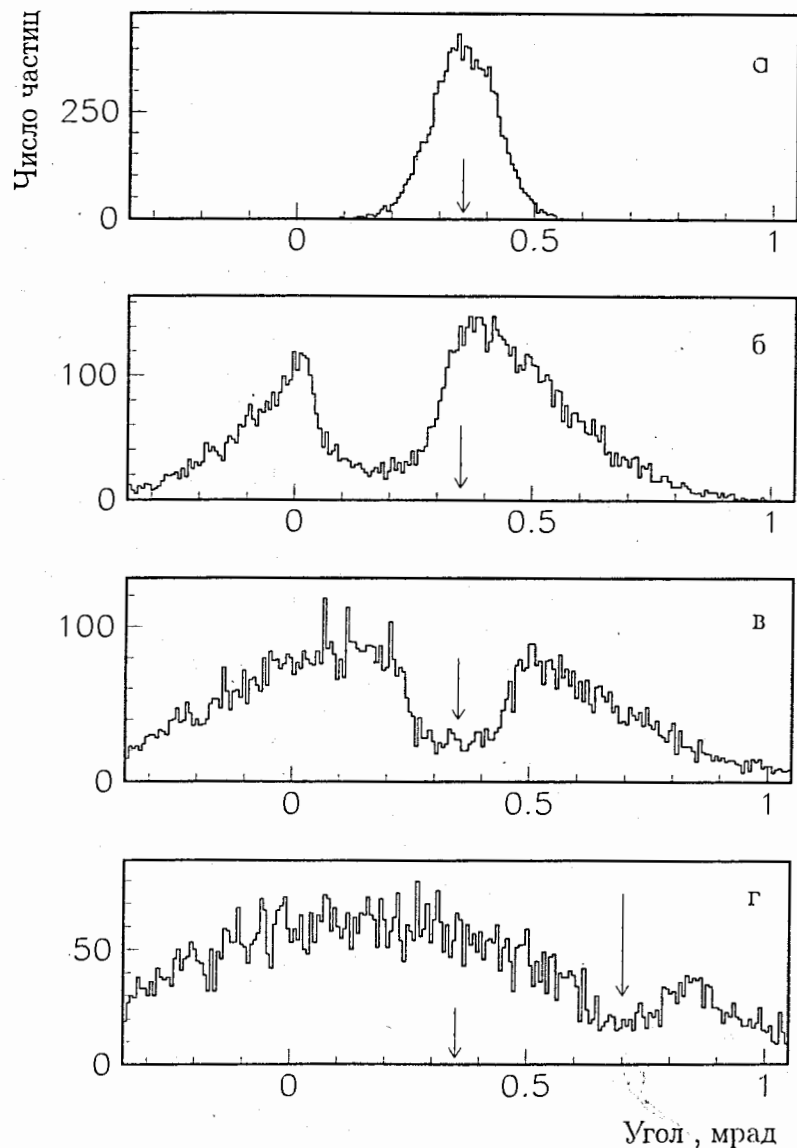


Рис.1. Угловое распределение протонов с энергией 1 ГэВ на разных глубинах в кристалле кремния, изогнутом вдоль (110) плоскостей с радиусом  $R = 0.25 \text{ м} \approx 100R_c$ , для угла наклона падающего пучка  $\vartheta_0 \approx 2\vartheta_c$ . Угол отсчитывается от направления плоскостей на входе в кристалл, распределения показаны в диапазоне углов  $(-2\vartheta_c, 6\vartheta_c)$ . Начальное направление пучка показано маленькой стрелкой, длинной стрелкой (г) показан угол изгиба на глубине  $S = 4\vartheta_c R$

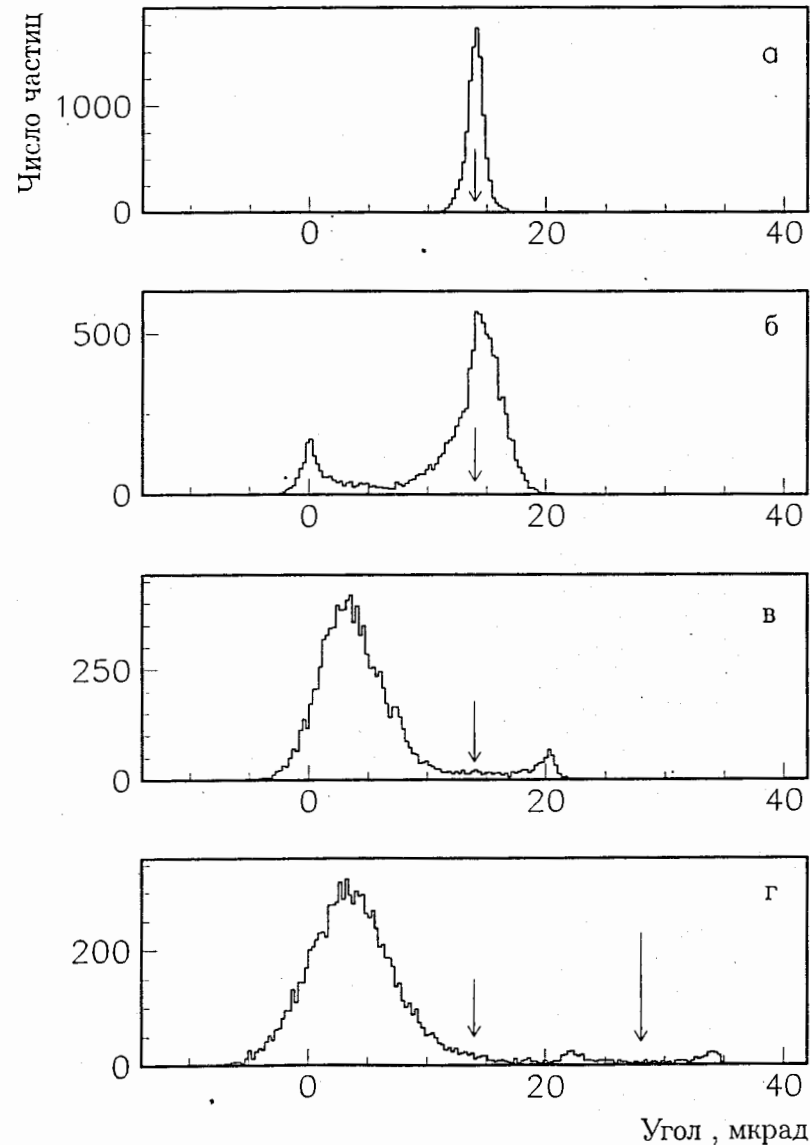


Рис.2. То же, что и на рис.1, для протонов с энергией 900 ГэВ,  $R = 150 \text{ м}$

частицами,  $S = 2\vartheta_c R$ , то есть направление касательной к плоскостям здесь совпадает с положением стрелки начального направления. Для протонов с энергией 900 ГэВ на этой глубине большая часть пучка уже формирует хорошо выраженный максимум отраженных частиц. Для протонов с энергией 1 ГэВ более сильное многократное рассеяние заглушает процесс отражения. Выраженный провал в угловых распределениях в положении плоскости обусловлен эффектом блокировки направления плоскостей для надбарьерных частиц. Нижний рисунок представляет угловые распределения на выходе из кристалла длиной  $S = 4\vartheta_c R$ . Длинной стрелкой здесь показан угол изгиба  $\alpha = 4\vartheta_c$ . Хорошо различимые на рис.2г симметричные максимумы около угла изгиба на расстоянии примерно равно  $\vartheta_c$  образованы частицами, которые были захвачены в режим каналирования в объеме кристалла (см. ниже) и отклонились кристаллом, следуя изогнутым каналам.

На рис.3 показана зависимость угла смещения относительно начального направления максимума углового распределения частиц, испытавших объемное отражение изогнутым

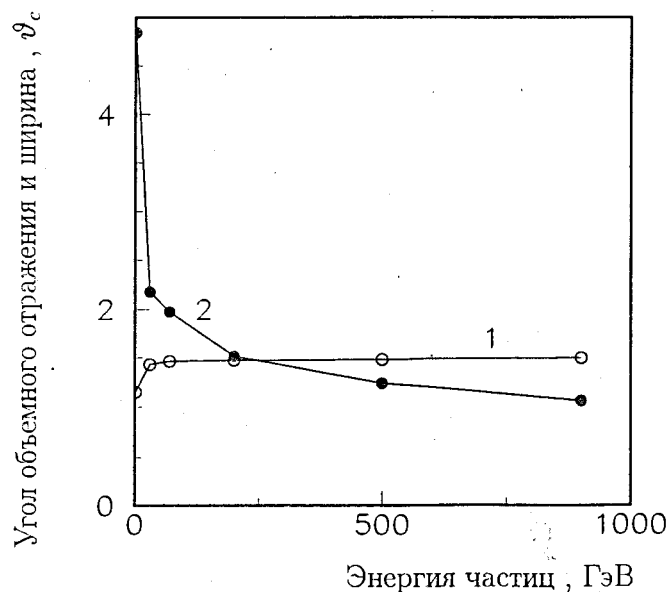


Рис.3. Для объемного отражения протонов изогнутым кристаллом: зависимость угла отражения — положения максимума углового распределения (1) и его ширины (2) от энергии частиц. При одинаковом эффективном изгибе кристалла кремния вдоль (110) плоскостей с  $R \approx 100R_c$  и длиной  $S = 4\vartheta_c R$

кристаллом, и ширины этого распределения от энергии частиц. Уширение многократным рассеянием пучка при отражении его изогнутым кристаллом длиной  $S_{cr} \sim S_{vr} \sim E^{1/2}$  можно оценить, предполагая для надбарьерных частиц рассеяние равным в аморфной мишени

$$\overline{\Delta\vartheta^2}_{m.s.} = S_{vr} \cdot \frac{\overline{\Delta\vartheta^2}}{\Delta z} \sim E^{1/2} \cdot E^{-2} \sim E^{-3/2}, \quad \frac{(\overline{\Delta\vartheta^2})_{m.s.}^{1/2}}{\vartheta_c} \sim E^{-1/4}. \quad (1)$$

Относительная ширина максимума отраженных в объеме кристалла частиц уменьшается с ростом энергии пропорционально  $E^{-1/4}$ , что действительно хорошо описывает полученную в компьютерном эксперименте зависимость. С ростом энергии частиц уширение пучка многократным рассеянием становится меньше угла отражения.

### 3. ОБЪЕМНЫЙ ЗАХВАТ ЧАСТИЦ В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

Компьютерный эксперимент позволяет регистрировать состояние частиц в кристалле. Нами на каждом шаге определялась поперечная энергия частиц, что позволяло отслеживать процесс объемного захвата частиц изогнутыми плоскостными каналами. Как отмечалось в работе [8], вероятность захвата частиц зависит от глубины захвата  $\Delta E_{vc} = U_m - E_{xc}$ , здесь  $U_m$  — величина потенциального барьера, разделяющего соседние плоскостные каналы в изогнутом кристалле,  $E_{xc}$  — критическая поперечная энергия каналирования, которая определяется выбором расстояния критического приближения к стенкам канала  $r_c$  для существования стабильных траекторий каналированных частиц,  $E_{xc} = U_{эфф}(r_c)$ , где  $U_{эфф}$  — эффективный потенциал изогнутого канала. Для частиц высоких энергий расстояние критического приближения определяется амплитудой тепловых колебаний атомов  $r_c = k u_1$ , где  $k \sim 1-3$ , то есть размерами области высокой концентрации атомных ядер, где может произойти катастрофическое рассеяние, в результате которого частица покинет режим каналирования.

Нами использовалось несколько значений расстояния критического приближения  $r_c = 0; u_1; 2 u_1; a$ , где  $a$  — радиус экранирования Томаса — Ферми. При комнатной температуре в кристалле кремния  $u_1 = 0.075 \text{ \AA}$ ,  $a = 0.194 \text{ \AA}$ , то есть последняя величина  $r_c = a \approx 2.5 u_1$ . Соответствующие значения критической поперечной энергии равны 22.7; 20.12; 15.92; 13.53 эВ. Последнее значение практически совпадает с величиной, использованной в работе [1] при отборе частиц по ионизационным потерям, которые для хорошо каналированных частиц меньше, чем в неориентированном случае. Для каждой частицы, которая входит в кристалл под углом  $\vartheta_0 = 2\vartheta_c$  и, следовательно, вначале движется высоко над барьером, регистрировалось событие перехода в состояние с  $E_x < E_{xc}(r_c)$ . Частица могла несколько раз пересечь граничное значение, в особенности для  $E_{xc}(r_c = 0) = U_m$ ,

то есть захватываться, декакалировать и перезахватываться вновь на неглубокие уровни изогнутом канале, но событие захвата регистрировалось только однажды — в первый раз.

На рис.4,5а представлена зависимость числа событий захвата в слое кристалла от глубины проникновения частиц в кристалл для протонов с энергией 1 и 900 ГэВ соответственно.

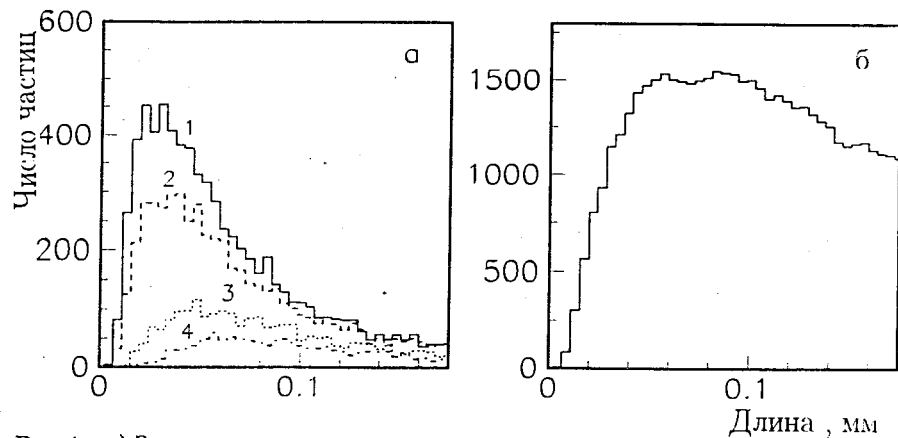


Рис.4. а) Зависимость числа частиц, испытавших захват в режим каналирования в слое кристалла — событие перехода в состояние с поперечной энергией  $E_x < E_{xc}(r_c)$ , от глубины проникновения в кристалл для протонов с энергией 1 ГэВ. Для значений критической поперечной энергии  $E_{xc}$ , соответствующих расстоянию критического приближения частиц к плоскостям  $r_c = 0$  (1);  $u_1$  (2);  $2u_1$  (3);  $a$  (4), где  $a = 0.194 \text{ \AA}$  — радиус экранирования Томаса — Ферми,  $u_1 = 0.075 \text{ \AA}$  — амплитуда тепловых колебаний атомов при комнатной температуре. б) Зависимость полного числа частиц, находящихся в состояниях с поперечной энергией меньше высоты потенциального барьера  $E_x < U_m$ , в рассматриваемом слое кристалла с глубиной проникновения в кристалл

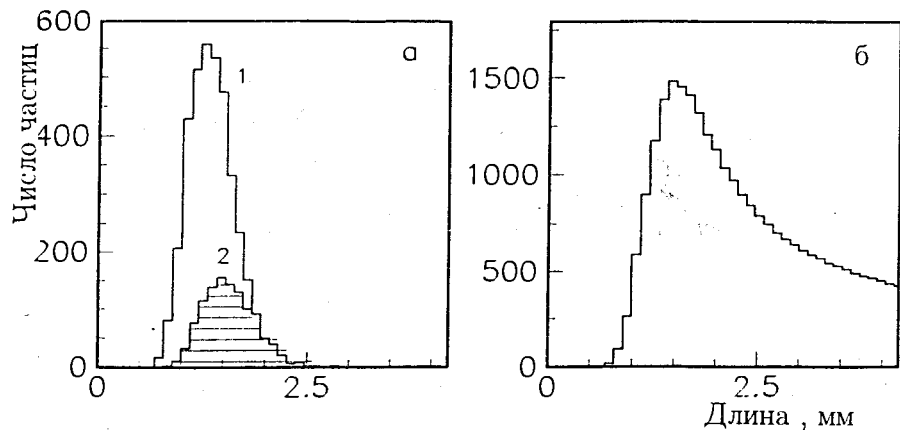


Рис.5. То же, что и на рис.4, для протонов с энергией 900 ГэВ

ственно. Здесь, как и в предыдущем разделе, рассматривается одинаковый эффективный изгиб кристалла кремния с  $R = 100R_c$ . Хотя область "касания" падающего пучка с изогнутыми плоскостями находится посередине рассматриваемого участка кристалла, область захвата располагается ближе к входному торцу из-за многократного рассеяния частиц. Для протонов с энергией 1 ГэВ рассеяние значительно сильнее и события захвата регистрируются практически по всей рассматриваемой длине кристалла. Для протонов с энергией 900 ГэВ события захвата более локализованы, причем захват в глубокие состояния (не показан из-за малости) происходит на больших глубинах и обусловлен только переходами с более высоколежащих каналированных состояний (для 1 ГэВ имеется возможность непосредственного захвата в глубокие состояния из неканалированной фракции пучка). На рис.4,5б показана зависимость полного числа частиц, находящихся в состояниях с поперечной энергией меньше высоты потенциального барьера  $E_x < U_m$ , в рассматриваемом слое кристалла с глубиной проникновения в кристалл. Наличие максимума и экспоненциального спада числа подбарьерных частиц обусловлено локализацией области захвата в изогнутом кристалле и быстрым декакалированием частиц, захваченных на неглубокие уровни потенциальной ямы изогнутых каналов.

Регистрация событий захвата позволила нам определить вероятность захвата как отношение суммарного по всей длине кристалла числа частиц, испытавших захват, к полному числу частиц в падающем пучке. На рис.6 показана рассчитанная зависимость вероятности захвата от величины критического расстояния  $r_c$  для протонов с энергией 1 ГэВ. Для  $r_c = a$  величина вероятности захвата составляет около 11 %, что близко к величине, установленной в эксперименте [1]. Рис.7 показывает зависимость вероятности объемного захвата от энергии частиц для рассмотренного случая одинакового эффективного изгиба с  $R = 100R_c$  при разном выборе критической поперечной энергии каналирования. Объемный захват уменьшается с ростом энергии частиц, и происходит это только за счет уменьшения многократного рассеяния частиц, так как эффективный потенциал остается неизменным.

Зависимость вероятности захвата от энергии частиц, полученная в случае фиксированного радиуса изгиба кристалла  $R = 6 \text{ м}$ , представлена на рис.8. Здесь уменьшение захвата с ростом энергии более сильное, чем при одинаковом эффективном изгибе, так как одновременно с уменьшением многократного рассеяния увеличивается наклон эффективного потенциала. Увеличение приращения эффективного потенциала на ширине плоскостного канала соответственно увеличивает необходимую диссипацию поперечной энергии частиц за счет многократного рассеяния для захвата их в изогнутой канал.

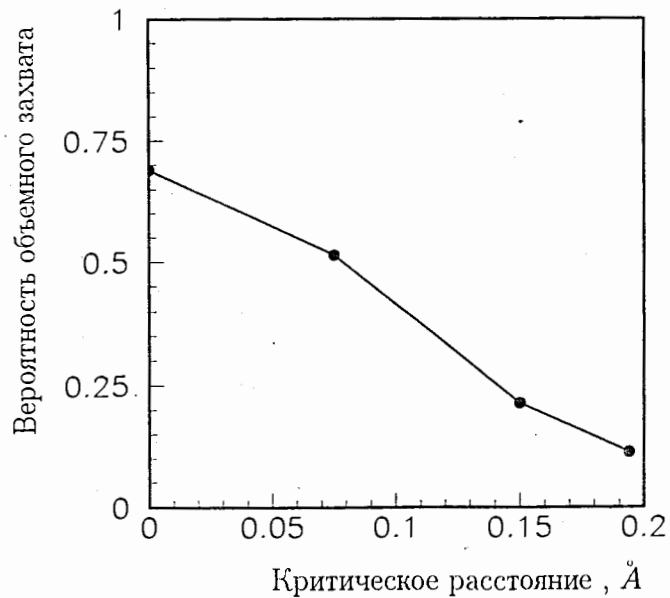


Рис.6. Зависимость вероятности захвата в режим каналирования протонов с энергией 1 ГэВ от величины расстояния критического приближения их к плоскостям  $\tau_c$ .

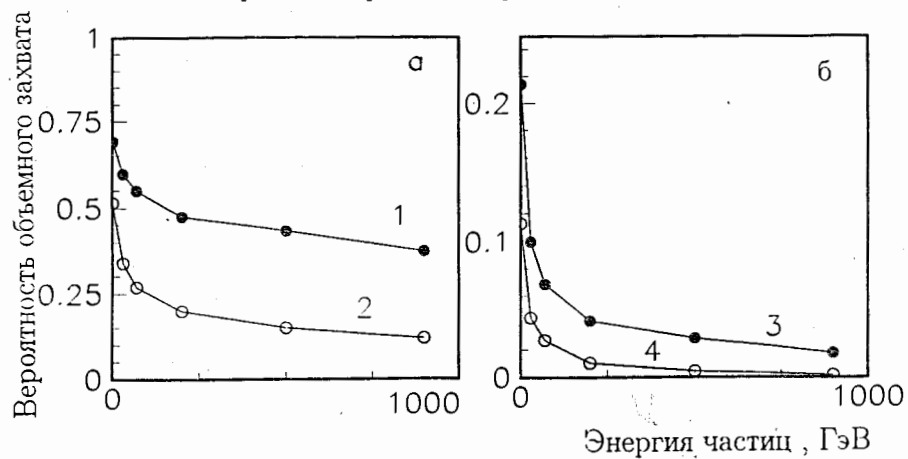


Рис.7. Зависимость вероятности объемного захвата от энергии протонов для случая одинакового эффективного изгиба с  $R = 100R_c$  при разном выборе критической поперечной энергии каналирования — расстояния критического приближения частиц к плоскостям. Для тех же значений  $\tau_c$ , что и на рис.4

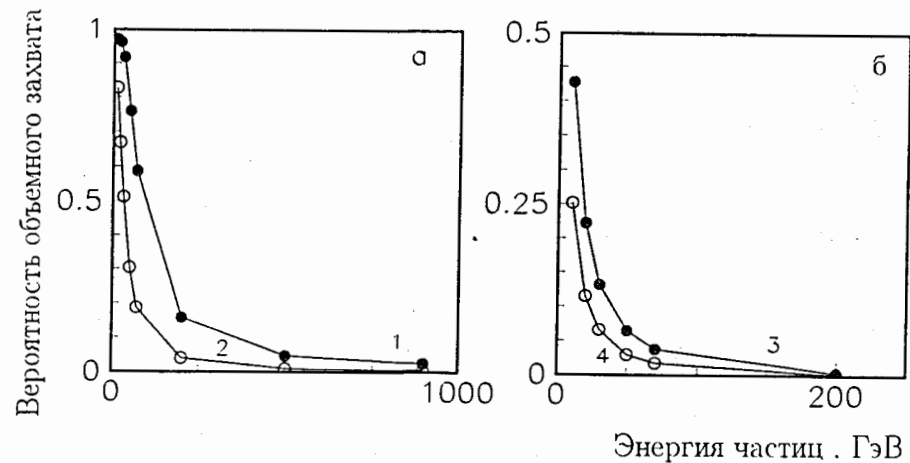


Рис.8. Зависимость вероятности объемного захвата от энергии протонов в случае фиксированного радиуса изгиба кристалла  $R = 6$  м

На рис.9 представлена рассчитанная зависимость вероятности объемного захвата от радиуса изгиба кристалла при фиксированной энергии частиц 70 ГэВ. Захват увеличивается с увеличением радиуса изгиба кристалла, причем для глубокого захвата это линейное увеличение.

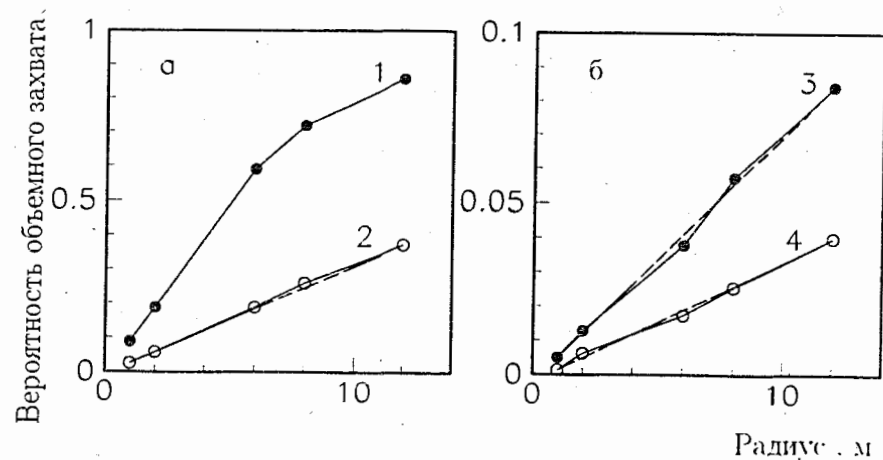


Рис.9. Зависимость вероятности объемного захвата от радиуса изгиба кристалла при энергии протонов 70 ГэВ

В работе [7] предложено вероятность объемного захвата частиц в изогнутом кристалле определять как

$$P_{vc} \simeq \frac{R\vartheta_c}{L_d}, \quad (2)$$

где  $R\vartheta_c$  — протяженность области захвата, где направление импульса частиц близко касательным к изогнутым плоскостям,  $L_d$  — длина деканалирования. Авторы исходили из принципа обратимости [9], согласно которому вероятность перехода частицы из неканалированной фракции в каналлируемую равна вероятности деканалирования частицы на длине  $dz$ , то есть скорости деканалирования. В предположении экспоненциального характера деканалирования его вероятность  $P_{dec} = df_{ch}/f_{ch} = -dz/L_d$ . Такое определение вероятности захвата может быть правомерным при не очень больших радиусах изгиба кристалла и для захвата частиц на глубокие уровни в потенциале канала, когда  $R\vartheta_c \ll L_d$ .

Для изгиба далекого от критического, когда критический угол и длина деканалирования в изогнутом кристалле сохраняют зависимость от энергии такую же, как и в прямом кристалле, и практически не зависят от  $R$ , из (2) следует пропорциональная зависимость захвата от радиуса изгиба, а для фиксированного  $R$  зависимость его от энергии как  $E^{-3/2}$  [7]. С другой стороны, в рассмотренном нами случае с одинаковым эффективным изгибом кристалла  $R = 100R_c \sim E$  вероятность объемного захвата согласно (2) пропорциональна  $E^{-1/2}$ .

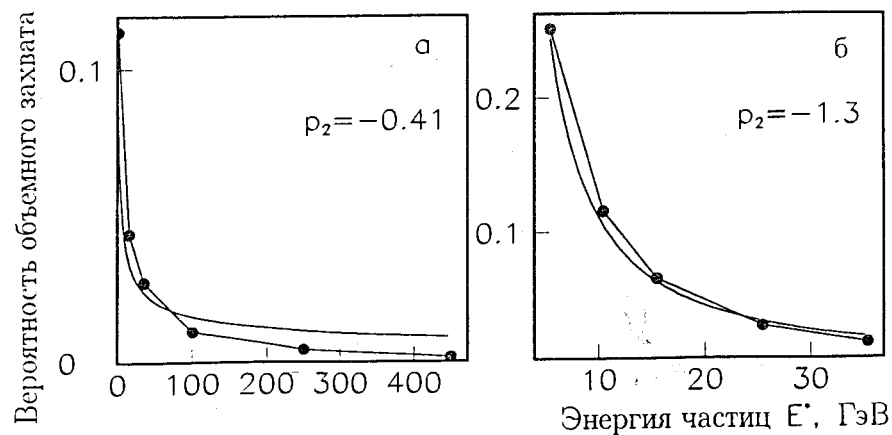


Рис.10. Результаты фитирования степенной функцией  $P_{vc} = p_1 E^{p_2}$  зависимостей вероятности объемного захвата в изогнутом кристалле от энергии частиц, полученных для одинакового эффективного изгиба (а) и при фиксированном радиусе изгиба кристалла  $R = 6$  м (б)

На рис.10 показаны результаты фитирования степенной функцией  $P_{vc} = p_1 E^{p_2}$  зависимостей вероятности объемного захвата в изогнутом кристалле от энергии частиц, полученных для одинакового эффективного изгиба (а) и при фиксированном радиусе изгиба кристалла  $R = 6$  м (б). В первом случае для всех рассматриваемых энергий частиц степенная функция хорошо фитирует результаты компьютерного эксперимента с показателем степени близким  $-1/2$ . Для второго случая хорошие результаты фитирования, с показателем степени близким  $-3/2$ , получаются для частиц с энергией  $E < 100$  ГэВ, когда изгиб кристалла с рассматриваемым радиусом еще не сказывается заметно на значениях основных параметров каналлирования  $\vartheta_c, L_d$ . Несколько меньшие по модулю, чем  $-1/2$  и  $-3/2$ , оптимальные значения показателя степени  $p_2$  могут быть обусловлены учетом в степенной аппроксимации более сложного поведения электронного коэффициента трения от энергии частиц, связанного с наличием логарифмического множителя.

#### 4. ВЫВОДЫ

Результаты проведенных компьютерных экспериментов показывают, что при энергии протонов в несколько сотен ГэВ уширение пучка многократным рассеянием при объемном отражении в изогнутом кристалле становится меньше угла отражения. Таким образом, формируя с помощью первого кристалла пучок с угловыми размерами  $\sim \vartheta_c$ , можно на втором изогнутом кристалле отчетливо обнаружить объемное отражение для частиц высокой энергии при условии достаточного углового разрешения детектора. Существование объемного отражения в изогнутом кристалле может сказываться на работе кристалла в качестве deflectора пучков частиц высоких энергий. Так, как было показано в работах [10], объемное отражение влияет на процесс вывода с помощью кристалла пучка из циклических ускорителей.

В компьютерном эксперименте изучены зависимости вероятности объемного захвата частиц в режим каналлирования в изогнутом кристалле от энергии частиц и радиуса изгиба кристалла. Показано, что для захвата частиц на глубокие уровни в потенциальную яму изогнутых плоскостных каналов при фиксированном радиусе кристалла или энергии частиц, когда  $R \gg R_c(E)$ , вероятность захвата  $P_{vc}$  изменяется приблизительно как  $R/E^{3/2}$ , что подтверждает правомерность предложенной в [7] аналитической оценки. С другой стороны, при одинаковом эффективном изгибе  $R = nR_c(E)$ , когда  $n \gg 1$ , вероятность объемного захвата  $P_{vc} \sim E^{-1/2}$ .

## Литература

- [1] В.А. Андреев и др. Письма в ЖЭТФ, т.36, в.9, с.340 (1982).
- [2] Н.К. Булгаков и др. Сообщения ОИЯИ 1-83-725, Дубна (1983).
- [3] А.М. Таратин, С.А. Воробьев. ЖТФ, т.55, в.8, с.1598 (1985);  
А.М. Taratin, S.A. Vorobiev. Phys.Stat.Sol. B133, 511 (1986).
- [4] А.М. Taratin, S.A. Vorobiev. Nucl.Instr.Meth. B47, 247 (1990).
- [5] А.М. Taratin, S.A. Vorobiev. Nucl.Instr.Meth. B26, 512 (1987).
- [6] Ya.A. Chesnokov et al. Nucl.Instr.Meth. B69, 247 (1992).
- [7] V.M. Birukov et al. Nucl.Instr.Meth. B73, 153 (1993).
- [8] О.И. Сумбаев. Препринт ЛИЯФ N 1201, Ленинград (1986).
- [9] Й. Линдхард. УФН, т.99, с.249 (1969).
- [10] А.М. Taratin et al. Nucl.Instr.Meth. B58, 103 (1991);  
А.М. Taratin. Nucl.Instr.Meth. B95, 243 (1995).

Таратин А.М.

P1-96-262

Объемное отражение и объемный захват протонов  
в изогнутом кристалле

Методом компьютерного моделирования исследована зависимость объемного отражения и объемного захвата протонов в режим каналирования от их энергии и радиуса изгиба кристалла. Показано, что с увеличением энергии частиц уширение пучка многократным рассеянием при объемном отражении в изогнутом кристалле становится меньше угла отражения, что позволяет обнаружить отражение в эксперименте. Рассчитана вероятность объемного захвата  $P_{vc}$ , и показано, что при фиксированном радиусе изгиба кристалла  $R$  или энергии частиц  $E$ , когда изгиб далек от критического, она изменяется приблизительно пропорционально  $RE^{-3/2}$ , что подтверждает правоту предложенной ранее аналитической оценки вероятности. С другой стороны, при одинаковом эффективном изгибе кристалла зависимость вероятности объемного захвата от энергии частиц является более слабой,  $P_{vc} \sim E^{-1/2}$ .

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1996

Перевод автора

Taratin A.M.

P1-96-262

Volume Reflection and Volume Capture of Protons in Bent Crystal

The dependence of volume reflection and volume capture of protons in the channeling regime on particle energy and crystal bend radius has been studied by computer simulation. It was shown that beam broadening due to multiple scattering at its volume reflection in a bent crystal becomes smaller than the reflection angle with increasing the particle energy, what allows to observe the volume reflection in the experiment. Besides, the volume capture probability  $P_{vc}$  was calculated and it was shown that at a fixed crystal bend radius  $R$  or particle energy  $E$ , when the radius is far from the critical one, the probability is approximately proportional to  $RE^{-3/2}$ . This confirms validity of its analytical estimation which was suggested before. On the other hand, when the crystal is bent with the same effective radius the energy dependence of the capture probability is more weak,  $P_{vc} \sim E^{-1/2}$ .

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 1996