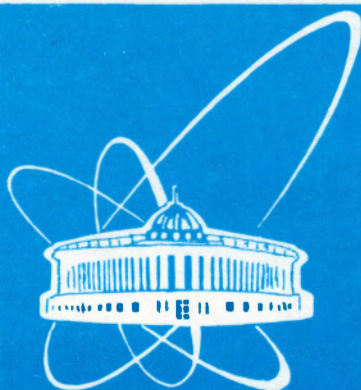


94 - 298



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P1-94-298

Я.Ружичка\*, Л.Крупа\*, В.А.Фадеев

ОБ ОПТИЧЕСКОМ ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ  
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В  $\text{SiO}_2$ -АЭРОГЕЛЯХ

Направлено в журнал «NIM»

---

\*Университет им.Коменского, Братислава, Словакия

1994

## 1. Введение

Создаваемые искусственно экстремально пористые материалы  $\text{SiO}_2$ -аэрогели в последнее время все чаще используются как радиаторы излучения Вавилова-Черенкова (ИВЧ) в пороговых счетчиках, предназначенных для регистрации заряженных частиц высоких и сверхвысоких энергий [1]. При проектировании таких детекторов, как правило, предполагается, что интенсивность оптического переходного излучения (ОПИ) пренебрежимо мала в области пороговых скоростей ИВЧ и ниже. Однако внутренняя структура  $\text{SiO}_2$ -аэрогелей отличается от структуры обыкновенных классических радиаторов (твердых, жидких или газообразных). Схематично ее можно себе представить так, как это приведено на рис.1, [2]. При такой сложной внутренней структуре аэрогеля заряженная частица, пролетая через радиатор, должна будет многократно пересекать границы  $\text{SiO}_2$ -газ и может испускать на каждом таком переходе ОПИ.

Известно, что ОПИ (в отличие от ИВЧ) не имеет порога, т.е. должно возникать внутри в аэрогелях при любых скоростях частицы. Как следствие таких многократных переходов, осуществляемых частицей внутри аэрогеля, можно ожидать повышения интенсивности ОПИ, аналогично как это имеет место в случае рентгеновского ПИ, возникающего на слоистых радиаторах (например в стопке пластин из Al). В повышение интенсивности ОПИ будут вносить свой вклад также и  $\delta$ -электроны, возникающие вдоль траектории частицы в аэрогеле.

Формулы для углового распределения интенсивности ОПИ, возникающего при пересечении частицей стопки прозрачных пластин значительно сложнее, чем для случая излучения волн рентгеновского диапазона. Причиной этому являются многократные отражения и

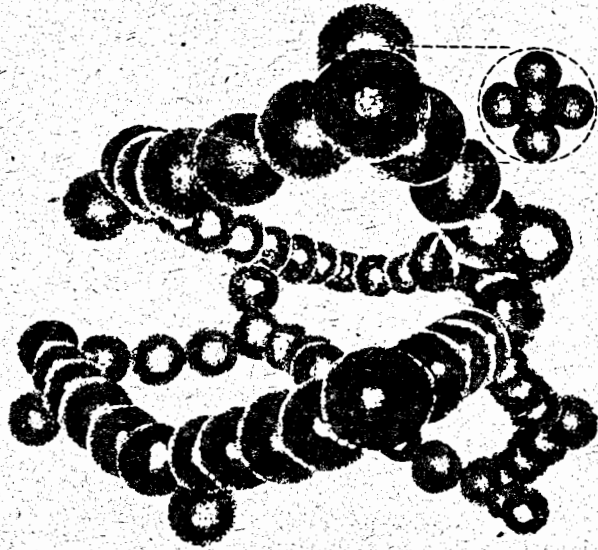


Рис.1. Структура аэрогеля состоит, как предполагается, из молекулярных кластеров. Наименьшие из них "первичные частицы" имеют форму шарика с диаметром менее, чем 1 нм. Имеют ту же самую плотность, что и обычное стекло без пор. Эти шарики соединяются во вторичные частицы, плотность которых примерно в два раза ниже, чем плотность стекла. Вторичные частицы соединяются в цепочки, которые создают хрупкую и исключительно прозрачную структуру аэрогеля с плотностью, составляющей обычно около 5% от плотности стекла [2]

преломления излучения, возникающего на границах внутри слоистого радиатора.

В данной работе приводится подробный анализ излучения, возникающего при перпендикулярном пролете заряженной частицы через стопку из прозрачных пластин. Параметры радиатора (толщина пластин, их число, расстояние между ними, вещество пластин и их показатель преломления, также как и среды между ними) были подобраны так, чтобы они являлись близкими к структуре SiO<sub>2</sub>-аэрогеля. Анализ ОПИ, возникающего в таком радиаторе, проводится впервые.

## 2. ОПИ, возникающее при пролете заряженной частицы через пластинку из SiO<sub>2</sub>-аэрогеля, без учета ее внутренней структуры

Число фотонов  $N$  ОПИ, испущенных вперед при пролете заряженной частицы, движущейся со скоростью  $\beta$  через пластинку из SiO<sub>2</sub>-аэрогеля, с показателем преломления  $n_2$ , толщиной  $L$ , можно определить с помощью общих формул, полученных Пафомовым [3]. Для случая прозрачного радиатора, расположенного в прозрачной среде и при перпендикулярном пролете частицы, эти формулы существенно упрощаются и имеют следующий вид [4]:

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = \frac{\alpha\beta^2 n_1}{\pi^2 \lambda} \frac{(A_1 \sin K_1)^2 + (A_2 \sin K_2)^2 - 2A_1 A_2 \sin K_1 \sin K_2 \cos C}{(1 - 2r^2 \cos 2C + r^4)} \sin^2 \vartheta, \quad (1)$$

$$\text{где } A_1 = \alpha_1 + \alpha_2 r - \alpha_3 f \frac{n_1}{n_2}, \quad A_2 = \alpha_2 + \alpha_1 r - \alpha_4 f \frac{n_1}{n_2},$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 - \beta n_1 \cos \vartheta}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{1 + \beta n_1 \cos \vartheta},$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{1 - \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}}, \quad \alpha_4 = \frac{1}{1 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}}$$

$$r = \frac{n_2^2 \cos \vartheta - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}}{n_2^2 \cos \vartheta + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}}, \quad f = \frac{2n_1 n_2 \cos \vartheta}{n_2^2 \cos \vartheta + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}},$$

$$K_1 = \frac{\pi L (1 - \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta})}{\beta \lambda}, \quad K_2 = \frac{\pi L (1 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta})}{\beta \lambda}$$

$d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ ,  $C = K_1 - K_2$ ,  $n_1$  - показатель преломления среды перед и за пластинкой,  $\vartheta$  - угол наблюдения ОПИ (отсчитываемый от направления движения частицы),  $\lambda$  - длина волны,  $\alpha = \frac{e^2}{hc}$ . Формулы для излучения, испускаемого назад, получим, если везде в формулах (1) поменяем знак перед скоростью частицы  $\beta$  на обратный.

На рис.2а приведен результат вычисления полного числа фотонов  $N$  ОПИ, испущенных вперед, проведенного по формуле (1), в зависимости от скорости частицы  $\beta$  для пластинки из SiO<sub>2</sub>-аэрогеля с показателем преломления  $n_2 = 1,05$  при различных толщинах радиатора  $L$ . Мы видим, что формула (1) позволяет проводить расчеты интенсивности излучения как ниже порога ИВЧ, так и выше него (пороговая скорость  $\beta_{\text{thresh}} = \frac{1}{n_2}$  на рис. 2 обозначена перпендикулярной прерывистой линией). Для сравнения, на рис.2б, приведен результат



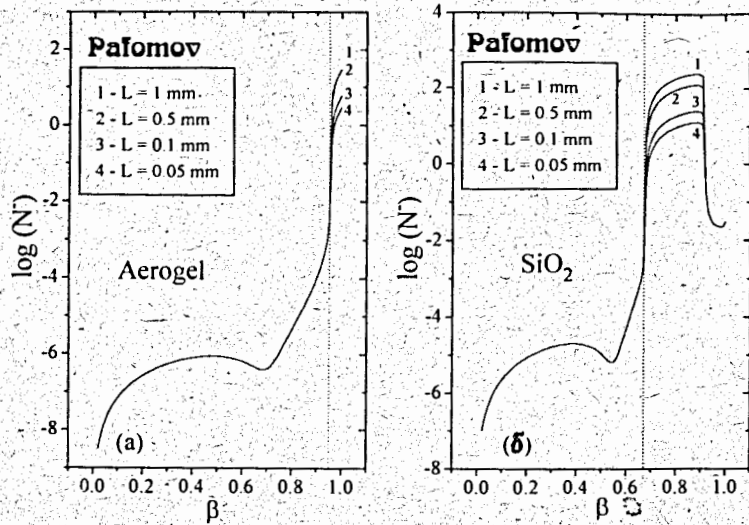


Рис.2. Полное число фотонов  $N$  ОПИ в зависимости от скорости частицы  $\beta$ , испущенное в полупространство за радиатор, для различных толщин  $L$  прозрачной пластинки. Интегрирование по  $\lambda$  проведено в диапазоне от  $\lambda = 350$  нм до  $\lambda = 700$  нм и по углу  $\vartheta$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ ;  $\beta = 0.02 \div 0.999$ : а) пластинка из  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля,  $n_2 = 1.05$ ; б) пластинка из кварца,  $n_2 = 1.48$ . Показатель преломления среды перед и за пластинкой  $n_1 = 1.000282$  (воздух). Перпендикулярная прерывистая линия обозначает порог возникновения ИВЧ ( $\beta_{\text{thresh}} = \frac{1}{n_2}$ )

расчета полного числа фотонов ОПИ для радиатора из кварца с показателем преломления  $n_2 = 1.48$ . Как видно из рис.2, независимость  $N$  от толщины радиатора  $L$  наблюдаемая ниже порога ИВЧ (характерная для ОПИ) плавно переходит в линейную зависимость при  $\beta > \beta_{\text{thresh}}$  (характерную для ИВЧ). Сильное падение интенсивности при высоких  $\beta$  (рис.26) и возврат опять к независимости от  $L$  являются следствием полного внутреннего отражения ИВЧ, имеющего место при выходе излучения наружу из пластины.

На рис.3 представлен расчет спектральной зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda}$  фитированной кривой  $\frac{dN^-}{d\lambda} = A\lambda^{-m}$  для трех различных скоростей частицы  $\beta < \beta_{\text{thresh}}$ ,  $\beta = \beta_{\text{thresh}}$ ,  $\beta > \beta_{\text{thresh}}$ . В случае  $\beta < \beta_{\text{thresh}}$  (кривая - 1) экспонент фитирующей кривой  $m=1$ , т.е. спектральная зависимость имеет вид  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda}$ . Для  $\beta = \beta_{\text{thresh}}$  имеем  $m=1.1031$  и  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda^{1.1031}}$  (кривая - 2) и при

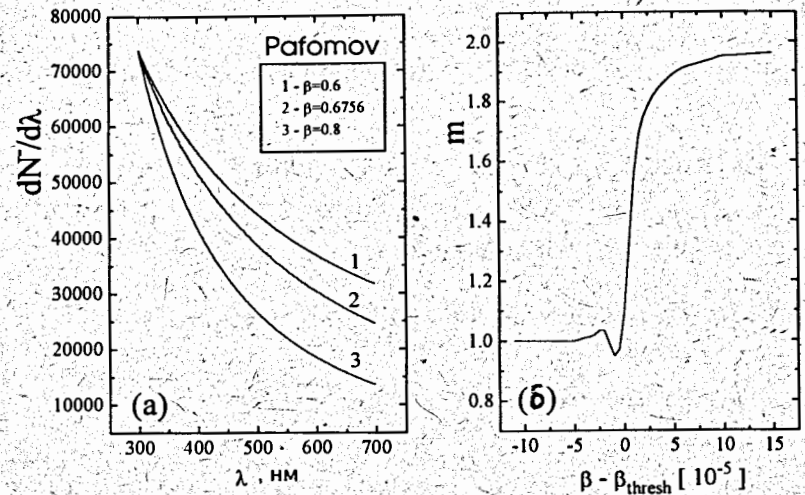


Рис. 3. а) Спектральная зависимость  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  для трех различных скоростей частицы,  $\beta > \beta_{\text{thresh}}$  - кривая 3,  $\beta = \beta_{\text{thresh}}$  - кривая 2,  $\beta < \beta_{\text{thresh}}$  - кривая 1; б) Зависимость параметра фитирования  $m$ , от скорости частицы  $\beta$ . Видно плавный переход от зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda}$  (ниже порога ИВЧ) к зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda^2}$  (выше порога ИВЧ). Показатель преломления пластинки  $n_2 = 1.48$ , показатель преломления среды перед и за пластинкой  $n_1 = 1.0$ , толщина пластинки  $L = 1$  мм

$\beta > \beta_{\text{thresh}}$   $m=2$   $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda^2}$  (кривая - 3). Для более удобного сравнения кривые 1 и 3 доумножены на постоянные множители  $K_1 = 3.23 \times 10^2$  и  $K_2 = 5.06 \times 10^4$ .

Из приведенного выше видно, что формулы (1) осуществляют также плавный переход от зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda}$  (характерной для ОПИ) и наблюдаемой ниже порога возникновения ИВЧ, к зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda} \approx \frac{1}{\lambda^2}$ , характерной для ИВЧ (при  $\beta > \beta_{\text{thresh}}$ ), см. - рис.36. Аналогичную ситуацию мы имеем и с другими характеристиками излучения.

Результирующее излучение в случае одной пластинки конечной толщины  $L$ , как это показано в [5], является интерференцией двух ОПИ, возникающих при переходах частицы - при влете и вылете из пластинки.

Поэтому можно ожидать, что в случае пористой внутренней структуры  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля, способствующей возникновению ОПИ при каждом внутреннем переходе, формулы (1) уже могут быть несправедливы.

### 3. ОПИ, возникающее при перпендикулярном пролете заряженной частицы через стопку прозрачных пластинок

#### 3.1. Формулы для углового распределения интенсивности излучения

Угловые распределения ОПИ, возникающего при перпендикулярном пролете заряженной частицы через  $m$  прозрачных пластинок с показателем преломления  $n_2$  одинаковой толщины  $a$ , взаимно отделенных вакуумными промежутками одинаковой ширины  $b$ , можно определить с помощью общих формул, полученных Пафомовым в работе [3]. В случае, когда пластинки находятся в прозрачной среде с показателем преломления  $n_1$  (рис.4), общие формулы приобретают следующий упрощенный вид (для излучения, испускаемого "вперед"):

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\lambda} = -\frac{\alpha\beta^2}{\pi^2\lambda} \sin^2 \vartheta |n_1^2 k_1|^2 |f(\lambda, \vartheta)|^2 n_1' e^{-\frac{4\pi R n_1'}{\lambda}}, \quad \text{где} \quad (2)$$

$$f(\lambda, \vartheta) = \left\{ (e^{im\psi} - e^{-im\psi}) h_1 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} b k_1} + (h_1 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} b k_1} + h_2 e^{\frac{2\pi}{\lambda} a}) \times \right.$$

$$\left. \times \left[ \frac{1 - e^{-i(m-1)(\varphi+\psi)}}{1 - e^{-i(\varphi+\psi)}} e^{i(m-1)\psi} - \frac{1 - e^{-i(m-1)(\varphi-\psi)}}{1 - e^{-i(\varphi-\psi)}} e^{-i(m-1)\psi} \right] e^{-i\varphi} \right\} Q^{-1},$$

$$Q = \left\{ [(\chi_1 + \chi_2)^2 e^{-\frac{2\pi}{\lambda} a k_2} - (\chi_1 - \chi_2)^2 e^{\frac{2\pi}{\lambda} a k_2}] (e^{im\psi} - e^{-im\psi}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} b k_1} - \right.$$

$$\left. - 4\chi_1 \chi_2 (e^{i(m-1)\psi} - e^{-i(m-1)\psi}) \right\} (1 - \beta^2 k_1^2) (1 - \beta^2 k_2^2),$$

$$h_{1,2} = (1 + \beta k_2)(\chi_1 + \chi_2) \left\{ (1 - \beta k_2) \left( \frac{n_2^2}{2} + \beta k_2 \right) - (1 - \beta^2 k_1^2) \right\} e^{\mp i\frac{2\pi}{\lambda} a k_2} +$$

$$+ (1 - \beta k_2)(\chi_1 - \chi_2) \left\{ (1 + \beta k_2) \left( \beta k_2 - \frac{n_2^2}{2} \right) + (1 - \beta^2 k_1^2) \right\} e^{\pm i\frac{2\pi}{\lambda} a k_2} +$$

$$+ 2k_2(1 + \beta k_1) \left\{ (1 - \beta k_1)(n_1^2 + n_2^2 \beta k_1) - n_2^2(1 - \beta^2 k_2^2) \right\} e^{\mp i\frac{2\pi}{\lambda} a},$$

$$\psi = \arccos \left[ \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} a k_2 \right) \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} b k_1 \right) - \frac{\chi_1^2 + \chi_2^2}{2\chi_1 \chi_2} \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} a k_2 \right) \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} b k_1 \right) \right],$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\beta\lambda} (a + b),$$

6

$$k_1 = n_1 \cos \vartheta, \quad k_2 = \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \vartheta}, \quad \chi_1 = n_2^2 k_1, \quad \chi_2 = n_1^2 k_2,$$

где  $m$  - число пластинок,  $a$  - толщина одной пластинки,  $b$  - ширина промежутков между пластинками,  $\vartheta$  - острый угол между направлением наблюдения ОПИ в среде с показателем преломления  $n_1$  и направлением движения частицы,  $\beta$  - отношение скорости частицы и скорости света в

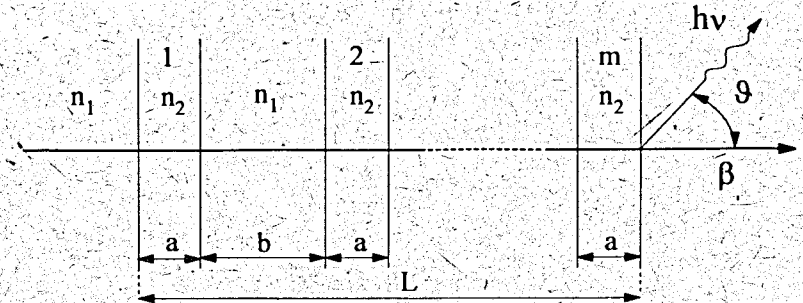


Рис.4. Радиатор полной толщины  $L$ , состоящий из  $m$  прозрачных пластинок с одинаковой толщиной  $a$  с показателем преломления  $n_2$ , разделенных промежутками равной ширины  $b$ , заполненными прозрачной средой с показателем преломления  $n_1$ ;  $\vartheta$  - угол наблюдения испускаемого излучения,  $\beta$  - скорость частицы, пролетающей перпендикулярно через радиатор-стопку

вакууме,  $\lambda$  - длина волны излучения,  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры,  $n_1 = n_1' + i n_1''$  - показатель преломления среды между пластинками и также перед и за стопкой пластинок (радиатором),  $n_2$  - показатель преломления пластинок ( $n_1$  и  $n_2$  - в общем случае комплексные),  $R$  - расстояние от точки вылета частицы из радиатора до места наблюдения излучения. Угловые распределения излучения "назад" мы получим из формул (2) изменением знака перед скоростью частицы на обратный.

Расчет полного числа фотонов  $N$  с помощью формул (2) для пластинок из  $\text{SiO}_2$  ( $n_2 = 1.48$ ) одинаковой толщины  $a = 6$  нм, расположенных в воздухе ( $n_1 = 1.000282$ ) на одинаковых расстояниях друг от друга  $b = 6$  нм (эти параметры близки к структуре  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля с  $n=1,05$ ) приведен на рис.5а. Как видно из этого рисунка (см. кривую - 2), в области малых скоростей частицы ( $\beta \approx 0.1 \div 0.2$ ) наблюдается существенное повышение интенсивности ОПИ по сравнению с одной бесструктурной пластинкой одинаковой полной толщины. Повышение интенсивности ОПИ является следствием многократной интерференции

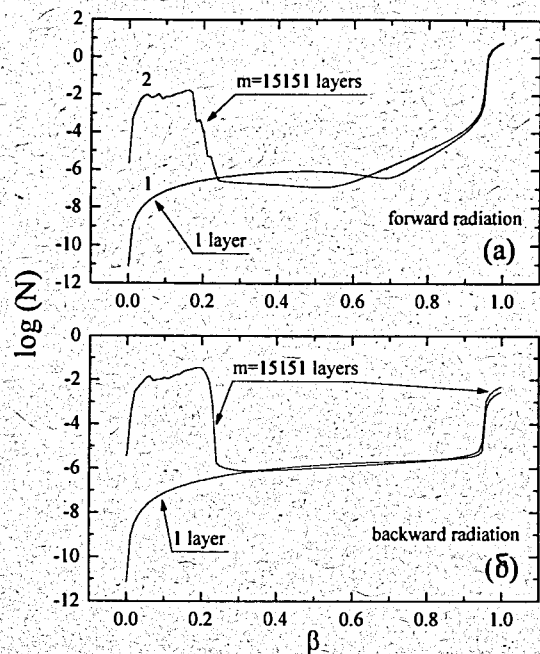


Рис.5. а) Полное число фотонов  $N$  ОПИ в зависимости от скорости частицы  $\beta$ . Кривая 1 - пластинка из  $\text{SiO}_2$  - аэрогеля толщиной  $L=1\text{мм}$  с показателем преломления  $n=1,05$ . Кривая 2 - стопка пластинок ( $m=15151$ ) из  $\text{SiO}_2$  ( $n_2=1,48$ ) толщиной  $a=6\text{ нм}$  с расстоянием между ними  $b=60\text{ нм}$ , причем показатель преломления среды между пластинками также как перед и за стопкой равен  $n_1=1,000282$  (эти параметры стопки близки к структуре  $\text{SiO}_2$  -аэрогеля с  $n=1,05$ ). Полная толщина стопки  $L=1\text{мм}$ . Интегрирование по  $\lambda$  в диапазоне  $\lambda=350\text{-}700\text{ нм}$  и по углу  $\theta$  от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ ;  $\beta=0,001\text{-}0,999$ . б) Излучение, испускаемое назад, в случае одной пластинки и стопки, состоящей из 15151 пластинок при одинаковой полной толщине  $L=1\text{мм}$

излучений, возникающих при переходах частицы через отдельные пластинки. Аналогичное повышение интенсивности ОПИ наблюдается и в случае испускания излучения "назад", см. рис.5б и рис.6 (повышение интенсивности при высоких  $\beta$  в случае ОПИ "назад", возникает вследствие отражений главного черенковского максимума).

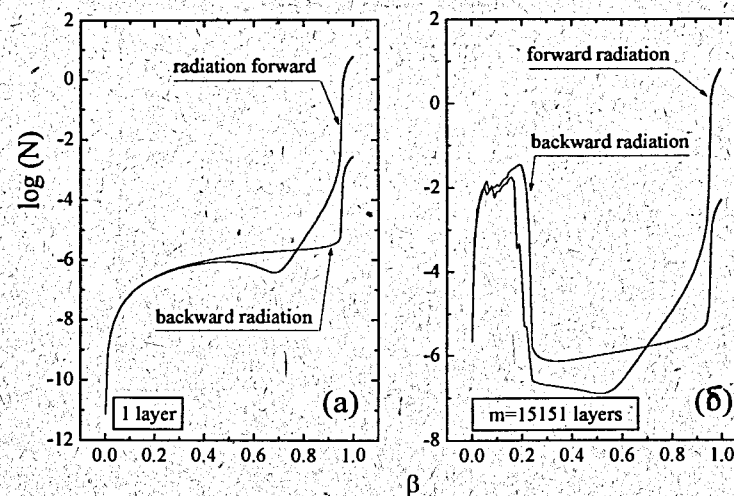


Рис.6. Сравнение полного числа фотонов ОПИ, испущенных вперед и назад: а) в случае одной пластинки  $L=1\text{мм}$ ; б) в случае стопки пластинок с  $m=15151$  при одинаковой полной толщине  $L=1\text{мм}$ . Остальные параметры расчета те же, что и на рис.5

### 3.2. Зона формирования излучения, возникающего на одной пластинке

То, что повышение интенсивности ОПИ в области малых скоростей является следствием многократной интерференции излучений, возникающих на отдельных пластинках, следует из величины зоны формирования. Зону формирования, в соответствии с [6], можно определить как

$$l_f = \frac{n_2 \beta \lambda}{2(1 - \beta n_2 \cos \theta)} \quad (3)$$

Для минимального и максимального значений угла  $\theta$ ,  $\theta_{\min} = 0^\circ$  и  $\theta_{\max} = 90^\circ$ , зона формирования определяется следующими формулами:

$$l_f^{\min} = \frac{n_2 \beta \lambda}{2} \quad \text{и} \quad l_f^{\max} = \frac{n_2 \beta \lambda}{2(1 - \beta n_2)} \quad (4)$$

расчет которых в зависимости от скорости частицы  $\beta$  приведен на рис.7. Горизонтальной прерывистой линией на этом рисунке обозначен период стопки пластин  $d = a + b$  ( $a$  - толщина одной пластинки,  $b$  - расстояние между пластинками). Мы видим, что в диапазоне малых скоростей  $\beta \approx 0.2$  зона формирования сравнима с периодом радиатора  $d = 66\text{ нм}$ .



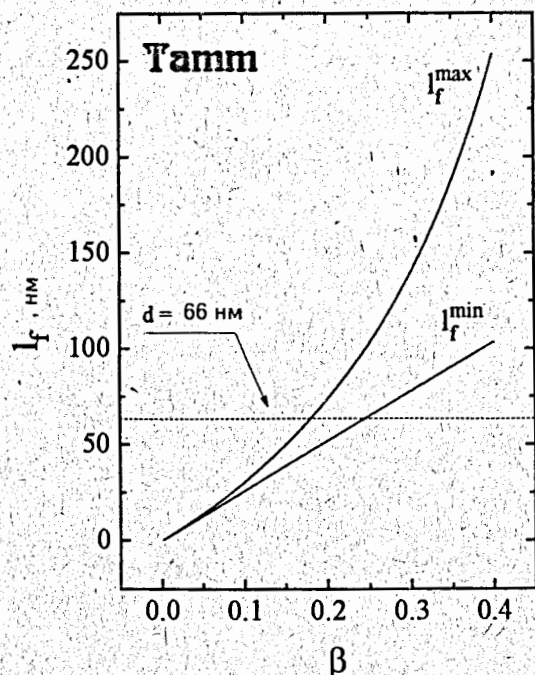


Рис.7. Минимальные и максимальные значения зоны формирования излучения  $I_f$ , возникающего на одной пластинке в зависимости от скорости частицы  $\beta$ . Горизонтальная прерывистая линия обозначает период стопки радиатора  $d=66$  нм, состоящего из  $m$  прозрачных пластинок из  $\text{SiO}_2$  ( $n_2=1,48$ ), с толщиной  $a=6$  нм, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга  $b=60$  нм. Длина волны излучения  $\lambda=400$  нм

Это означает, что при  $\beta \leq 0.2$  излучение, возникающее на отдельных пластинках, может интерферировать. При  $\beta \gg 0.2$  будет период  $d \ll I_f$  и частица будет стопку пластинок "воспринимать" как одну пластинку с толщиной, равной полной толщине радиатора  $L$  и со средним

показателем преломления  $\bar{n} = \sqrt{\frac{an_2^2 + bn_1^2}{a+b}} = 1.05$  - см. рис.5а.

Как видно из рис.8а, при низких  $\beta$  ( $\beta < 0.2$ ) имеется линейная зависимость полной интенсивности излучения от толщины радиатора  $L$ , которая характерна для ИВЧ (при  $\beta n > 1$ ). Это свойство излучения, возникающего в данном случае при  $\beta n \ll 1$ , показывает на его тесную связь с ИВЧ. На рис.8б приведена зависимость интенсивности излучения от параметров  $a$  и  $b$  при одинаковых периодах  $d=a+b$ . Уменьшением расстояний  $b$  между пластинами и одновременным увеличением толщины  $a$  (период  $d$  остается постоянным) увеличивается средняя

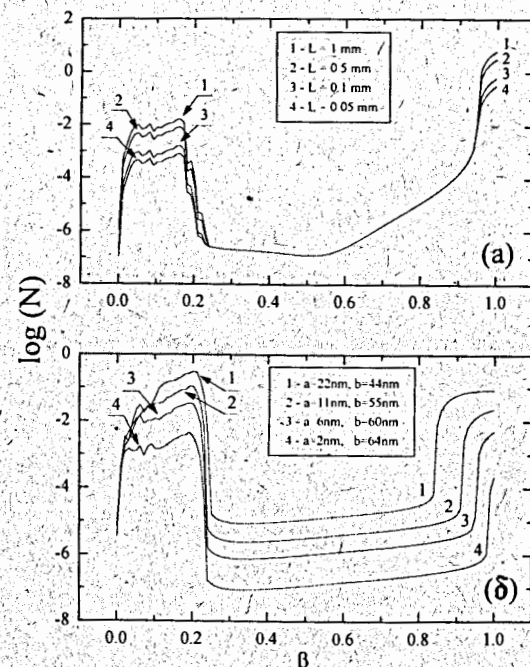


Рис.8. а) Зависимость интенсивности излучения, испускаемого вперед, от скорости частицы  $\beta$  для различных толщин радиатора  $L$  ( $a=6$  нм,  $b=60$  нм,  $\lambda=400$  нм,  $\theta=0^\circ - 90^\circ$ ,  $n_2=1,48$ ,  $n_1=1,000282$ ,  $\beta=0,001 - 0,999$ ). б) Интенсивность излучения, испущенного назад, в зависимости от скорости частицы  $\beta$  для различных параметров "а" и "b" при равной величине периода  $d=66$  нм ( $L=1$  мм,  $\theta=0^\circ - 90^\circ$ ,  $\lambda=400$  нм,  $n_2=1,48$ ,  $n_1=1,000282$ ,  $\beta=0,001 - 0,999$ )

плотность радиатора и, следовательно, и его средний показатель преломления. Это приводит к сдвигу порога возникновения ИВЧ, испускаемого частицей при более высоких  $\beta$  (см. кривые 1, 2, 3 и 4).

### 3.3. Спектральная зависимость интенсивности излучения

Зависимость  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  приведена на рис.9 для четырех различных скоростей частицы  $\beta$ . Как видно из рис.9в, г, кривая спектральной зависимости  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  при малых  $\beta$  состоит из множества тройных максимумов, часть из которых находится в видимой области спектра (обозначенной на рис.9 двумя перпендикулярными прерывистыми

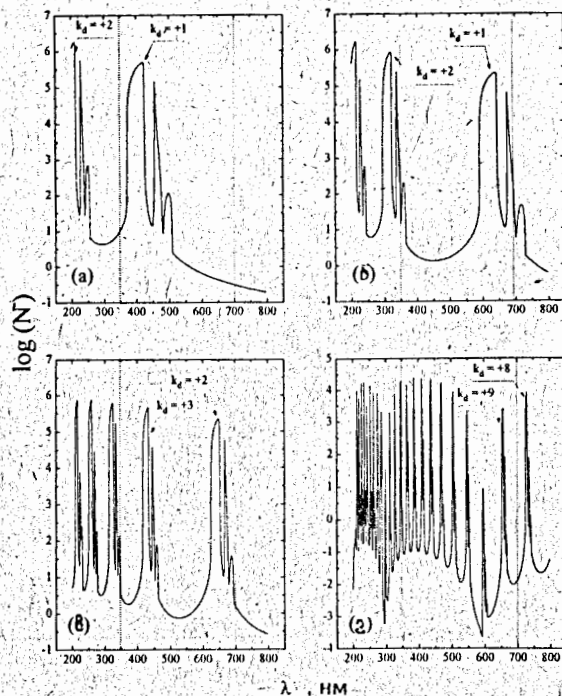


Рис.9. Спектральная зависимость  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  интенсивности излучения, возникающего при пролете заряженной частицы через стопку прозрачных пластинок при различных скоростях  $\beta$  (а)  $\beta=0,15$ ; б)  $\beta=0,1$ ; в)  $\beta=0,05$ ; г)  $\beta=0,01$ . Перпендикулярными прерывистыми линиями на рисунке обозначена область видимого света

линиями). С увеличением скорости частицы  $\beta$  максимумы передвигаются в область более коротких длин волн  $\lambda$  и постепенно переходят из видимой области спектра в его ультрафиолетовую часть. На рис.10 представлена зависимость  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  излучения, испускаемого назад (по отношению к направлению скорости частицы), в сравнении с излучением, испущенным вперед  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  - рис.10а. Видно, что излучения, испущенные вперед  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  и назад  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$ , практически равны по своей интенсивности. Пара максимумов (на рис.10б слева от более широкого максимума), связана с отражением излучения, испущенного первоначально в направлении скорости частицы. Тот же самый двойной

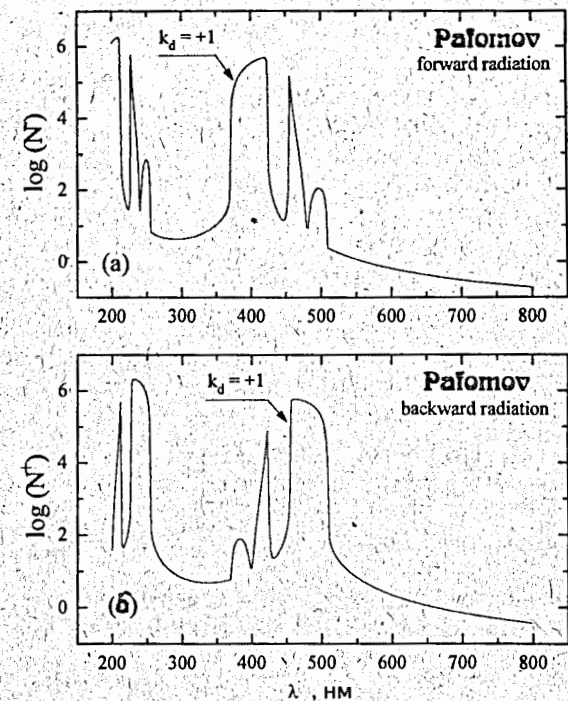


Рис.10. а) Спектральная зависимость  $\frac{dN^-}{d\lambda}(\lambda)$  интенсивности излучения, возникающего при пролете заряженной частицы через стопку прозрачных пластинок, испущенного вперед, (а)  $\beta=0,15$ ; б) То же самое, что и на рис.10а, только для излучения, испущенного назад

максимум (на рис.10а справа) связан с отражениями излучения, испущенного первоначально назад.

Относительно узкие максимумы в спектральной зависимости (как это видно из рис.9,10) свидетельствуют о том, что излучение при одной и той же скорости частицы  $\beta$  будет возникать приблизительно одинаковой окраски, которая с изменением скорости частицы будет изменяться. Как это следует из рис.9а,б,в,г, с уменьшением скорости частицы цвет испускаемого излучения проходит постепенно всю гамму окраски видимого света - от фиолетового до красного.

### 3.4. Угловые распределения интенсивности излучения

Даже в случае перехода заряженной частицы через одну прозрачную пластинку угловое распределение интенсивности ОПИ имеет



довольно сложный вид (состоящий из множества максимумов и минимумов).

Как впервые было показано в работе [7], угловое распределение интенсивности ОПИ, испускаемого на одной пластинке, близко к угловому распределению ИВЧ, возникающему при движении частицы с постоянной скоростью  $\beta$  по конечной траектории (т.н. задача Тамма). В работе [5] была найдена причина этого сходства - формула для ОПИ, испускаемого на пластинке конечной толщины содержит в неявной форме формулу Тамма для ИВЧ, причем влияние последней, как правило, преобладающее.

Формулы для углового распределения полного числа фотонов  $N$  ИВЧ, возникающего в среде с показателем преломления  $n$  при движении заряженной частицы по конечной траектории длиной  $L$ , со скоростью  $\beta$  можно записать в виде [8]:

$$\frac{d^2 N_{\text{Tamm}}}{d\Omega d\lambda} = -\frac{\alpha n \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\sin X}{X}\right)^2 \sin^2 \theta, \quad (5)$$

где  $X = \frac{\pi L}{\beta \lambda} (1 - \beta n \cos \theta)$ . Угловое распределение интенсивности излучения при этом принимает вид, как в случае дифракции Фраугоффера. В нем содержится один главный максимум, при  $X=0$ , (середина которого находится в нашем случае на черенковском угле  $\theta_{\text{ch}} = \arccos\left(\frac{1}{\beta n}\right)$  и ряд боковых максимумов высших порядков (расположенных между двумя минимумами с нулевым значением интенсивности, при  $X = \pm k \cdot \pi$  ( $k=1, 2, \dots$ )).

Данное обстоятельство позволяет ввести оцифровку отдельных максимумов (обозначаемых целым значением величины  $k$ , что значительно облегчает дальнейшую ориентировку в угловых распределениях излучения.

### 3.4.1. Многократная задача Тамма

В случае ОПИ, испускаемого при пролете частицы через радиатор из стопки прозрачных пластин, полезно, для первичной ориентировки в угловом распределении, использовать многократную задачу Тамма, описывающую излучение, возникающее при движении частицы по закону скорости, приведенному на рис. 11.

Угловое распределение интенсивности излучения можно в этом случае описать формулой:

$$\frac{d^2 N_m^{\text{Tamm}}}{d\Omega d\lambda} = -\frac{\alpha n d^2}{\lambda^3} \sin^2 \theta \frac{\sin^2 \left[ \frac{a(1-\beta n \cos \theta)\pi}{\beta \lambda} \right] \sin^2 \left[ \frac{m d \pi}{\beta \lambda} (1-\beta n \cos \theta) \right]}{\left[ \frac{a\pi}{\beta \lambda} (1-\beta n \cos \theta) \right]^2 \sin^2 \left[ \frac{d\pi}{\beta \lambda} (1-\beta n \cos \theta) \right]}, \quad (6)$$

или

$$\frac{d^2 N_m^{\text{Tamm}}}{d\Omega d\lambda} = -\frac{\alpha n L^2}{\lambda^3} \sin^2 \theta \left(\frac{\sin X}{X}\right)^2 \left(\frac{Y}{\sin Y}\right)^2 \left(\frac{\sin Z}{Z}\right)^2,$$

где

$$\begin{aligned} X &= k_L \cdot \pi, & k_L &= \frac{L(1-\beta n \cos \theta)}{\beta \lambda}, \\ Y &= k_d \cdot \pi, & k_d &= \frac{d(1-\beta n \cos \theta)}{\beta \lambda}, \\ Z &= k_a \cdot \pi, & k_a &= \frac{a(1-\beta n \cos \theta)}{\beta \lambda}, \end{aligned}$$

$L = md$  - эквивалентная длина,  $m$  - число периодов,  $d = a + b = (\Delta t_1 + \Delta t_0) \cdot \vartheta$  - эквивалентная длина одного периода,  $a = \Delta t_1 \cdot \vartheta$  - длина траектории во время одного периода,  $b = \Delta t_0 \cdot \vartheta$ ,  $n$  - показатель преломления среды,  $\theta$  - угол наблюдения ИВЧ (внутри радиатора).

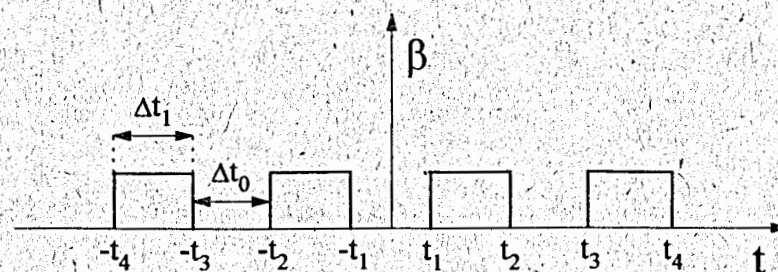


Рис. 11. Закон изменения скорости частицы в многократной задаче Тамма

Целые числа  $k_a$ ,  $k_d$ , и  $k_L$  позволяют провести оцифровку всех максимумов, содержащихся в сложном угловом распределении излучения.

На рис. 12 в качестве примера приведен расчет распределения интенсивности излучения, проведенный по формуле (6), в зависимости от значения параметра  $k_L$ . Из рисунка 12 видно, что нумерация максимумов начинается в одной точке углового распределения  $k_a = k_d = k_L = 0$ , соответствующей черенковскому углу  $\theta_{\text{ch}} = \arccos\left(\frac{1}{\beta n}\right)$ . В угловом распределении присутствуют максимумы трех разных частот. Самую большую частоту имеют максимумы, обозначенные на рисунке как  $k_L$ , связанные с полной длиной траектории  $L$ . Среднюю частоту имеют максимумы, обозначенные как  $k_d$ , связанные с длиной одного периода  $d$ .

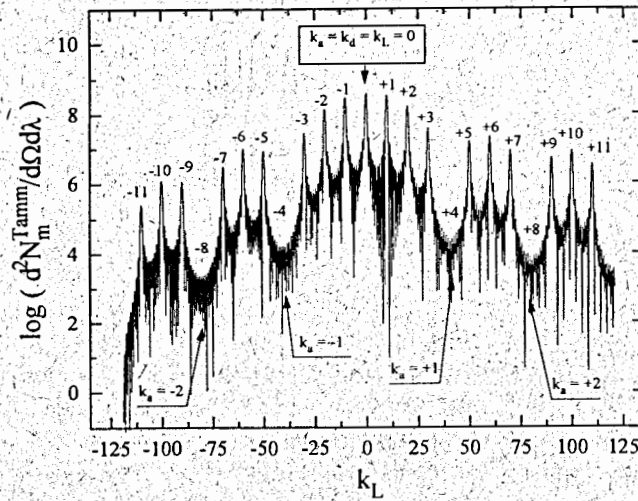


Рис.12. Угловое распределение интенсивности излучения при движении частицы по закону скорости, приведенному на рис.11 (многократная задача Тамма)  $a=1200$  нм,  $b=3600$  нм,  $m=10$ ,  $\lambda=400$  нм,  $n=2.0$ ,  $\beta=0.99$ . Целыми числами, расположенными сверху, обозначены максимумы " $k_d$ ". Наиболее высокую частоту имеют максимумы, обозначенные " $k_L$ " (на рисунке их присутствует  $\approx 240$ )

Наименьшую частоту имеют максимумы, обозначенные как  $k_a$ , связанные с длиной траектории  $a$  в течение одного периода.

При известных параметрах задачи ( $a, d, L, \beta, \lambda, n$ ) расположение любого из максимумов в угловом распределении можно определить с помощью формулы:

$$\cos\theta_{k_x} = \frac{1}{\beta n} + \frac{k_x \lambda}{n x}, \text{ где } x=a, d, L. \quad (7)$$

Необходимо заметить, что, поскольку угол  $\theta$  может приобретать только реальные значения от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , формула (7) не обязательно всегда будет иметь решение. В реальном диапазоне углов находится только часть максимумов  $k_a, k_d$ , и  $k_L$ , соответствующая конкретным значениям параметров  $a, d, L, \beta, \lambda$ , и  $n$ .

Соотношение (7) позволяет определить характер и изменения углового распределения интенсивности в зависимости от всех параметров задачи ( $a, d, L, \beta, \lambda, n$ ). Например, с увеличением скорости частицы  $\beta$  центральный максимум ( $k_a = k_d = k_L = 0$ ) перемещается в сторону больших углов в соответствии с известным черенковским

соотношением  $\cos\theta = \frac{1}{\beta n}$ , причем все остальные максимумы следуют за ним.

С уменьшением отношения  $\frac{x}{\lambda}$  (где  $x=a, d, L$ ) увеличиваются расстояния между максимумами соответствующих частот, см. рис.13. Интересно, что при малой величине периода ( $d \ll \lambda$ ) (см. рис.13г) угловое

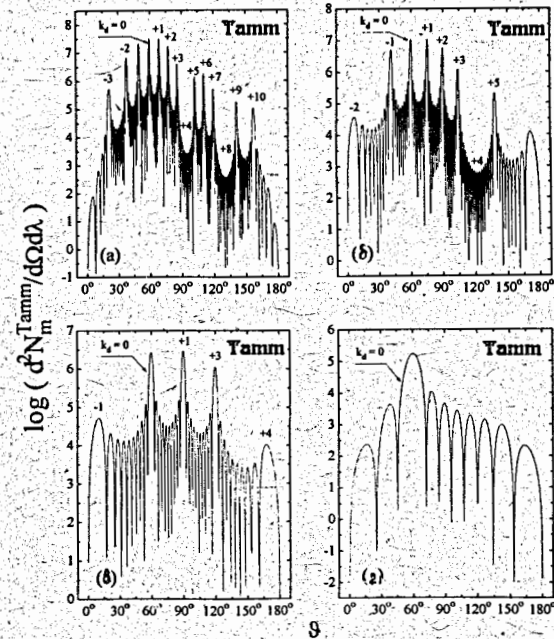


Рис.13. Угловое распределение интенсивности излучения, рассчитанное с помощью формул (6) (многократная задача Тамма) в зависимости от величины периода  $d$ ;  $m=10$ ,  $\lambda=400$  нм,  $n=2.0$ ,  $\beta=0.99$ : а)  $d=1400$  нм, б)  $d=800$  нм, в)  $d=400$  нм, г)  $d=100$  нм ( $d < \lambda$ ).

распределение интенсивности излучения будет совпадать с угловым распределением интенсивности ИВЧ, следующим из соотношения Тамма (5). Это обстоятельство можно легко показать и аналитически, поскольку при  $d \ll \lambda$  формула (6) переходит в формулу (5).

Как видно из рис.13 интерференционные максимумы возникают во всем диапазоне углов от  $\theta=0^\circ$  до  $\theta=180^\circ$ , т.е. как вперед (в направлении движения частицы), так и назад.



### 3.4.2. Угловые распределения интенсивности ОПИ при пролете частицы через стопку прозрачных пластин

На рис.14 приведены угловые распределения интенсивности ОПИ, рассчитанные с помощью формул Пафомова (2) (для параметров  $a = 6$  нм,  $b = 60$  нм,  $n_2 = 1.48$ ,  $n_1 = 1.000282$ ,  $m = 1000$ , близких к структуре аэрогеля с  $n = 1.05$ ) в сравнении с угловыми распределениями

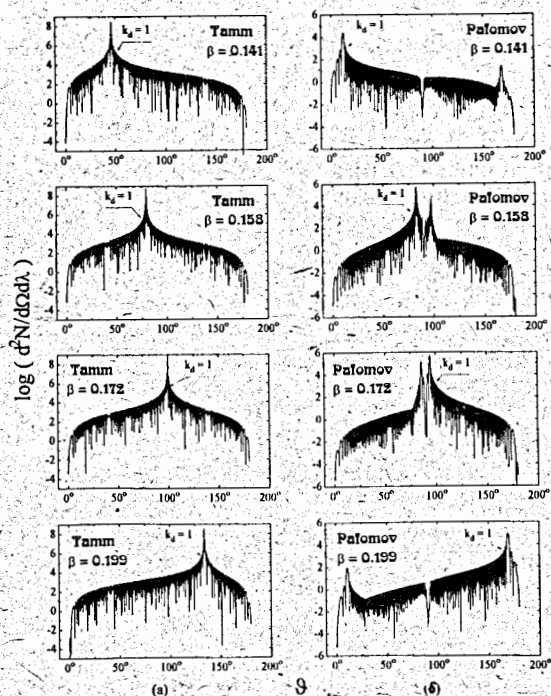


Рис.14. Угловое распределение интенсивности излучения, вычисленное для параметров стопки, близких к структуре SiO<sub>2</sub>-аэрогеля для различных скоростей частицы  $\beta$  ( $a=6$  нм,  $b=60$  нм,  $m=1000$ ,  $L=66$  нм,  $\lambda=400$  нм): а) вычисление проведено с помощью формул (6) (многократная задача Тамма),  $n=1,05$ ; б) вычисление проведено с помощью формул Пафомова (2)  $n_2=1,48$ ,  $n_1=1,0$

интенсивности излучения, вычисленными с помощью формул (6) (многократной задачи Тамма). Видно, что в приведенных угловых распределениях основным является максимум с  $k_d = +1$ . Определение его расположения в случае вычислений, проведенных с помощью формул Пафомова (рис.14б), значительно сложнее, чем в случае многократной задачи Тамма (рис.14а). Соотношение (2) имеет максимумы тогда, когда выражение в знаменателе в квадратных скобках равно нулю, т.е. если

$$\varphi \mp \psi = 2\pi k_d, \quad (8)$$

$$\frac{2\pi}{\beta\lambda} (a+b) \mp \arccos\left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} ak_2\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} bk_1\right) - \frac{\chi_1^2 + \chi_2^2}{2\chi_1\chi_2} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} ak_2\right)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} bk_1\right)\right] = 2\pi k_d,$$

где  $k_d$  - целое число. Верхний знак соответствует излучению "вперед", нижний - его отражению.

Второй меньший максимум, на рис.14б, возникает вследствие многократных отражений - излучения на границах внутри стопки пластин. Как видно из рис.14б, с нарастанием скорости частицы максимум  $k_d = +1$  передвигается к большим углам. При  $\beta > 0,172$  максимум уже находится на углах  $\varphi > 90^\circ$  (т.е. направлен назад), причем вперед выходит лишь его небольшая отраженная часть. При  $\beta > 0,2$  максимум  $k_d = +1$  уходит из области реальных углов ( $\varphi = 0^\circ - 180^\circ$ ). Для большей наглядности на рис.15 те же угловые распределения интенсивности ОПИ, (возникающего на стопке пластинок) приведены в полярных координатах. Из приведенного выше следует, что повышение интенсивности ОПИ в области малых  $\beta$  ( $\beta < 0,2$ ) возникает вследствие интерференционных максимумов высших порядков с  $k_d \geq +1$ . Порог возникновения этого излучения определяется появлением первого правого максимума с  $k_d = +1$ . Как это видно из

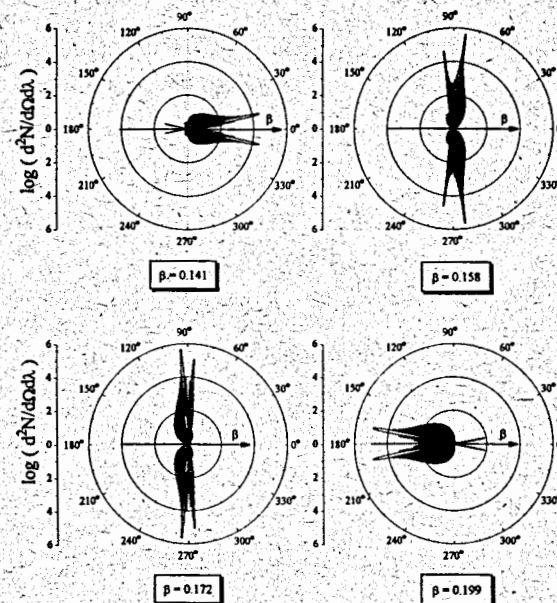


Рис.15. То же самое, что и на рис.14б, только в полярных координатах



рис.16, величина этого порога зависит главным образом от периода  $d$  (при заданных значениях  $n_1$ ,  $n_2$  и  $\lambda$ ), т.е. в конечном итоге от структуры радиатора.

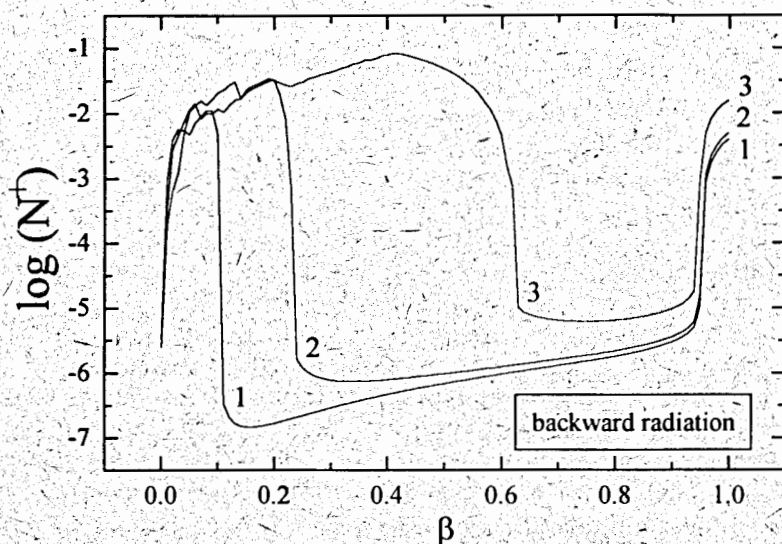


Рис.16. Зависимость интенсивности излучения, испущенного назад, от скорости частицы  $\beta$  для различных параметров  $d$  ( $\lambda=350\div 700$  нм,  $m=15151$ ,  $L=1$  мм,  $\theta=0^\circ\div 90^\circ$ ,  $n_2=1,48$ ,  $n_1=1,000282$ ). Кривая 1 -  $d=33$  нм,  $a=3$  нм,  $b=30$  нм; кривая 2 -  $d=66$  нм,  $a=6$  нм,  $b=60$  нм; кривая 3 -  $d=132$  нм,  $a=12$  нм,  $b=12$  нм,  $\beta=0,001\div 0,999$

#### 4. Оптическое параметрическое излучение Вавилова-Черенкова

В случае стопки прозрачных пластин с  $m \gg 1$  (т.е. при достаточно большой полной толщине радиатора  $L=m \cdot d$ ), как это было показано в работе [9], в угловом распределении интенсивности излучения наблюдаются характерные максимумы, которые получили название "параметрические черенковские максимумы", [10]. Названы были так потому, что в определенном смысле они являются аналогом главного черенковского максимума, возникающего при пролете частицы со скоростью  $\beta \cdot n > 1$  через одну прозрачную пластинку. Расположение параметрических черенковских максимумов в соответствии с [9] можно определить с помощью приведенных выше соотношений (7) (в этой работе они соответствуют максимумам, обозначенными как " $k_d$ ").

Является интересным, что параметрический черенковский максимум нулевого порядка (при  $k_d = 0$ ) совпадает с главным максимумом ИВЧ. Это видно на рис.13г. При  $d \ll \lambda$  и  $\beta \cdot n > 1$  угловое расстояние между параметрическими максимумами нулевого  $k_d = 0$  и ближайшего максимума первого порядка ( $k_d = +1$ ) уже настолько большое, что параметрический максимум с  $k_d = +1$  уже не может находиться в угловом распределении совместно с максимумом с  $k_d = 0$  (см. рис.13г).

Отличающие особенности ИВЧ (его направленность, существование порога, линейная зависимость интенсивности от длины пути и др.) являются отражением того факта, что в угловом распределении присутствует всего лишь один - главный параметрический максимум.

Аналогичная ситуация, однако, может возникнуть и для параметрических максимумов высших порядков (см. рис.14), когда в угловом распределении присутствует лишь один из максимумов  $k_d > 0$  (напр. максимум с  $k_d = +1$ ). Все характерные свойства излучения, испущенного в таком случае, будут сходны со свойствами ИВЧ.

Однако функция для углового распределения интенсивности (2), или (6) является плавной функцией - она описывает все параметрические максимумы как нулевого (при  $k_d = 0$ ), так и высших порядков (при  $k_d = +1, 2, \dots$ ). Все эти максимумы возникают вследствие того, что соответствующие разности фаз  $X, Y, Z$  кратны числу  $\pi$  (см. (7)). Поэтому, в этом смысле, главный черенковский максимум (с  $k_d = 0$ ) не является ничем особенным - он полностью аналогичен остальным максимумам высших порядков, является лишь одним из них.

#### 5. Заключение

В работе приводится подробный анализ ОПИ, возникающего в радиаторе конечной толщины  $L$ , из  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля с показателем преломления  $n$ , при перпендикулярном пролете через него частицы с постоянной скоростью  $\beta$ .

Впервые проведены вычисления интенсивности излучения с применением формул Пафомова (1), описывающие как ОПИ, испускаемое частицей при ее влете и вылете из радиатора, так и ИВЧ. В работе указано, что формулы (1) плавно переводят характеристики ОПИ (такие как независимость интенсивности от толщины радиатора, спектральные свойства и др.) в характеристики существенно отличающегося излучения ИВЧ.

Влияние внутренней структуры  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля на испускаемое излучение исследуется с помощью формул Пафомова (2), описывающих ОПИ, возникающее при пролете частицы через стопку прозрачных

пластинок толщины  $a$ , расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга  $b$ . Параметры  $a$  и  $b$ , также как среда пластинок и среда между ними были выбраны так, чтобы были близки к структуре  $\text{SiO}_2$ -аэрогеля с показателем преломления  $n=1,05$ .

Сравнением кривых полной интенсивности излучения, рассчитанных по формулам (1) и (2), для различных скоростей частицы  $\beta$  было найдено, что при малых  $\beta$  ( $\beta \approx 0,1 \div 0,2$ ) происходит значительное увеличение интенсивности числа испускаемых фотонов. Сравнением зоны формирования излучения с периодом стопки  $d=a+b$  показано, что повышение интенсивности при малых скоростях частицы является следствием многократной интерференции излучений, возникающих на отдельных пластинках.

В работе исследуются основные характеристики излучения, возникающего при малых  $\beta$ . Спектр излучения характерен узкими максимумами, число которых возрастает с уменьшением длины волны. Для одной и той же длины волны  $\lambda$  излучение носит пороговый характер. Полная интенсивность излучения линейно зависит от толщины радиатора  $L$ . Полная интенсивность излучения при низких  $\beta$  соответствует примерно 1,5 % от ИВЧ при той же толщине радиатора  $L$ .

Угловое распределение интенсивности излучения в случае радиатора из стопки прозрачных пластинок сложное - содержит множество максимумов и минимумов. В работе проведена оцифровка отдельных максимумов в угловом распределении с помощью соотношения (6) многократной задачи Тамма. Показано, что в угловом распределении существуют максимумы трех различных видов (обозначаемые соответственно целыми числами  $(k_a, k_d, k_L)$ ), расположение которых связано с толщиной пластинки  $a$ , длиной периода  $d=a+b$  и с полной толщиной радиатора  $L$ . В работе приведены соотношения, позволяющие провести идентификацию отдельных максимумов как в угловом распределении излучения, описанного формулой (6) (многократной задачи Тамма), так и формулой Пафомова (2) для стопки пластинок.

Показано, что при малых скоростях ( $\beta < 0,2$ ) в  $\text{SiO}_2$ -аэрогелях существуют условия для возникновения "параметрического черенковского излучения", являющегося причиной существенного повышения интенсивности ОПИ.

При периоде  $d \ll \lambda$  параметрический черенковский максимум нулевого порядка ( $k_a = 0$ ) совпадает с главным максимумом ИВЧ, описанным формулой Тамма (5) для конечной толщины радиатора.

## Благодарности

Авторы выражают свою благодарность В.П.Зрелову и Б.М.Болотовскому за плодотворные дискуссии, связанные с темой данной работы.

## Литература

- [1] P.Coyle, G.Eigen, D.Hitlin, P.Oddone, B.Ratcliff, N.Roe, J.Vavra.- *Slac-PUB-5594, September 1991.*
- [2] Poelz *NIM, A248(1986) 118.*
- [3] В.Е.Пафомов. - *Ядерная физика и взаимодействие частиц с веществом. Труды ФИАН СССР, т.44, "Наука", М., 1963, с.90.*
- [4] V.P.Zrelov, V.P.Lupiltsev, J.Ružička.- *NIM, A278, 62, 1988.*
- [5] J.Ružička, V.P.Zrelov.- *Czech.J.Phys. 43(1993) p.551.*
- [6] Б.М.Болотовский.- *Труды ФИАН, 1982, Т.140, с.95.*
- [7] J.Ružička, J. Mehes.- *NIM A250, 491-502, 1986.*
- [8] V.P.Zrelov, M.Klimanova, J.Ružička.- *NIM 215(1983), 141-146.*
- [9] П.М.Гарибян, Ян Ши. - *Рентгеновские переходные излучения, Ереван, 1983, с.79.*
- [10] Я.Б.Файнберг, И.Л.Хижняк.- *ЖЭТФ, 1957, т.32, вып.4, с.883-895.*

Рукопись поступила в издательский отдел  
29 июля 1994 года.