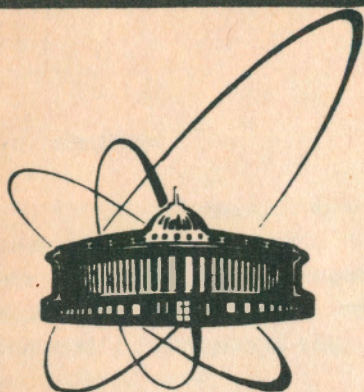


92-71



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

P1-92-71

М.Г.Кадыков, В.Г.Одинцов

РАСЧЕТ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
УСТАНОВКИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ  
БЕЗНЕЙТРИННЫХ РАСПАДОВ  
ЗАРЯЖЕННЫХ КАОНОВ

1992

Расчет точностных характеристик установки для изучения безнейтринных распадов заряженных каонов

Настоящая работа посвящена расчету точностных характеристик установки для изучения безнейтринных распадов заряженных каонов на комплексе "Меченые нейтрино". Описаны методики расчета карты магнитного поля безжелезного магнита и восстановления импульсов вторичных заряженных частиц, участвующих в распадах  $K-3\pi$ . Рассчитана эффективность регистрации событий на установке.

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

---

Перевод авторов

---

Kadykov M.G., Odintzov V.G.

P1-92-71

The Calculation of Precision Characteristics for the Tagged Neutrino Facility to Study Charge K-Meson Decays without Neutrino

The article deals with the calculations of precision characteristics for the Tagged Neutrino Facility to study the charged K-meson decays without neutrino. Calculation methods of the ironless magnet field card and a reconstruction of the secondary charged particle impulses in  $K-3\pi$  decays have been described. The efficiency of the event registrations has been calculated in the facility.

The investigation has been performed at the Laboratory of Superhigh Energies, JINR.

## Введение

Одной из задач, включенных в программу физических исследований на комплексе "Меченые нейтрино"<sup>1/1</sup>, является изучение безнейтринных распадов заряженных K-мезонов. Для ее решения предполагается использовать станцию мечения комплекса "Меченые нейтрино", дополненную широкоапертурным спектрометрическим безжелезным магнитом. Магнит предназначен для определения знака заряда и импульсов вторичных заряженных частиц, образованных в распадах  $K^{\pm}$ -мезонов:



Цель настоящей работы - расчет разрешающей способности установки по кинематическим параметрам регистрируемых частиц и определение геометрической эффективности регистрации событий (1).

В работе описаны методы расчета карты магнитного поля безжелезного магнита и восстановления импульсов заряженных частиц.

## Схема эксперимента

Схема установки для исследования безнейтринных распадов  $K^{\pm}$ -мезонов представлена на рис.1, где:

$L_d$  - длина распадной зоны,

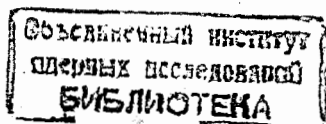
$\nu$  - газовый черенковский счетчик,

$H_{xy}^i$  - сцинтиляционные годоскопы с шириной ячейки 1 см,

M - широкоапертурный безжелезный магнит из 8 расположенных вокруг пучка секций радиусом 2м и длиной 4м,

НС - адронный калориметр полного поглощения модульной структуры<sup>1/2</sup>.

Годоскопы  $H_{xy}^{1,2}$  служат для определения угла влета частицы в магнит, а  $H_{xy}^{3,5}$  - угла вылета из него. Плоскости  $H_{xy}^4$  повернуты на заданный угол и при регистрации многотрековых событий устанавливают соответствие X- и Y- проекций координат трека для отдельно взятой заряженной частицы.





## Характеристики магнитного поля

Карта магнитного поля для безжелезного магнита рассчитывалась с помощью специализированной программы MAGSYS<sup>[3]</sup>, приспособленной для расчета тороидальных трехмерных полей методом объемных интегральных уравнений типа

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mu - 1}{\mu} \left\{ \frac{3\vec{R}(\vec{B} \times \vec{R})}{R^5} - \frac{\vec{B}}{R^3} \right\} dv = \vec{B}_0, \quad (2)$$

где  $\vec{R}$  - радиус-вектор между точкой источника и точкой наблюдения,  $\mu = \mu(|B|)$  - магнитная проницаемость,  $\vec{B}_0$  - магнитная индукция токовой обмотки.

Карта магнитного поля вычислялась в полярной системе координат  $ZR\varphi$ , связанной с центром симметрии магнита, а затем значения компонент магнитной индукции  $B_r, B_\varphi, B_z$  переводились в значения  $B_x, B_y, B_z$  в XYZ-системе. Расчеты карты поля проводились для одного из восьми секторов магнита в объеме  $\frac{1}{8}R^2Z \approx 6,28 \text{ м}^3$ . Считается, что в остальных секторах поле является идентичным. Границы для вычисления поля выбирались следующим образом:  $Z$  изменялось в интервале  $[-200, 200]$  см,  $r = [10, 210]$  см,  $\varphi = [0, \frac{\pi}{4}]$  рад.

Размер сетки для вычислений карты поля выбирался из следующих соображений<sup>[4]</sup>. В случае табличного представления карты магнитного поля промежуточные значения напряженности будут определяться методом линейной (либо высшего порядка) интерполяции. Это равносильно тому, что при разложении в ряд напряженности поля  $H = f(Z, R, \varphi)$ , например, по координате  $\varphi$ :

$$H(Z, R, \varphi) = H(Z_0, R_0, \varphi_0) + \frac{\partial H}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2}(\varphi - \varphi_0)^2 + \dots, \quad (3)$$

мы пренебрегаем квадратичными и последующими членами. Вклад этих членов должен быть меньше некоторой заданной величины  $\Delta H$ . Для того, чтобы погрешность вычисления напряженности поля не влияла на точность определения кинематических параметров частиц, импульсов, в частности, в данном случае, она не должна превышать  $\frac{\Delta H}{H} \approx 0,2 \pm 0,4\%$  или в абсолютных единицах  $\Delta H \approx 5 \text{ Гс}$ . Отсюда вытекает условие на размер сетки карты поля по  $\varphi$  в случае пренебрежения в (3) квадратичным членом

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2} \left( \frac{\Delta \varphi}{2} \right)^2 \leq \Delta H = 0,005 \text{ кГс}$$

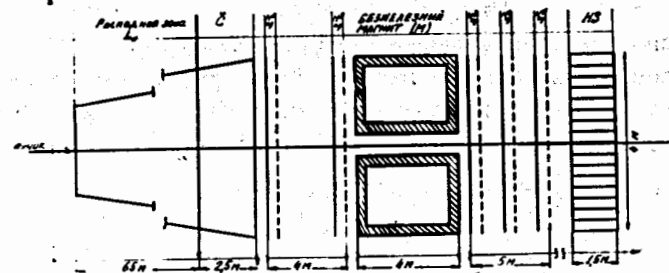


Рис.1. Схема установки для исследования безнейтринных распадов заряженных каонов.

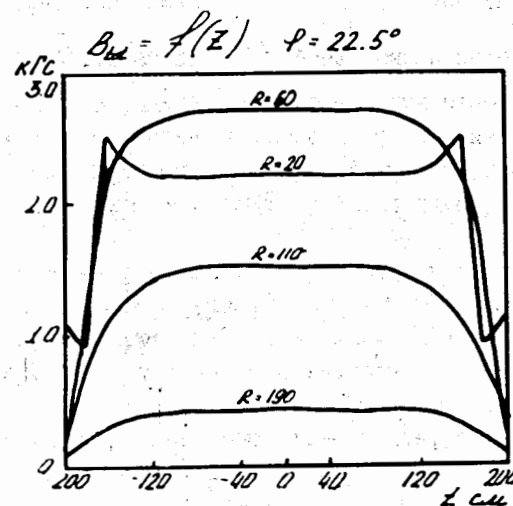


Рис.2. Зависимость  $B_{tot} = f_r(z)$ .

или

(4)

$$\Delta\varphi \leq 2\sqrt{0,01/\partial^2 H/\partial\varphi^2}.$$

Аналогично получаются оценки размеров сетки по  $\Delta Z$  и  $\Delta R$ .

Рассматривался также вариант учета второй производной при определении промежуточных значений напряженности поля. В этом случае должны быть выполнены следующие условия:

$$\frac{1}{6} \frac{\partial^3 H}{\partial\varphi^3} \left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)^3 \leq \Delta H = 0,005 \text{ кГс}$$

или

(5)

$$\Delta\varphi \leq 2\sqrt{0,03/\partial^3 H/\partial\varphi^3}.$$

Анализ первых, вторых и третьих производных от напряженности магнитного поля по координатам  $Z, R$  и  $\varphi$  и усреднение их по  $\approx 9000$  точкам карты поля дали следующие оценки размеров ячеек по  $\Delta Z, \Delta R, \Delta\varphi$ :

- в случае линейного приближения -  $\Delta Z=36$  см,  $\Delta R=11$  см,  $\Delta\varphi=9,9^\circ$ ;

- с учетом второй производной -  $\Delta Z=88$  см,  $\Delta R=20$  см,  $\Delta\varphi=13^\circ$ .

Размеры ячеек были выбраны такими -  $\Delta Z=40$  см,  $\Delta R=10$  см,  $\Delta\varphi=4,5^\circ$ .

Карта магнитного поля была рассчитана в  $N=21 \times 11 \times 21=4851$  точках объема и составила  $2 \times N=9702$  значений компонент ( $B_x, B_y$ ). Мы пренебрегли компонентой  $B_z$ , поскольку во всех точках она близка к нулю.

Характеристики магнитного поля приведены на рис.2-4. На рис.2 изображена зависимость магнитной индукции  $B_{tot}$  от переменной  $Z$ , рассчитанной для различных радиусов  $R$ . Видно, что индукция практически постоянна по  $Z$ -координате и достигает максимума  $B_{tot}=3,8$  кГс при  $R=30 \div 50$  см.

Из рис.3 следует, что наибольшая неоднородность поля наблюдается по радиусу магнита. Вначале поле резко нарастает до максимума при  $R=30 \div 50$  см, а затем спадает практически до нуля при  $R=200$  см. Рис.4 отображает зависимость индукции  $B_{tot}$  от полярного угла  $\varphi$  для различных значений радиуса  $R$ . Как видно из рис.4, поведение  $B_{tot}$  значительно меняется в объеме, занимаемом полем, по мере удаления от центра магнита к его периферии.

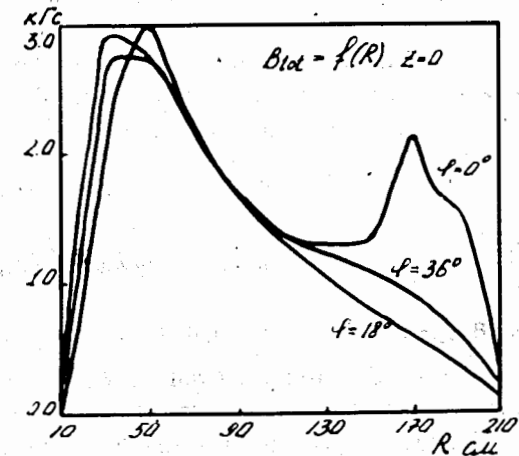


Рис.3. Зависимость  $B_{tot} = f_\varphi(R)$ .

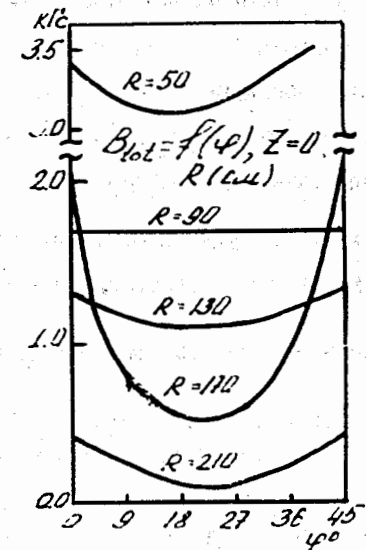


Рис.4. Зависимость  $B_{tot} = f_r(\varphi)$ .

Метод определения импульсов заряженных частиц

Процедура восстановления импульсов вторичных заряженных частиц, образующихся в распадах (1), основана на методе, предложенном в работе<sup>/5/</sup>. Импульс частицы р определяется по формуле:

$$\frac{1}{P} = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \sum_{k=1}^{N_3} \sum_{l=1}^{N_4} C_{ijkl} T_i(\zeta_1) T_j(\zeta_2) T_k(\zeta_3) T_l(\zeta_4). \quad (6)$$

Здесь  $\zeta_n = \frac{2x_n - A_n - B_n}{B_n - A_n}$ ,  $n=1, \dots, 5$  - переменные, изменяющиеся в интер-

вале  $[-1, 1]$ ;  $|A_n, B_n|_{n=1}^5$  - границы изменения параметров;  $\{x_k\}_{k=1}^4$  - исходные параметры:  $x_1$  - угол  $\alpha$  влета частицы в магнит относительно оси OZ,  $x_2$  - радиус R влета частицы в магнит,  $x_3$  - полярный угол влета частицы в магнит,  $x_4$  - угол отклонения  $\theta = \beta - \alpha$  частицы, прошедшей через магнит, где  $\beta$  - угол вылета частицы из магнита,  $x_5 = \frac{1}{P}$ ;

$T(x) = \cos\{n \arccos(x)\}$  - полиномы Чебышева;  $\{C_{ijkl}\}_{i,j,k,l=1}^{N_1, N_2, N_3, N_4}$  -

набор коэффициентов, состоящий из  $N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4$  чисел. Коэффициенты вычислялись способом, описанным в работе<sup>/6/</sup>. Суть его такова. Методом Рунге-Кутты<sup>/7/</sup> вычисляется группа траекторий, для которой параметры  $\{x_k\}_{k=1, n=1}^{n_1, n_2, n_3, n_4}$  фиксированы, а  $x_5$  пробегает значения от

$x_5$  до  $x_5$ . Всего таких групп будет  $N_1 \times N_2 \times N_3$ . При этом входные параметры  $\{x_k\}_{k=1, n=1}^{n_1, n_2, n_3, n_4}$  должны соответствовать переменным

$\{\zeta_k\}_{k=1, n=1}^{n_1, n_2, n_3, n_4}$ , значения которых лежат в узлах полиномов

Чебышева  $\zeta_k = \cos\{(2n_k - 1)\pi / 2N_k\}$ ,  $k=1, 2, 3, 4$ ;  $n_k=1, \dots, N_k$ . Для каждой траектории в группе определяется угол отклонения частицы в магнитном поле  $x_4$ ,  $n_4=1, \dots, N_4$ . По совокупности значений переменных  $x_4$  для всех групп траекторий определяются граничные условия  $|A_4, B_4|$ . Затем вычисляются значения переменной  $\zeta_4$  в узлах полиномов Чебышева:

$$\zeta_4 = \cos\left\{\frac{(2n_4 - 1)\pi}{2N_4}\right\}, \quad n_4=1, \dots, N_4 \quad (7)$$

и соответствующие им значения углов отклонения

$$x_4 = \frac{(B_4 - A_4)(\zeta_4^{n_4 + 1})}{2}, \quad n_4=1, \dots, N_4. \quad (8)$$

С помощью интерполяции полиномом пятой степени совокупности данных  $\{x_5\}_{n_5=1}^{N_5} = F(\{x_4\}_{n_4=1}^{N_4})$  рассчитываются значения параметров

$$x_5 = D_0 + D_1 x_4 + D_2 (x_4)^2 + D_3 (x_4)^3 + D_4 (x_4)^4 + D_5 (x_4)^5, \quad n_4, n_5=1, \dots, N_4. \quad (9)$$

Подставляя значения параметров  $\{x_5\}_{n_5=1}^{N_5}$  и углов  $\{x_4\}_{n_4=1}^{N_4}$  в (6) и используя свойство ортогональности полиномов Чебышева, определённых в узлах

$$\sum_{\nu} T_i(x_\nu) T_j(x_\nu) = \delta_{ij}, \quad x_\nu = \cos\left\{\frac{(2\nu - 1)\pi}{2N}\right\}, \quad (10)$$

получим следующее выражение для коэффициентов:

$$C_{ijkl} = \frac{\sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_3=1}^{N_3} \sum_{n_4=1}^{N_4} \zeta_5^{n_5} T_i(\zeta_1^{n_1}) T_j(\zeta_2^{n_2}) T_k(\zeta_3^{n_3}) T_l(\zeta_4^{n_4})}{\sum_{n_1=1}^{N_1} \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_3=1}^{N_3} \sum_{n_4=1}^{N_4} \{T_i(\zeta_1^{n_1}) T_j(\zeta_2^{n_2}) T_k(\zeta_3^{n_3}) T_l(\zeta_4^{n_4})\}^2}, \quad n_5=1, \dots, N_4, \quad (11)$$

всего  $N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4$  значений.

Определение геометрической эффективности установки и её разрешающей способности

События, имитирующие изучаемый процесс (1), генерировались методом Монте-Карло в распадной зоне установки, изображённой на рис.1, с помощью моделирующей программы, описанной в работе<sup>/8/</sup>. Начальная энергия каона была выбрана равной 15 Гэв. На основе предварительных расчётов она оказалась оптимальной для регистрации изучаемых процессов. Затем прослеживалось прохождение всех трёх заряженных  $\pi$ -мезонов - продуктов распада - через регистрирующие элементы установки и объём, занимаемый магнитным полем. Событие считалось зарегистрированным, если все три частицы:

1) вылетели из распадной зоны и попали в воздушное пространство одного из восьми секторов апертуры магнита, ограниченной отрезком радиуса  $R=|10\pm 200|$  см. События, в которых одна из частиц попадала в область обмотки магнита, исключались из рассмотрения;

2) вылетели из магнита в зоне с радиусом  $R=|10\pm 200|$  см ;

3) были зарегистрированы трековыми детекторами, находящимися в зоне за безжелезным магнитом.

Траектории движения частиц в объеме установки проводились с учётом многократного кулоновского рассеяния. Эти траектории искажались в соответствии с геометрическим разрешением трековых детекторов и в виде набора координат точек пересечения трека заряженной частицы с плоскостью трекового детектора служили исходной информацией для программ обработки.

Сгенерированные события восстанавливались с использованием следующих критериев отбора:

а) угол влёта частицы в магнит должен находиться в интервале  $\alpha=|0.002\pm 0.032|$  рад ;

б) интервал по радиусу магнита составил  $R=|15\pm 175|$  см;

в) полярный угол  $\varphi$  в каждом из секторов магнита ограничен интервалом  $\varphi=|3,5\pm 41,5|^\circ$  для  $R=|15\pm 35|$  см и  $\varphi=|1,5\pm 43,5|^\circ$  для  $R=|35\pm 175|$  см;

г) угол отклонения  $\vartheta$  при пролёте частицы через магнит не должен превышать 0.200 рад в случае положительного её заряда и 0.140 рад - в случае отрицательного.

Для событий, прошедших отбор по перечисленным выше условиям, восстанавливались параметры треков всех продуктов распада  $K \rightarrow 3\pi$  и рассчитывались их угловые и импульсные характеристики по методике, описанной выше. Строились спектры эффективных масс трёх  $\pi$ -мезонов. Затем вычислялись разности между сгенерированными угловыми, импульсными и энергетическими характеристиками частиц и их восстановленными значениями. Эти разности усреднялись для нескольких сотен событий. Таким образом, были получены разрешающие способности установки по интересующим нас параметрам.

Эффективность регистрации событий определялась как отношение числа восстановленных событий к числу сгенерированных.

## Результаты

Геометрическая эффективность регистрации событий на установке составила 25%. Потери событий, связанные с геометрией установки и критериями отбора для последующей их обработки, выглядят следующим образом:

Условие	Событий из 5406	%
Непопадание в апертуру магнита трёх частиц	3401	63
Невылет из объёма магнита трёх частиц	631	11,6
Событие не зарегистрировано детекторами за магнитом	21	0,4
Всего потеряно событий по геометрическим условиям	4053	75
Осталось событий для дальнейшей обработки	1352	25
Из них потеряно в связи с ограничениями а)-г):	391	29
по углу $\alpha$ влёта частицы в магнит	57	4,2
по радиусу R	125	9,2
по полярному углу $\varphi$	201	15
по углу отклонения частицы магните $\vartheta$	8	0,6

Количество обработанных событий составило 71% от их общего числа, зарегистрированного установкой. Этот процент можно заметно поднять, если более тщательно подобрать границы и количество входных параметров  $R, \alpha, \varphi, \vartheta$  для вычисления коэффициентов при полиномах Чебышева, с помощью которых и определяются импульсы частиц. В нашем случае это не являлось главной задачей.

Были получены некоторые угловые и импульсные характеристики реакции (1). Диапазон угла влёта частиц в магнитное поле оказался равным  $[0,002 \pm 0,032]$  рад, средний угол отклонения  $\pi$ -мезона при пролёте через магнитное поле составил  $0,050 \pm 0,23$  рад, максимальный  $\vartheta_{\max} = 0,200$  рад. Средний импульс распадной частицы  $p = 5 \pm 1$  ГэВ/с.

Определены точностные характеристики установки при восстановлении кинематических и энергетических параметров реакции (1). Точность метода восстановления импульса частицы составила 1% для положительных и отрицательных частиц. Разрешающая способность установки по импульсу с учетом многократного кулоновского рассеяния и геометрического разрешения трековых детекторов имеет среднее значение  $(\frac{\Delta p}{p})_{\pi} \pm = 4\%$ . Такая точность определения импульсов частиц детерминируется, в основном, геометрическим разрешением трековых детекторов установки, каковыми являются годоскопы с шириной элемента 1см. Точность восстановления углов влета вторичных частиц в магнит составила  $\Delta \alpha_{\pi} = 0,003$  рад. Указанные точности в определении углов и импульсов распадных  $\pi$ - мезонов позволили получить среднее значение эффективной массы трёх  $\pi$ - мезонов, равное  $M_{3\pi} = 0,4994 \pm 0,028$  ГэВ/с<sup>2</sup>, разрешающая способность по эффективной массе составила  $\frac{\Delta M_{\pi\pi\pi}}{M_{\pi\pi\pi}} = 2,8\%$ .

Авторы выражают благодарность З.В. Борисовской за помощь в подготовке программы MAGSYS для расчётов карты магнитного поля, В.В. Кухтину и В.Г. Кривохижину за прочтение статьи и замечания.

#### Литература.

1. Аммосов В.В. и др., ОИЯИ, Б1-1-90-455, Дубна, 1990.
2. Алеев А.Н. и др., ОИЯИ, Р1-89-4946, Дубна, 1989.
3. Борисовская З.В. и др., ОИЯИ, Б1-9-86-232, Дубна, 1986.
4. Виноградов В.Б. и др., ОИЯИ, 13-80-77, Дубна, 1980.
5. S. Lechaniene et. al., NIM, 69, p.122, 1969.
6. Виноградов В.Б. и др., ОИЯИ, Р1-83-390, Дубна, 1983.
7. Корн Г., Корн Т., Справочник по математике, изд-во "Наука", М., 1977, с. 708.
8. Виноградов В.Б. и др., ОИЯИ, 1-10997, Дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 февраля 1992 года.