

сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

P1-92-525

Е.С.Кузьмин, А.В.Тарасов

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА  
ТЯЖЕЛЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ  
В ТОЛСТОМ РАДИАТОРЕ

1992

Черенковское излучение пучка тяжелых заряженных частиц  
в толстом радиаторе

Получены формулы для расчета угловой плотности черенковского излучения с учетом многократного рассеяния и торможения частиц в радиаторе. Рассмотрен вклад в угловую ширину излучения энергетического и углового распределения частиц параксиального пучка. Предложен способ измерения энергетического разброса частиц.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод авторов

Tarasov A.V., Kuzmin E.S.

P1-92-525

Cherenkov Radiation of Charged Particles Beam in Thick  
Radiator

The formulae for calculation of Cherenkov radiation angular density in consideration with multiple scattering and particles energy losses in radiator are obtained. The contribution of energy and angular distribution to the radiation angular width is considered. The method of particles energy dispersion measurement is proposed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

## 1. Введение

Необходимость в вычислении углового распределения черенковского излучения возникает при решении практических задач двух типов. Это, во-первых, - расчет "формы линии" и обработка данных для спектрометров типа RICH и, во-вторых, - измерение энергетических характеристик пучков заряженных частиц.

Если при расчете широкоапертурных спектрометров наибольший интерес представляет влияние процессов торможения и многократного рассеяния на угловую ширину излучения, то во втором случае необходимо также учитывать разброс частиц пучка по энергиям и углам фокусировки.

Для определения средней энергии пучков заряженных частиц разработаны различные [1-4] методы, где, как правило, средняя энергия частиц находится по центру тяжести измеренной угловой плотности излучения с поправками на оптическую схему прибора.

Во многих случаях представляют интерес и следующие моменты энергетического спектра частиц. Такого рода сведения могут использоваться при оптимизации проводки пучка по трактам, управления ускорителем и в физическом эксперименте.

## 2. Постановка задачи

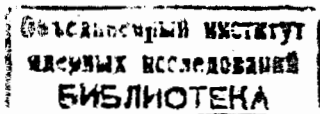
Рассмотрение причин, увеличивающих угловой разброс черенковского излучения, было проведено в работе [1].

Впервые расчет черенковского излучения с учетом взаимодействия частиц с радиатором был проделан Дедриком в работе [5]. Была получена формула, учитывающая одновременное влияние на угловое распределение излучения конечности пути в веществе и многократного рассеяния. Потери энергии при этом не учитывались. Согласно [5] решение вблизи максимума можно представить следующим образом :

$$\frac{I(\vartheta)}{I(\vartheta_0)} = \int_0^{\frac{K}{3}} du \cdot \cos(\delta u) \exp\left(-\frac{u^3}{K^3}\right) \frac{1}{u^2} \left[1 - \exp\left(-u^2 + 3\frac{u^3}{K^3}\right)\right], \quad (1)$$

$$\text{где } \delta = \frac{\sqrt{2}(\vartheta - \vartheta_0)}{\vartheta_s}, \quad K = \left[\frac{6\pi n \sin(\vartheta_0)}{\lambda} \frac{L}{\lambda} \vartheta_s\right]^{1/3},$$

$I(\vartheta)/I(\vartheta_0)$  - отношение интенсивности при данном угле  $\vartheta$  к интенсивности в главном направлении  $\vartheta_0$ . Для частицы со ско-





ростью  $\beta$  угол  $\vartheta_0$  определяется как  $\vartheta_0 = \arccos(1/\beta n)$ ,  $n$  - коэффициент преломления радиатора,  $\vartheta_s$  - среднеквадратичный угол многократного рассеяния частиц на всей толщине радиатора,  $\lambda$  - длина волны,  $L$  - полная толщина радиатора.

Малые значения  $K$  соответствуют высоким энергиям либо тонкому радиатору, где разрешение определяется дифракцией. Потерями энергии в данном случае можно пренебречь.

При больших  $K$  нарушается когерентность излучения, и вклад многократного рассеяния становится определяющим. Потери энергии в этом случае могут составить величину, сравнимую с энергетическим разбросом пучка, и должны быть учтены.

Задача состоит в том, чтобы рассчитать излучение от пучка заряженных частиц, испытывающих многократное рассеяние и замедляющихся в толстом радиаторе.

Общий подход к рассмотрению процессов излучения при прохождении релятивистских частиц через вещество был предложен в работе Мигдала [6]. Анализ углового распределения черенковского излучения с учетом многократного рассеяния частиц в веществе в рамках этого подхода был проведен Якимцом [7].

Его результат совпал с результатом пионерской работы Дедрика, посвященной этой проблеме. Хотя вывод, предложенный Дедриком, более нагляден, техническая сторона работы довольно громоздка. Поэтому при рассмотрении влияния энергетических потерь на спектр черенковских фотонов мы воспользуемся более формальным, но технически более простым методом Мигдала.

### 3. Излучение тяжелых заряженных частиц, испытывающих многократное рассеяние и замедление в радиаторе

Мы будем пренебрегать флуктуациями энергетических потерь и считать, что в нашей модели частица имеет строго определенную энергию (зависящую от глубины) и, соответственно, определенную величину скорости  $v$ , т.е. будет использоваться так называемое приближение непрерывного замедления (обоснование такого приближения и оценку его точности см. в [8]).

Кроме того, мы обычно будем использовать приближение Фоккера - Планка для описания эффектов многократного рассеяния частиц в веществе.

В этих приближениях результат для спектра углового распре-

деления интенсивности черенковского излучения в рамках подхода [6] может быть записан в виде

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega k e^2}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int_0^T dt \int_0^{T-t} dt' \cdot e^{-i\omega t} \int d\vec{\xi} d\vec{\eta} [\vec{n}_x(\vec{z}+\vec{\xi})] \cdot [\vec{n}_x(\vec{z}+\vec{\eta})] \times \quad (2)$$

$$\times v(t) \cdot v(t+\tau) \cdot W_0(t, \vec{\xi}) \cdot W_{-\vec{k}}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) .$$

Здесь  $\vec{k}$  - волновой вектор фотона,  $\omega$  - его частота,  $\vec{n} = \vec{k}/k$ ,  $\vec{z}$  - единичный вектор в направлении влета частицы в детектор,  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{\eta}$  - углы многократного рассеяния,  $\vec{\xi} = \vec{v}(t)/v(t) - \vec{v}_0/v_0$ ,  $\vec{\eta} = \vec{v}(t+\tau)/v(t+\tau) - \vec{v}_0/v_0$ , ( $\vec{z}\vec{\xi} = \vec{z}\vec{\eta} = 0$ ), а величины  $W_0(t, \vec{\xi})$  и  $W_{-\vec{k}}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta})$  - решение кинетических уравнений:

$$\frac{\partial W_0(t, \vec{\xi})}{\partial t} = \frac{q(t) \cdot v(t)}{4} \Delta_{\vec{\xi}} W_0(t, \vec{\xi}), \quad W_0(0, \vec{\xi}) = \delta(\vec{\xi}); \quad (3)$$

$$\frac{\partial W_{-\vec{k}}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta})}{\partial \tau} - i\vec{k}(\vec{z}+\vec{\eta})v(t+\tau) = \frac{v(t+\tau)}{4} \Delta_{\vec{\eta}} W_{-\vec{k}}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}),$$

$$W_{-\vec{k}}(t, 0, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \delta(\vec{\eta} - \vec{\xi}), \quad (3a)$$

где  $q(t)$  - средний квадрат угла многократного рассеяния на единице длины ( $\vartheta_s^2 \approx \overline{q(t)} \cdot l$  - средний квадрат пространственного угла многократного рассеяния на длине  $l$ ),  $T$  - полное время пролета частицы через детектор,  $v$  - её скорость, выраженная в единицах скорости света.

Решения уравнений (3) и (3a) имеют вид

$$W_0(t, \vec{\xi}) = \frac{1}{\pi Q(t)} \exp[-\xi^2/Q(t)], \quad Q(t) = \int_0^t q(t')v(t')dt'; \quad (4)$$

$$W_{-\vec{k}}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \frac{1}{\pi Q(t, \tau)} \exp[F(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta})], \quad \text{где}$$

$$F(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = i\vec{k}(\vec{z}+\vec{\xi}) \cdot \int_0^{\tau} v(t+t')dt' - \frac{(\vec{\eta}')^2}{Q(t, \tau)} + \\ + i\vec{k}\vec{\eta}' \lambda(t, \tau) \cdot \zeta(t, \tau) \cdot (\vec{k}_x \vec{z})^2;$$

$$Q(t, \tau) = \int_0^{\tau} q(t)v(t+t')dt', \quad \vec{\eta}' = \vec{\eta} - \vec{\xi};$$

$$\lambda(t, \tau) = \frac{1}{Q(t, \tau)} \int_0^{\tau} \omega(t+\tau') Q(t, \tau') d\tau' ;$$

$$\zeta(t, \tau) = \frac{1}{4} \int_0^{\tau} q(t) \omega(t+\tau') \cdot \lambda^2(t+\tau') d\tau' .$$

Если угол черенковского излучения  $\vartheta_0$  много больше характерного угла многократного рассеяния  $\vartheta_s$ , то с точностью до величин порядков  $(\vartheta_s/\vartheta_0)^2 \ll 1$  можно пренебречь величинами  $\vec{\eta}$ ,  $\vec{\xi}$  в квадратных скобках в выражении (2). В этом приближении результат интегрирования по  $d\vec{\eta}$  и  $d\vec{\xi}$  выглядит довольно просто:

$$\int d\vec{\xi} d\vec{\eta} W_0(t, \vec{\xi}) W_{-k}(t, \tau, \vec{k}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \exp[\Phi(t, \tau)], \text{ где} \quad (5)$$

$$\Phi(t, \tau) = i\vec{k}\vec{e} \int_0^{\tau} \omega(t+\tau') d\tau' - \frac{(\vec{k}\times\vec{e})^2}{4} \nu(t, \tau) ;$$

$$\nu(t, \tau) = Q(t) \left[ \int_0^{\tau} \omega(t+\tau') d\tau' \right]^2 + \int_0^{\tau} \omega(t+\tau') Q(t, \tau') \lambda(t, \tau') d\tau' .$$

Последнее выражение для  $\nu$  учитывает влияние уменьшения скорости частицы при движении через вещество на её характеристики многократного рассеяния и в принципе справедливо для сколь угодно больших толщин радиатора, удовлетворяющих условию  $\vartheta_s \ll 1$ . Изменение величины скорости частицы и величины среднеквадратичного угла рассеяния  $\vartheta_s$  при этом может достигать нескольких процентов и даже десятков процентов.

Мы, однако, ограничимся рассмотрением относительно малых толщин радиатора, таких, что упомянутыми выше эффектами можно было бы пренебрегать. В этом случае величина  $\nu$  в (5) приобретает простой вид:

$$\nu(t, \tau) = q_0 \vartheta_0^3 \left[ \tau^2 t + \frac{1}{3} \tau^3 \right] ,$$

где  $\vartheta_0$  - начальная скорость частицы, а  $q_0$  - отвечающий ей средний квадрат угла многократного рассеяния на единице длины.

В выражении же  $\int_0^{\tau} \omega(t+\tau') d\tau'$  положим  $\omega(t') = \vartheta_0 - at'$ , где

$$a = \frac{m^2}{E_0^3} \left| \frac{dE}{dx} \right| - \text{потери энергии на единице длины частицей с}$$

энергией  $E_0$  (все в системе  $s = 1$ ). В результате выражение для  $\Phi(t, \tau)$  приобретает вид:

$$\Phi(t, \tau) = i\vec{k}\vec{e} \left[ (\tau_0 - at) \tau - \frac{a\tau^2}{2} \right] - \frac{(\vec{k}\times\vec{e})^2}{4} q_0 \vartheta_0^3 \tau^2 (t+\tau/3) . \quad (6)$$

Подставляя (5) в (2) и заменяя в этом выражении  $\omega(t)\omega(t+\tau)$  на  $\vartheta_0^2$ , что приводит к незначительному изменению результата, получим

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{k\omega\alpha^2 \vartheta_0^2}{\pi} 2\text{Re} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau-\tau} dt \exp[\Phi(t, \tau) - i\omega t] . \quad (7)$$

В (7) по сравнению с (2) изменен порядок интегрирования по  $t$  и  $\tau$ . Линейная зависимость показателя экспоненты в (7) от переменной  $t$  позволяет интегрирование по  $t$  выполнить в явном виде.

Распределение (7) имеет острый пик в окрестности угла черенковского излучения  $\vartheta_0 = \arccos(\omega/k\vartheta_0)$  - с шириной порядка  $\vartheta_s \ll 1$ . Поэтому, ограничиваясь рассмотрением спектра (7), в этой области положим  $\vartheta = \vartheta_0 + \delta\vartheta$ , тогда

$$k\vartheta_0 \cos(\vartheta_0 + \delta\vartheta) = k\vartheta_0 \cos(\vartheta_0) - k\vartheta_0 \sin\vartheta_0 \cdot \delta\vartheta ,$$

а в остальных выражениях в (6), содержащих  $\vartheta$ , положим  $\vartheta = \vartheta_0$ .

Введем величину  $\Delta\vartheta = \frac{\Delta E}{\vartheta_0} \text{ctg}\vartheta_0 = \left| \frac{d\vartheta_0}{dE} \cdot \Delta E \right|$ , где  $\Delta E = \frac{dE}{dx} \cdot \vartheta_0 T$ ,

и переходя к переменным Дедрика

$$\delta = \frac{\sqrt{2} \delta\vartheta}{\vartheta_s} , \quad \rho = \frac{\sqrt{2} \Delta\vartheta}{\vartheta_s} , \quad K = \left[ \frac{6\pi}{\sqrt{2}} n \sin(\vartheta_0) \frac{L}{\lambda} \vartheta_s \right]^{1/3} ,$$

запишем окончательный результат в виде

$$f(\delta, K) = \frac{1}{\pi} \int_0^{K^{3/3}} \frac{du}{u^2 + \rho^2} \exp\left(-\frac{u^3}{K^3}\right) \times \quad (8)$$

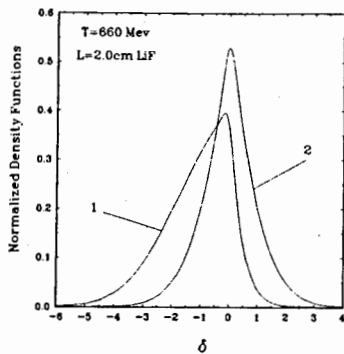
$$\times \left\{ \left[ \cos(A) - \frac{\rho}{u} \sin(A) \right] - \exp\left(-u^2 + \frac{3u^3}{K^3}\right) \left[ \cos(B) - \frac{\rho}{u} \sin(B) \right] \right\} ,$$

$$\text{где } A = u\delta + \frac{3\rho u^2}{2K^3}, \quad B = u\delta + u\rho - \frac{3\rho u^2}{2K^3} .$$

Распределение (8) значительно отличается от (1) начиная с толщин порядка 1 см (см. рис.1).

Рис.1. Плотности распределения, рассчитанные для конечного значения параметра  $K$  ( $K=12,38$ ).

1- распределение (8), полученное с учетом кулоновского рассеяния и потерь энергии в радиаторе, 2- распределение (1) из работы [5]. Распределения рассчитаны для параллельного пучка протонов с энергией 660 МэВ, падающих на радиатор из LiF толщиной 2 см ( $\lambda=400$  нм).



В пределе, при  $K \rightarrow \infty$  результат для функции распределения может быть выражен в терминах функций ошибок (рис.2):

$$f(\delta) = \frac{1}{2\rho} \exp\left(-\frac{\rho \cdot \delta}{2}\right) \left\{ \exp\left(\frac{\rho \cdot \delta}{2}\right) \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\rho+\delta}{2}\right) - \operatorname{sign}(\delta) \right] + \exp\left(-\frac{\rho \cdot \delta}{2}\right) \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{\rho-\delta}{2}\right) + \operatorname{sign}(\delta) \right] \right\}. \quad (9)$$

При  $\rho \rightarrow 0$  распределение (8) сходится к формуле (2), а выражение (9) - к соответствующему распределению Дедрика для  $K = \infty$ , см. [5].

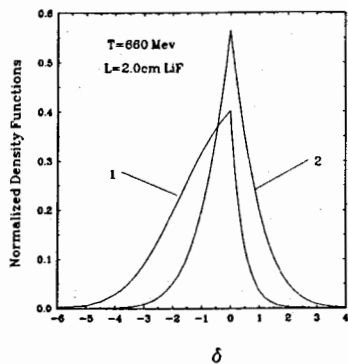


Рис.2. Преобразование распределений, изображенных на рис.1, в результате предельного перехода  $K \rightarrow \infty$ . 1- данная работа, 2- работа [5].

#### 4. Учет углового разброса пучка

В реальных пучках ускорителей частицы обладают некоторым угловым разбросом, который будет включаться в наблюдаемое распределение излучения. Транспортировка пучка к экспериментальной установке осуществляется, как правило, квадрупольными магнитными линзами с взаимно перпендикулярными плоскостями фокусировки. В рамках параксиальной оптики движение частиц в различных плоскостях фокусировки считается независимым. Таким образом, угловая плотность частиц, падающих на радиатор, задается распределениями проекций полярного угла  $\vartheta$  на вертикальную и горизонтальную плоскости, проходящие через ось пучка,  $s(\vartheta_x, \vartheta_y) = s_x(\vartheta_x) s_y(\vartheta_y)$ . Поскольку в общем случае  $s_x \neq s_y$ , то наблюдаемое распределение излучения будет зависеть от азимутального угла  $\varphi$ . В приближении малых углов:

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= \vartheta \cos(\varphi), \quad \vartheta_y = \vartheta \sin(\varphi), \\ \vartheta &= (\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2)^{1/2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \vartheta_y / \vartheta_x. \end{aligned} \quad (10)$$

Так как угловое распределение частиц быстро стремится к нулю с ростом углов  $\vartheta_x$  и  $\vartheta_y$ , то можно формально считать, что  $\vartheta_x$  и  $\vartheta_y$  меняются в бесконечных пределах. Тогда из (10) следует, что связь между парами угловых переменных  $(\vartheta_x, \vartheta_y)$  и  $(\vartheta, \varphi)$  такая же, как между декартовыми координатами точки на плоскости  $(x, y)$  и ее полярными координатами, и при повороте координатных плоскостей вокруг оси Z угловые переменные преобразуются подобно декартовым.

Для произвольного азимутального угла наблюдения  $\varphi$  угловое распределение частиц можно представить в виде проекций на координатные плоскости U и V, повернутые относительно исходных на угол наблюдения  $\varphi$ :

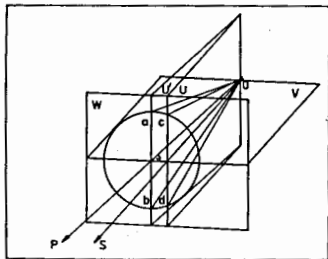
$$s(\vartheta_u, \vartheta_v) = s_x(\vartheta_u \cos \varphi - \vartheta_v \sin \varphi) s_y(\vartheta_u \sin \varphi + \vartheta_v \cos \varphi).$$

Покажем, что угловой разброс частиц в плоскости V практически не влияет на распределение по полярному углу излучения, наблюдаемого вблизи плоскости U.

Пусть вектор импульса частицы P лежит в плоскости V и составляет с осью пучка S угол  $\vartheta_v$ . Ограничим черенковский конус плоскостью W, перпендикулярной вектору скорости частицы,

(рис.3). Излучение, наблюдаемое вблизи плоскости U, будет фиксироваться под углом  $\vartheta_1$  ( $\vartheta_1 = \angle cod$ ), образованным при сечении конуса плоскостью U. В действительности черенковское излучение происходит под углом  $\vartheta$  ( $\vartheta = \angle aob$ ), образованным сечением конуса плоскостью U', проходящей через траекторию частицы, причем АВ параллельно CD.

Рис.3. К учету влияния на распределение интенсивности углового разброса пучка. S- ось пучка, P- направление движения протона, W- плоскость, перпендикулярная вектору импульса частицы, U- вертикальная плоскость, проходящая через ось пучка, U'- вертикальная плоскость, проходящая через траекторию частицы.



Рассматривая треугольники AOB и COD, можно получить соотношение между углами:

$$\frac{\cos \vartheta}{\cos \vartheta_1} = \cos \vartheta_v. \quad (11)$$

Характерные углы отклонения частиц от оси пучка (углы фокусировки) имеют величину порядка нескольких миллирадиан, поэтому можно положить  $\vartheta_1 = \vartheta + \Delta\vartheta$ , и, принимая  $\vartheta = \pi/4$ , из (11) получим

$$\Delta\vartheta = - \frac{\vartheta_v^2}{2\tau g \vartheta} \approx 10^{-6}.$$

Угловые распределения выведенных пучков ускорителей в основном определяются многократным рассеянием на остаточном газе. Это означает, что они должны хорошо описываться гауссовыми распределениями. При этом условии

$$s_u(\vartheta_u, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma} \exp\left(-\frac{\vartheta_u^2}{2\sigma^2}\right), \text{ где} \quad (12)$$

$\sigma^2 = 2(\sigma_y^2 \sin^2 \varphi + \sigma_x^2 \cos^2 \varphi)$ ,  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  - дисперсии угловых распределений в плоскостях X и Y.

5. Восстановление моментов энергетического распределения частиц пучка по экспериментальной угловой плотности излучения

Как правило, энергетический разброс частиц пучка не превышает нескольких процентов от среднего значения  $E_0$ , и мы можем положить:

$$\frac{dE}{dx} = C_1, \quad \frac{d\vartheta}{dE} = C_2, \quad q = C_3.$$

Тогда энергетическому распределению частиц  $g(E-E_0)$  будет соответствовать плотность черенковских фотонов

$$h(\vartheta - \vartheta_0) = \frac{1}{C_2} g\left(\frac{\vartheta - \vartheta_0}{C_2}\right). \quad (13)$$

На узком энергетическом спектре пучка мы можем пренебречь слабой корреляцией между случайными величинами, описываемыми распределениями (8) и (13), и для наблюдаемой плотности черенковских фотонов получим

$$r(\vartheta) = f(\vartheta) * h(\vartheta - \vartheta_0).$$

Угловое распределение частиц пучка будет включаться в наблюдаемую плотность фотонов подобным образом. Однако здесь возможен иной тип корреляций, связанных с изменением эффективной толщины плоского радиатора для частиц с различными направлениями движения, а также угловой дисперсией и хроматической абберацией пучка.

Корреляциями первого типа можно пренебречь, поскольку для характерных углов фокусировки порядка миллирадиана изменение толщины радиатора составляет  $\Delta L/L \approx 10^{-6}$ .

Корреляции второго типа могут быть подавлены, если измерения производятся вблизи плоскости, где скомпенсирована угловая дисперсия и для пучка в целом устранена хроматическая абберация.

Тогда наблюдаемое распределение угловой плотности фотонов можно описать сверткой распределений (8), (12) и (13):

$$r(\vartheta) = f(\vartheta) * h(\vartheta - \vartheta_0) * s(\vartheta). \quad (14)$$

Выражение (14) может быть использовано для восстановления первых моментов энергетического распределения частиц с некоторыми оговорками. Дело в том, что распределение (8) учитывает когерентные эффекты и описывает дифракционные максимумы

высших порядков, относительная эффективность которых мала ( $10^{-7}$  от величины главного максимума), но количество чрезвычайно велико. В то же время практические измерения проводятся всегда в заведомо меньшем динамическом диапазоне ( $10^3+10^5$ ) и регистрируется интенсивность только главного максимума. Следовательно, чтобы получить из (14) искомые моменты, необходимо учитывать обрезание распределения (8) и проводить численное интегрирование.

Более простое решение состоит в использовании для этих целей распределения (9), где когерентные эффекты не учитываются. Первые моменты этого распределения в бесконечных пределах существуют и равны

$$\mu_1 = -\frac{1}{2} \rho, \quad \mu_2 = 1 + \frac{1}{12} \rho, \quad \mu_3 = -\frac{1}{2} \rho.$$

Численным интегрированием обрезанных распределений, входящих в выражение (14), было установлено, что погрешность при оценке этим способом первых трех моментов не превышает 3% для  $K \geq 5$  (см. рис. 4).

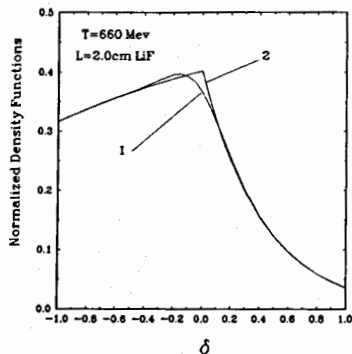


Рис. 4. Различие распределений (8) и (9) в области главного максимума продемонстрировано для случая  $T_p = 660$  МэВ, и радиатора из LiF толщиной  $L = 2,0$  см. 1- распределение (8), 2- распределение (9).

Для первых моментов распределений (13) можно написать

$$E_r = E_f + E_h + E_s.$$

Если прибор отъюстирован по направлению пучка  $E_s = 0$ , то с учетом определения параметров  $\delta$  и  $\rho$  получим

$$\varphi_0 = E_r - \frac{L}{2} \cdot C_1 \cdot C_2.$$

При сделанных допущениях соотношение между дисперсиями распределений будет таким же, как и для первых моментов:

$$D_r = D_f + D_h + D_s.$$

В этом выражении  $D_f$  может быть выражена через параметры радиатора, а  $D_h$ , в свою очередь, через дисперсию искомого энергетического распределения:

$$D_f = \frac{C_3^2}{2} + \frac{L^2}{12} \cdot C_1^2 \cdot C_2^2; \quad D_h = C_2^2 \cdot D(E).$$

Выполнив дополнительные измерения угловой плотности черенковского излучения с отличающимся показателем преломления  $n'$ , можно восстановить дисперсию энергетического распределения пучка:

$$D(E) = \frac{(D_r - D'_r) - (D_f - D'_f)}{C_2^2 - C_2'^2}.$$

## 6. Заключение

Полученные соотношения могут быть использованы при проектировании черенковских спектрометров, а также для восстановления моментов энергетического распределения частиц в выведенных пучках ускорителей по измеренной угловой плотности излучения.

Измерения угловой плотности фотонов на выведенных пучках должны проводиться в узком диапазоне длин волн черенковского излучения. Плоскость измерений необходимо совместить с такой плоскостью фокусировки, где пренебрежимо малы дисперсия и хроматическая абберация пучка.

## Литература.

1. R.L.Mather, Phys.Rev.V 84, N 2(1951).
2. V.P.Zrelov, Nucl.Instr.and Meth. 115(1974)p.457.
3. V.P.Zrelov, Nucl.Instr.and Meth. 166(1979)p.207.
4. V.P.Zrelov, Nucl.Instr.and Meth. 123(1975)p.255.
5. K.G.Dedrick, Phys.Rev.V 87, 891-896(1952).
6. Мигдал А.Б. - ЖЭТФ, 1957, т.32, № 4, с.633-642.
7. Якимец В.В. - В кн.: Прохождение излучения через вещество. - М.: Атомиздат, 1968, стр.197.
8. В.С.Ремизович, Д.Б.Рогозкин, М.И.Рязанов. Аналитическое описание прохождения быстрых заряженных частиц через вещество. ЭЧАЯ, том 17(5), 1986 г.

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 декабря 1992 года.