

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗ46.46

Б-484

1/11-75

P1 - 9174

4649/2-75

С.Ф.Бережнев, Т.Д.Блохинцева, Г.И.Смирнов

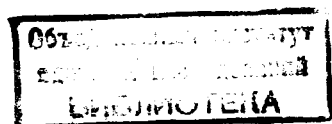
МОДЕЛИРОВАНИЕ, АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
ПО ОБРАТНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ПИОНОВ
Часть 2

1975

P1 - 9174

С.Ф.Бережнев, Т.Д.Блохинцева, Г.И.Смирнов

МОДЕЛИРОВАНИЕ, АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
ПО ОБРАТНОМУ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЮ ПИОНОВ
Часть 2



I. Введение

В настоящей работе описаны программы окончательной обработки и физического анализа данных, полученных в экспериментах /1,2/ по исследованию процесса обратного электророждения пионов (ОЭП)

$$\bar{\pi}^- p \rightarrow e^+ e^- n. \quad (I)$$

Обработка и анализ данных в этих опытах проводились по программам трех уровней: программы 1-го уровня^{/3/} (*on-line*) осуществляют запись на магнитную ленту амплитудно-временной и служебной информации, поступившей с установки в ходе эксперимента; программы 2-го уровня^{/4/} служат для обработки filmовой информации с искровых камер, программы 3-го уровня осуществляют окончательную идентификацию событий и физический анализ данных.

К программам третьего уровня относятся программы моделирования реакции методом Монте-Карло, программы окончательной идентификации и фитирования событий (I), программы построения дифференциальных распределений и определения по ним электромагнитных формфакторов протона и пиона методом максимального правдоподобия и минимума χ^2 .

Общая схема программ третьего уровня и программа моделирования события *SIMUL1* представлены в работе^{/5/}.

Ниже будут описаны остальные программы 3-го уровня.

2. Вычисление дифференциального сечения процесса
ОЭП с учетом конкретных экспериментальных
условий (программа SIMUL 2)

Дифференциальное сечение процесса (I) в однофотонном приближении можно записать^{/6-8/} в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\gamma d\Omega_e dk^2} = \frac{\alpha}{16\pi^2} \frac{|\vec{k}|}{q} \cdot \frac{1}{2} [T_1(1 + \cos^2\theta_e) - \sin^2\theta_e \cos 2\phi_e \cdot T_2 - \sqrt{k^2} \sin 2\theta_e \cos \phi_e \cdot T_3 + 2 \sin^2\theta_e k^2 T_4], \quad (I)$$

где Ω_γ - телесный угол рассеяния γ -квантов в с.ц.м. пиона и протона, Ω_e - телесный угол рассеяния электрона в с.ц.м. пары, θ_e - угол между импульсами электрона и нейтрона в с.ц.м. пары, ϕ_e - угол между плоскостью реакции $\pi N \rightarrow \gamma^* N$ (здесь и ниже γ^* - виртуальный фотон) и плоскостью электрон-позитронной пары, k^2 - квадрат "массы" виртуального фотона, $|\vec{k}|$ - модуль импульса фотона в с.ц.м., q - модуль импульса Π -мезона в с.ц.м.

Множители $T_{[1,2,3,4]}$ в (I) имеют следующий физический смысл: T_1 - описывает процессы $\gamma^* N \rightleftharpoons \pi N$ с поперечными неполяризованными γ -квантами, T_2 соответствует процессам с поперечно-поляризованными фотонами, а T_4 - с продольно-поляризованными; T_3 описывает интерференцию продольно- и поперечно-поляризованных фотонов. Конкретный вид $T_{[1 \div 4]}$ зависит от используемой теоретической модели. Расчет дифференциального

сечения процесса ОЭП в рассматриваемом эксперименте проводился в рамках дисперсионных моделей^{/6,8/}, изобарной модели^{/10/} и феноменологической модели^{/11,12/}, основанной на рассмотрении мультипольных амплитуд. С точки зрения организации программ эти расчеты отличаются незначительно: достаточно заменить одну из подпрограмм в программе SIMUL 2. Ниже мы опишем процедуру вычисления дифференциальных сечений на примере дисперсионной модели^{/8/}.

В работах^{/1,2,6/} было показано, что дифференциальное сечение процесса ОЭП зависит в основном от изотопвекторного формфактора протона F_1^V и электромагнитного формфактора пиона F_π . В этом случае квадрат матричного элемента можно записать в виде

$$|M|^2 = A_1 F_1^V + A_2 F_\pi^2 + A_3 F_1^V F_\pi + A_4 F_1^V + A_5 F_\pi + A_6 \quad (2)$$

(формфакторы F_2^V , F_1^S , F_2^S входят в коэффициенты A_4 , A_5 , A_6), где коэффициенты $A_{[1 \div 6]}$ выражаются через инвариантные амплитуды, характеризующие процесс (I)^{/6,8/}.

С точки зрения физического анализа наиболее интересным является трехмерное распределение по переменным $\cos \theta_e$, $\cos \phi_e$, $\cos \theta_\gamma$ (θ_γ - угол вылета фотона в с.ц.м.).

Используя формулы (I) и (2), получаем следующее выражение для трехмерного распределения:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_x d\cos\phi_e d\cos\theta_c}(\ell, m, n) = B_1(\ell, m, n)F_1^2 + B_2(\ell, m, n)F_2^2 + B_3(\ell, m, n)F_1^2 F_2^2 + B_4(\ell, m, n)F_1^2 + B_5(\ell, m, n)F_2^2 + B_6. \quad (3)$$

Распределение (3) строится в виде трехмерной гистограммы; индексы ℓ , m , n обозначают номера интервалов в распределениях по $\cos\theta_x$, $\cos\phi_e$, $\cos\theta_c$. Величина $d\sigma$ при фиксированных значениях ℓ , m , n получается интегрированием формулы (1) с учетом конкретных условий эксперимента. Интегрирование проводится методом Монте-Карло по программам *SIMUL1* и *SIMUL2*. В программе *SIMUL1* /5/ события реакции (1) разыгрываются* в фазовом объеме без учета динамики процесса, т.е. $|M|^2$ полагается равным единице. При розыгрыше учитываются реальные условия регистрации (схема экспериментальной установки приведена на рис.1) и идентификации событий (1). Затем проводится фитирование отобранных событий.

Результаты работы программы *SIMUL1* записываются на магнитную ленту - ленту "статистики" в виде следующих массивов:

1) "истинные" параметры - кинематические параметры события, полученные в результате розыгрыша; они служат для вычисления матричного элемента, или, на языке метода Монте-Карло, для вычисления веса события;

2) "размазанные" параметры - та же группа кинематических параметров после "размазки" в соответствии с разрешением регист-

*) Алгоритм розыгрыша описан в работе /9/.

рирующей аппаратуры; наличие этих параметров позволяет ввести дополнительные критерии отбора, которые могут быть применены при обработке экспериментальных данных до фитирования событий;

3) оценки параметров - значения кинематических параметров, полученные в результате фитирования событий в гипотезе (1); эти величины являются аналогами кинематических параметров, получаемых из экспериментальных данных после окончательной обработки событий.

Вычисление матричного элемента процесса (1) и построение дифференциальных распределений проводится программой *SIMUL2*. Ее блок-схема приведена на рис. 2. Исходными данными служат три перечисленные выше набора параметров. Подпрограмма *GENCD* считывает их с ленты "статистики" (обмен с магнитной лентой производится через буферный файл). Затем для каждого события вычисляются 4 - импульсы всех частиц в трех вариантах: "истинные", после "размазки" и после фитирования (подпрограммы *PCMGOOD*, *FIVER*), и определяются истинные значения углов θ_x , ϕ_e , θ_c (подпрограммы *KINPAR*, *ANGMAT*) и их оценки $\hat{\theta}_x$, $\hat{\phi}_e$, $\hat{\theta}_c$ (подпрограммы *ERKIND*, *ANGMAT*). Истинные значения импульсов и углов служат для вычисления коэффициентов $A_{[1:6]}$ матричного элемента (2). Расчет этих коэффициентов в дисперсионной модели /8/ связан с вычислением несобственных интегралов и требует значительных затрат времени ЭВМ. Поэтому в программе *SIMUL2* предусмотрен механизм,

позволяющий продолжать счет при многократных запусках программы. Программа *SIMUL 2* работает в 2-х режимах. В режиме накопления событий для каждого события вычисляются и записываются на магнитную ленту (лента "событий") шесть коэффициентов $A_{[i+6]}$. Информация о событии, имеющаяся на ленте статистики, также заносится на ленту событий. Запись проводится с использованием буферного файла (подпрограмма *KNØPA*). Данные, записанные на ленте "событий", используются для построения дифференциальных распределений и для определения формфакторов F_1' , F_T методом максимального правдоподобия (программа *FORM1*). В режиме построения распределений программа *SIMUL 2*, суммируя коэффициенты $A_{[i+6]}$ по всем событиям, накапливает в памяти машины массив коэффициентов $B_{[i+6]}$ (формула (3)).

Заметим, что коэффициенты $B_{[i+6]}(l, m, n)$ вычисляются по истинным значениям кинематических параметров, а номера каналов l, m, n - по оценкам углов $\hat{\theta}_l, \hat{\theta}_m, \hat{\theta}_n$. В таком случае формула (3) дает зависимость дифференциального сечения от формфакторов F_1' и F_T с учетом разрешения экспериментальной аппаратуры.

При анализе экспериментальных данных вся область изменения k^2 разбивается на несколько интервалов, внутри которых формфакторы считаются постоянными. В соответствии с этим программа *SIMUL 2* вычисляет коэффициенты $B_{[i+6]}$ отдельно для

каждого интервала k^2 . Полученные массивы записываются на ленту "распределений". Кроме того, вычисляются аналогичные массивы коэффициентов для одномерных распределений, в частности, массив $C_{[i+6]}$ для распределения по $\cos \theta_\gamma$:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_\gamma} = C_1(l)F_1'^2 + C_2(l)F_T^2 + C_3(l)F_1'F_T + C_4(l)F_1' + C_5(l)F_T + C_6(l). \quad (4)$$

Формула (4) дает теоретическое значение дифференциального сечения для каждого интервала гистограммы в виде явной функции искомых параметров F_1' , F_T . Массивы коэффициентов $C_{[i+6]}$ используются затем в программе *FORM3* для определения формфакторов методом минимума χ^2 .

Таким образом, программа *SIMUL 2* выполняет следующие функции:

- 1) для каждого события вычисляет квадрат матричного элемента (вес события) как явную функцию формфакторов F_1' и F_T ;
- 2) производя суммирование весов событий, получает величину дифференциального сечения для каждого канала гистограммы как функцию параметров F_1' и F_T ;
- 3) формирует ленту "событий" с полной информацией, полученной в результате розыгрыша, включая вес события;
- 4) формирует ленту "распределений", на которой записаны результаты суммирования весов для различных каналов гистограмм.

Данные, записанные на этих лентах, используются затем для определения оценок формфакторов F_1' и F_T различными статистическими методами.

3. Обработка экспериментальных данных
(программа EXDATA)

Окончательная обработка экспериментальных данных включает два этапа:

1) разделение реакции ОЭП и фоновых процессов;

2) определение кинематических параметров событий ОЭП.

Обе эти задачи решаются в рамках программы EXDATA (рис.3). Исходная информация поступает с ленты "данных", на которой записаны амплитудно-временные характеристики события и информация о его геометрии. Данные о разрешающей способности и геометрии экспериментальной аппаратуры задаются в подпрограммах START и READDT.

Для того, чтобы отбросить большую часть фоновых событий, применялись следующие критерии отбора^{/5/}:

1) угол между треками электронов не превышает 170° ;

2) величина $\Delta\theta$, характеризующая отклонение от кинематики упругого процесса, больше 9° ;

3) электроны попадают в чувствительную область спектрометров;

4) электроны не проходят через металлический каркас жидководородной мишени.

Оставшиеся фоновые события обусловлены в основном следующими процессами:

$$\pi^+ p \rightarrow n \pi^+ \gamma \gamma, \quad L \rightarrow \gamma\gamma,$$

$$\pi^+ p \rightarrow n \pi^+ \gamma, \quad L \rightarrow \gamma\gamma, \quad (\Pi)$$

$$\pi^+ p \rightarrow n \pi^+ \pi^+ \pi^0, \quad L \rightarrow \gamma\gamma - \gamma\gamma.$$

События процессов (II) характеризуются большими амплитудами A_5, A_6 боковых сцинтилляционных счетчиков (рис.1) и малой эффективной массой ω двух регистрируемых частиц.

Для того чтобы оптимальным образом установить критерии отбора по этим переменным и определить величину примеси фоновых событий, необходимо было построить^{/1,2/} распределения по квадрату недостающей массы M_x^2 при различных пороговых значениях ω, A_5, A_6 . Эти распределения накапливаются в процессе работы программы EXDATA, и результаты выдаются на перфокарты и на печать. Для окончательного анализа отбираются события с $\omega > 220$ МэВ и A_5 или $A_6 \approx 2.2 \cdot A_{\text{вер}}$ ($A_{\text{вер}}$ соответствует наиболее вероятному значению ионизационных потерь электрона в сцинтилляционном счетчике). Эти события фитировались в гипотезе реакции (I) с использованием квадратичного функционала, описанного в^{/5/}. Информация об отобранных событиях, включая результаты фитирования, записывалась на магнитную ленту (лента "результатов"). Кинематические параметры, полученные в результате фитирования, использовались для определения оценок углов $\hat{\theta}_1, \hat{\phi}_c, \hat{\theta}_c$ и 4- импульсов частиц. Для каждого интервала по ξ^2 строились трехмерные распределения по косинусам этих углов.

Таким образом, результатом работы программы EXDATA являются:

- 1) распределения по квадрату недостающей массы, построенные при различных пороговых значениях ω : A_5, A_6 ;
- 2) информация об отобранных событиях, записанная на ленту результатов;
- 3) распределения по $\cos \hat{\theta}_x, \cos \hat{\phi}_e, \cos \hat{\theta}_e$ для различных интервалов по k^2 .

4. Определение параметров матричного элемента процесса ОЭП

В этом разделе мы опишем методы анализа экспериментальных данных в рамках дисперсионной модели¹⁸ с двумя свободными параметрами F_1^v и F_{π} .

При анализе область изменения k^2 разделялась на несколько интервалов, формфакторы внутри этих интервалов полагались постоянными. Экспериментальная статистика разбивалась на группы событий, соответствующие этим интервалам. Каждая группа анализировалась независимо методом максимального правдоподобия. Функция правдоподобия для F_1^v и F_{π} в общем виде выглядит следующим образом:

$$L(F_1^v, F_{\pi}) = \frac{(N_T(F_1^v, F_{\pi}))^{N_{\Sigma}}}{N_{\Sigma}!} e^{-N_T(F_1^v, F_{\pi}) N_{\Sigma}} \prod_{i=1}^{N_{\Sigma}} f(\vec{\eta}^i | F_1^v, F_{\pi}) \quad (5)$$

Здесь N_{Σ} - объем экспериментальной выборки, т.е. число событий, зарегистрированное в данном интервале по k^2 ;
 $\vec{\eta}$ - полный набор измеренных величин, описывающих событие из этой выборки; $N_T(F_1^v, F_{\pi})$ - среднее ожидаемое число событий процесса ОЭП в данном интервале, рассчитанное с учетом реальных условий эксперимента. $N_T(F_1^v, F_{\pi})$ связано с сечением регистрации процесса ОЭП $\Delta \sigma(F_1^v, F_{\pi})$ очевидным соотношением

$$N_T(F_1^v, F_{\pi}) = N_A \cdot I \cdot \Delta \sigma(F_1^v, F_{\pi}), \quad (6)$$

где N_A - число атомов водорода в мишени, а I - поток π -мезонов. Так как в описываемом эксперименте N_{Σ} - случайная величина, распределенная по закону Пуассона то, в отличие от обычно используемых формул¹⁹, в функцию правдоподобия добавлен множитель

$$\frac{(N_T(F_1^v, F_{\pi}))^{N_{\Sigma}}}{N_{\Sigma}!} e^{-N_T(F_1^v, F_{\pi})} \quad (7)$$

Для определения оценок формфакторов F_1^v и F_{π} методом максимального правдоподобия необходимо знать явный вид $f(\vec{\eta}^i | F_1^v, F_{\pi})$. Это легко получить, если предположить, что измерительные ошибки в определении $\vec{\eta}$ пренебрежимо малы.

В этом случае

$$f(\vec{\eta}^i | F_1^v, F_{\pi}) = \frac{d\sigma(\vec{\eta}^i | F_1^v, F_{\pi})}{d\Omega_{\gamma} d\Omega_e dk^2} \mathcal{E}(\vec{\eta}^i), \quad (8)$$

где $\mathcal{E}(\vec{\eta}^i)$ - эффективность регистрации.

С учетом (6), (7) и (8) выражение (5) легко упрощается:

$$L(F_i^v, F_{\text{л}}) = \frac{(N_A \cdot I)^{N_3}}{N_3!} e^{-N_T(F_i^v, F_{\text{л}})} \prod_{i=1}^{N_3} \int \frac{d\tilde{\nu}_i |F_i^v, F_{\text{л}}|}{d\Omega_i d\Omega_e dk_i^2} \mathcal{E}(\tilde{\nu}_i). \quad (9)$$

Тогда, согласно принципу максимального правдоподобия, оценками параметров F_i^v и $F_{\text{л}}$ служат такие значения \hat{F}_i^v и $\hat{F}_{\text{л}}$, которые обращают в минимум функционал:

$$\Phi(F_i^v, F_{\text{л}}) = -\ln L(F_i^v, F_{\text{л}}). \quad (10)$$

Так как члены, не зависящие от параметров F_i^v и $F_{\text{л}}$, не влияют на положение минимума функционала (10), то оценки \hat{F}_i^v и $\hat{F}_{\text{л}}$ можно искать, минимизируя более простой функционал:

$$\Phi_1(F_i^v, F_{\text{л}}) = N_T(F_i^v, F_{\text{л}}) - \sum_{i=1}^{N_3} \ln |M(k_i^2, \theta_{\gamma_i}, \phi_{e_i}, \theta_{e_i} | F_i^v, F_{\text{л}})|^2. \quad (11)$$

$M(k_i^2, \theta_{\gamma_i}, \phi_{e_i}, \theta_{e_i} | F_i^v, F_{\text{л}})$ - матричный элемент процесса ОЭП.

Для минимизации этого функционала мы использовали стандартную программу LIKLIM /I4/, переменные $k_i^2, \theta_{\gamma_i}, \phi_{e_i}, \theta_{e_i}$ при этом заменялись их оценками $\hat{k}_i^2, \hat{\theta}_{\gamma_i}, \hat{\phi}_{e_i}, \hat{\theta}_{e_i}$, полученными при фитировании событий в гипотезе реакции (I). В описываемом эксперименте измерительные ошибки заметно меняют форму распределений по основным переменным, а тем самым и вид $f(\tilde{\nu}_i | F_i^v, F_{\text{л}})$.

Таким образом, оценки, найденные из условия минимума функционала (II), вообще говоря, не есть оценки максимального правдоподобия.

Функция распределения этих оценок вычислялась методом Монте-Карло (программа FORM1) следующим образом: случайная величина \tilde{N}_3 многократно разыгрывается по закону Пуассона с параметром $N_T(\hat{F}_i^v, \hat{F}_{\text{л}})$. Для каждого значения с ленты "событий" считается новый набор \tilde{N}_3 равновесных событий. Так как программы SIMUL1 и SIMUL2 генерируют взвешенные события, то для получения равновесных событий мы использовали метод браковки; вес события при браковке вычислялся как функция \hat{F}_i^v и $\hat{F}_{\text{л}}$ (формула (2)).

Разыгранные таким образом наборы событий обрабатывались так же, как и экспериментальная статистика (подпрограмма LIKLIM). По найденным решениям \tilde{F}_i^v и $\tilde{F}_{\text{л}}$ определялись моменты функции распределения оценок и тем самым ошибки в определении формфакторов \hat{F}_i^v и $\hat{F}_{\text{л}}$.

Описанная процедура позволяет использовать для определения формфакторов всю имеющуюся экспериментальную информацию, однако требует очень больших затрат времени ЭВМ.

Более простой метод оценки формфакторов F_i^v и $F_{\text{л}}$ основан на замене непрерывного распределения по $\tilde{\nu}_i$ с плотностью $f(\tilde{\nu}_i | F_i^v, F_{\text{л}})$ мультиномиальным распределением (3). В этом случае функционал (II) легко преобразуется к виду

$$-\ln L_{\tilde{\nu}_i}(F_i^v, F_{\text{л}}) - N_T(F_i^v, F_{\text{л}}) - \sum_{i=1}^{N_3} \ln (B_1 F_1^{i^2} + B_2 F_{\text{л}}^2 + B_3 F_1^i F_{\text{л}} + B_4 F_1^i + B_5 F_{\text{л}} + B_6). \quad (12)$$

Здесь $i = (1, 2, \dots, N_3)$ - номер события, а $B_{[1:6]} = B_{[i]}(l_i, m_i, n_i)$ - коэффициенты, записанные на ленту распределений. Оценки, найден-

ные из условия минимума функционала (12) (программа FORM2),
 есть оценки максимального правдоподобия.

К недостаткам этого метода следует отнести некоторую
 потерю информации, связанную с заменой непрерывного распреде-
 ления мультиномиальным, а также большие затраты машинного вре-
 мени, необходимые для вычисления коэффициентов $\sigma_{[1:6]}$ с достаточ-
 ной точностью.

Предварительные оценки формфакторов можно получить без
 значительных затрат времени ЭВМ, анализируя методом минимума
 χ^2 одномерное дифференциальное сечение по $\cos \theta_\gamma$, наиболее
 чувствительное к изменению формфакторов /1,2/:

$$\chi^2 = \sum_e \frac{\left(\frac{d\sigma_{\text{эксп}}}{d\cos\theta_\gamma}(e) - \frac{d\sigma}{d\cos\theta_\gamma}(e) \right)^2}{\frac{d\sigma}{d\cos\theta_\gamma}(e)} \quad (13)$$

где $\frac{d\sigma_{\text{эксп}}}{d\cos\theta_\gamma}(e)$ - экспериментальное дифференциальное
 сечение, а $\frac{d\sigma}{d\cos\theta_\gamma}(e)$ - теоретическое (формула (4)). Полученное
 значение χ^2 используется в качестве критерия
 согласия теоретической модели с экспериментальными данными.

В заключение авторы выражают благодарность Л.Л.Неменову
 за постановку задачи и внимание к работе, И.Н.Силвну за по-
 лезные обсуждения и О.П.Радченко за проведение ряда расчетов.

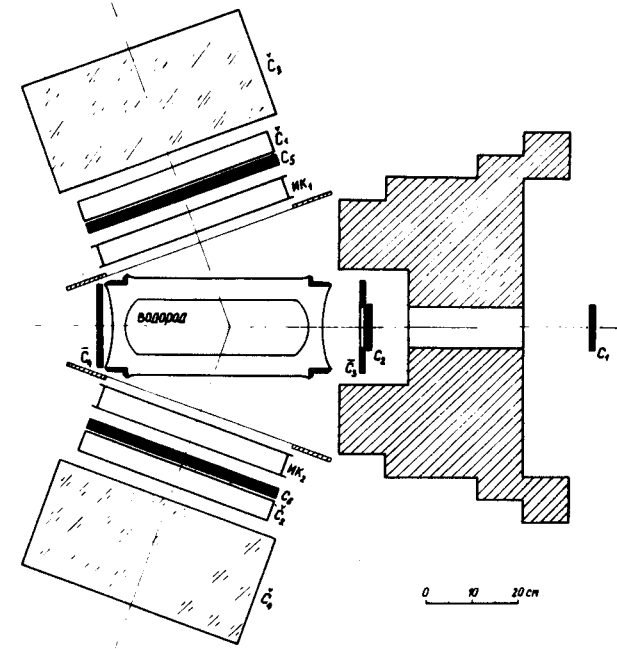


Рис.1. Экспериментальная установка.

- C₁+ C₆-сцинтилляционные счетчики;
- C₁, C₂-пороговые водные черенковские счетчики;
- C₃, C₄-черенковские спектрометры полного поглощения;
- ИК₁, ИК₂-оптические искровые камеры.

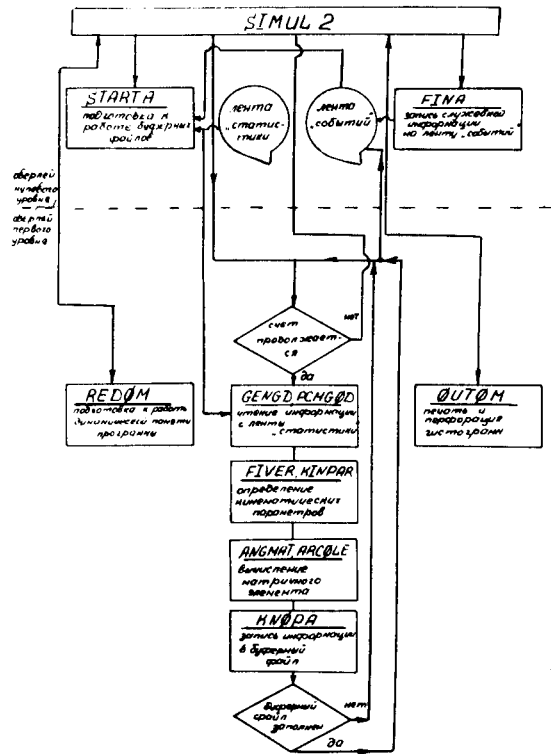


Рис.2. Блок-схема программы SIMUL 2 .

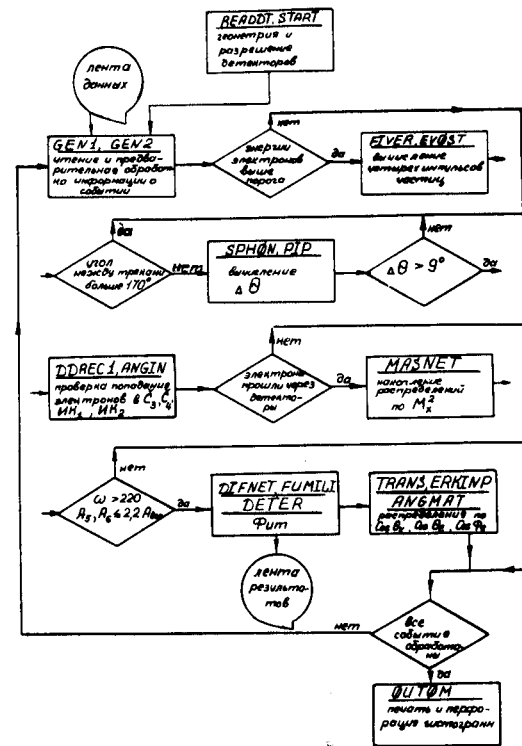


Рис.3. Блок-схема программы EXDATA.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.К.Акимов, С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов и др. ЯФ, 13, 748, 1971;
С.Ф.Бережнев, Л.С.Вертоградов, А.В.Демьянов и др. ЯФ, 16, 185,
1972.
2. С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов, А.В.Куликов и др. ЯФ, 17, 185, 1973;
С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов, А.В.Куликов и др. ЯФ, 18, 102, 1973.
3. А.В.Купцов и др. ОИЯИ, 13-6275, Дубна, 1972.
4. В.П.Курочкин, Ж.П.Пустыльник, Г.И.Смирнов. Депонированная публикация ОИЯИ, Б1-10-8887, Дубна, 1975.
5. С.Ф.Бережнев, Г.И.Смирнов. ОИЯИ, Р10-8945, 1975.
6. Д.С.Суровцев, Ф.Г.Ткебучава. ОИЯИ, Р2-4561, Дубна, 1968.
7. А.В.Тарасов, Л.Г.Ткачев. ОИЯИ, Р2-4970, 1970.
8. Т.Д.Блохинцева, Д.С.Суровцев, Ф.Г.Ткебучава. ЯФ, 21, 850, 1975.
9. С.Ф.Бережнев, Л.С.Вертоградов. ОИЯИ, Р11-6175, Дубна, 1971.
10. Г.И.Смирнов, Н.М.Шумейко. ОИЯИ, Р2-6871, Дубна, 1973.
11. С.Г.Петрова. ОИЯИ, Р2-7037, Дубна, 1972.
12. *A. Bietti and S. Petracca. Nuovo Cim., 22A, 595, 1974.*
13. Д.Худсон. Статистика для физиков, М., издательство "Мир", 1970.
14. И.Н.Силин. Депонированная публикация ОИЯИ, Б1-11-5651, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 сентября 1975 г.