ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р1 - 9145

Л.Л.Неменов

ОСЦИЛЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПУЧКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЗИТРОНИЕВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1975

P1 - 9145

Л.Л.Неменов

ОСЦИЛЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПУЧКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЗИТРОНИЕВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПРОВЕРКИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Направлено в ЯФ

Введение

В работах [1,2] были рассмотрены распады элементарных частиц, сопровождающиеся испусканием связанных состояний. Этот класс процессов получил название атомных распадов, а связанные состояния обозначены символом A_{2f}, если атом образован частицей f и античастицей, или A_{kf}, если частицы разные. В последнем случае для однозначного описания зарядового состояния на месте индекса k пишется символ положительно заряженной частицы. Такие распады, как

$$\pi^\circ \to \gamma + A_{2e}, \tag{1}$$

$$\eta^\circ \to \gamma + A_{2e}, \tag{2}$$

$$K^\circ_L \to \tilde{\nu} + A_{\pi\mu}, \tag{3}$$

$$K^\circ_L \to \nu + A_{\mu\pi},$$

являются источником релятивистских позитрониев (A_{2e}) и атомов, образованных пионом и мюоном.

В работе [1] было обращено внимание на возможность определения времени жизни нейтрального пиона модельно-независимым способом, измеряя отношение числа позитрониев к числу фотонов, испущенных в один и тот же телесный угол.

В настоящей работе отмечается, что пучок релятивистских позитрониев позволяет осуществить экспериментальную проверку специальной теории относительности при значениях гамма-факторов $10^3 \div 10^4$ с относительной точностью $\sim 10^{-4}$. Такая проверка оказывается возможной вследствие осцилляции интенсивности пучка релятивистских позитрониев при его движении в магнитных полях, имеющих простую конфигурацию.

В первой части работы описываются основные характеристики позитрониев, испущенных в распадах (1), (2), и принципиальная схема формирования и детектирования пучка релятивистских A_{2e}, оценивается точность определения гамма-факторов позитрониев по эффекту развала атома магнитным полем, а также точность проверки соотношения между импульсом частицы и величиной ее гамма-фактора. Во второй части рассмотрены уравнения, описывающие движение пучка A_{2e} в однородном магнитном поле, получена зависимость интенсивности пучка от различных параметров и сделана оценка точности, с которой методом осцилляций могут быть проверены преобразования специальной теории относительности для времени и компонент электромагнитного поля.

I

§1. Основные характеристики позитрония, испускаемого при атомном распаде нейтрального пиона /1/

Отношение вероятности распада (1) или (2) к распаду мезона на два фотона равно:

$$\rho = \frac{W_{\text{атомн.}}}{W_{\gamma\gamma}} = 1{,}70 \cdot 10^{-9} \quad . \tag{4}$$

Точность приведенного значения составляет примерно 1%, так как при его вычислении пренебрегалось средним импульсом частицы в атоме по отношению к ее массе покоя и радиационными поправками. Вследствие того, что вероятность атомного распада пропорциональна квадрату волновой функции атома на малых расстояниях, орбитальный момент позитрония L равен нулю.

Число A_{2e} в состоянии с $L=1$ составляет $\sim 10^{-4}$ от количества позитрониев с $L=0$.

Зарядовая четность позитрония равна $C=(-1)^{L+S}$ и должна совпадать с зарядовой четностью виртуального фотона (рис. 1а).

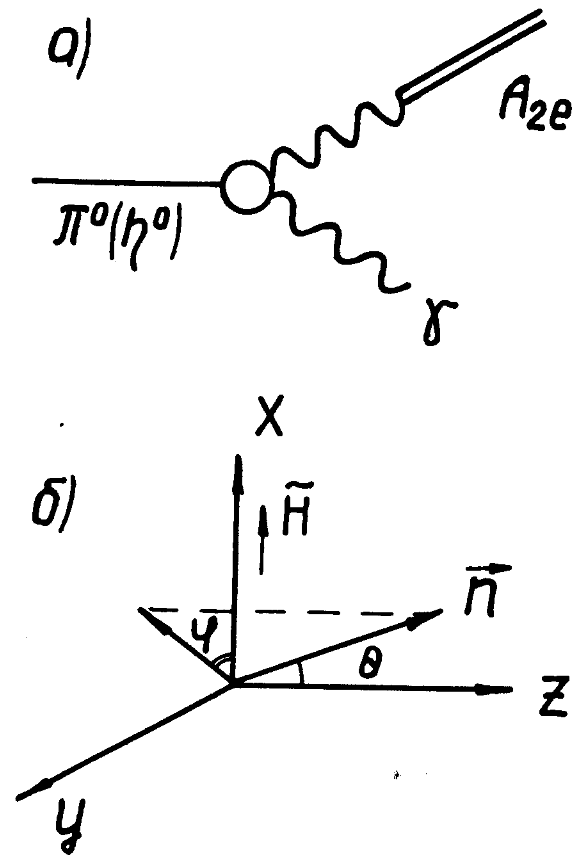

Рис. 1. Диаграмма Фейнмана, описывающая атомный распад нейтрального мезона на фотон и позитроний.

Поэтому спин A_{2e} равен единице. Главное квантовое число n может принимать все значения. Вероятность обнаружения позитрония с квантовым числом n обратно пропорциональна n^3. Поэтому основная часть атомов имеет значения $n \leq 4$. Так как позитроний испускается совместно с реальным фотоном, а спин пиона равен нулю, то проекция спина позитрония на его импульс в системе покоя пиона может быть равна +1 или −1; проекция ноль запрещена. При переходе в систему покоя A_{2e} импульс пиона, от распада которого возник позитроний, является тем направлением, на которое атом имеет определенную проекцию спина.

Время жизни позитрония в триплетном состоянии с главным квантовым числом n равно $1,4.10^{-7} n^3$ с. Так как на ускорителях высокой энергии генерируются пионы с большими импульсами, то позитронии, возникающие при атомных распадах, обладают гамма-факторами $\sim 10^3$ и распадаются в лабораторной системе на длине ~42 километра.

При прохождении через вещество релятивистский позитроний, взаимодействуя с кулоновским полем ядер и электронов, может разваливаться, переходить из триплетного состояния в синглетное и возбуждаться. Все эти процессы приводят к ослаблению пучка A_{2e} и изменению квантовых чисел атомов.

§2. Схема формирования и детектирования пучка релятивистских позитрониев

Для формирования пучка позитрониев в вакуумной камере циклического ускорителя должна быть установлена мишень толщиной от одного до нескольких микрон. Релятивистские позитронии, возникшие от распадов нейтральных мезонов в вакууме и в материале мишени, должны выводиться из камеры ускорителя по специальному каналу. Для того чтобы не ослаблять пучок позитрониев, между каналом и камерой ускорителя не должно быть перегородок, а вакуум в канале должен поддерживаться на уровне 10^{-6}. Ослабление пучка позитрониев на длине 100 метров при таком вакууме равно: $\Delta J / J \sim 0,1\%$.

Вдоль канала создается слабое магнитное поле, которое, не разрушая позитрония, отклоняет заряженные частицы с импульсами, лежащими в интервале от 0 до P_{max}.

Если длина канала 40 метров, а магнитное поле имеет напряженность 30 Э, то заряженные частицы с импульсом P = 3 ГэВ/с отклоняются на расстояние 20 см. Выделение атомов позитрония на фоне потока γ -квантов, который превышает интенсивность A_{2e} почти на 10 порядков, возможно с помощью развала позитрония в сильном магнитном поле /3/. Для этого канал должен заканчиваться вакуумной камерой, помещенной в зазор магнита, поле которого разваливает позитроний. Образовавшиеся электрон и позитрон отклоняются магнитным полем и выводятся из пучка. Электрон и позитрон, возникшие от развала позитрония, имеют четыре характерных признака, по которым можно установить источник их происхождения:

1) одновременность возникновения,
2) равенство энергий,
3) одинаковое отклонение от горизонтальной плоскости,
4) локализацию области развала в пределах нескольких сантиметров.

§3. Определение гамма-факторов пучковых частиц по развалу в магнитном поле

Для позитрониев с импульсами 1 ГэВ справедливы с относительной точностью 5.10^{-7} следующие соотношения:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{p}{m}, \quad E = p, \quad 1-\beta = 0,5\gamma^{-2}, \tag{5}$$

$$\frac{\delta(1-\beta)}{1-\beta} = 2\frac{\delta\gamma}{\gamma}, \tag{6}$$

где $\delta(1-\beta)$ и $\delta\gamma$ – ошибки определения соответствующих величин, а $\beta = v/c$. При развале A_{2e} в магнитном поле углы отклонения свободных электрона и позитрона от оси пучка тем больше, чем меньше гамма-фактор A_{2e}. Поэтому регистрация e^- и e^+ в определенных угловых интервалах от θ до $\theta + \Delta\theta$ означает детектирование продуктов диссоциации позитрониев с определенным значением гамма-факторов (от γ до $\gamma + \Delta\gamma$). Если увеличивать магнитное поле в головной части канала, то вследствие диссоциации A_{2e} с большими гамма-факторами (γ_0) интенсивность электронов и позитронов, возникающих от развала позитрониев с $\gamma = \gamma_0$ и появляющихся в соответствующих угловых интервалах, начнет уменьшаться. Изучая зависимость интенсивности электронов и позитронов, испущенных в угловом интервале от θ до $\theta + \Delta\theta$, от величины магнитного поля в головной части канала, можно определить гамма-фактор A_{2e}. Так как при фиксированном значении γ эта зависимость носит пороговый характер /3/, то значения γ могут быть определены с высокой точностью, если известно теоретическое выражение для вероятности ионизации атома электрическим полем.

Пусть релятивистский A_{2e} движется в лабораторной системе в положительном направлении вдоль оси z, а магнитное поле H_0 направлено по оси x. В системе покоя позитрония (СПП) возникнут магнитное и электрическое поля, векторы напряженности которых равны:

$$\tilde{H}_x = \gamma H_0 , \qquad \tilde{E}_y = \beta\gamma H_0$$

(везде используется правая система координат).

Магнитное поле приведет к расщеплению уровней, величина которого порядка энергии сверхтонкого расщепления ΔE, электрическое поле при достаточной напряженности ионизует A_{2e}. Вероятность ионизации атома, находящегося в основном состоянии, слабым электрическим полем была вычислена в работе /4/, для возбужденного атома – в работе /5/. Так как в дальнейшем все рассмотрение будет выполняться для A_{2e}, находящихся в основном состоянии, то для оценки точности определения гамма-фактора рассмотрим зависимость диссоциации позитрония при $n = 1$ /4/:

$$W(\gamma, H_0) = \frac{1{,}18.10^7}{\gamma^2 H_0} e^{-\frac{2{,}8.10^3}{\gamma H_0}} \ 1/\text{см}, \qquad (7)$$

где W – вероятность ионизации A_{2e} при прохождении 1 см в лабораторной системе; H_0 выражается в эрстедах, γ должна умножаться на 10^{-3}.

Формула справедлива при

$$\tilde{E} = \beta\gamma H_0 \ll 1 , \qquad (8)$$

если напряженность электрического поля выражать в атомных единицах Хартри. Практически значения E, необходимые для определения гамма-факторов, удовлетворяют (8), так как не превышают величины 10^{-2}.

Вероятность обнаружения позитрония после прохождения магнитного поля, приложенного на расстоянии S, равна:

$$\omega(S) = e^{-SW(H_0, \gamma)} . \qquad (9)$$

Полагая, что ошибки измерения магнитного поля много меньше ошибок определения ω, для погрешности в значении γ-фактора получаем:

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = \frac{\delta\omega}{\omega} \ \frac{1}{S\,W(\gamma, H_0)\left(\frac{2{,}8.10^3}{\gamma H_0} - 2\right)} . \qquad (10)$$

Полагая $\omega = 0{,}5$, $L = 10^3$ см, $\gamma = 1$, получаем, что

$$\frac{\delta\gamma}{\gamma} = 8.10^{-2} \ \frac{\delta\omega}{\omega} . \qquad (11)$$

Так как ω фактически определяется интенсивностью позитрониев с определенным гамма-фактором, то характерная относительная ошибка этой величины равна 10^{-2}.

Пучки A_{2e} являются эффективным методом проверки специальной теории относительности при значениях относительных скоростей, близких к скорости света.

Из приведенных соотношений следует, что, благодаря атомной структуре частиц пучка, определение γ -фактора может быть осуществлено с точностью $\sim 0{,}1\%$. Измеряя по импульсам продуктов развала позитрония импульс A_{2e}, можно проверить соотношение

$$p = m\gamma \tag{12}$$

с точностью лучше процента при значениях гамма-факторов $10^3 \div 10^4$.

II

§1. Основное уравнение, описывающее состояние позитрония

Обозначим спиновые волновые функции триплетного позитрония в состояниях с проекцией спина +1, -1,0 и синглетного позитрония соответственно через

$$|1>, \quad |2>, \quad |3> \quad \text{и} \quad |4> . \tag{13}$$

В качестве оси квантования выберем направление внешнего магнитного поля в системе покоя позитрония (СПП). Вектор состояния атома в этой системе имеет вид

$$|\psi(t)> = \sum_{\alpha=1}^{4} |\alpha> a_\alpha(t), \tag{14}$$

где $a_\alpha(t)$ – амплитуды вероятности обнаружить A_{2e} в состоянии α. В начальный момент времени вектор состояния позитрония равен:

$$|\psi(0)> = \sum_{\alpha=1}^{4} |\alpha> a_\alpha(0) . \tag{15}$$

В приближении Вайскопфа-Вигнера [6] амплитуды $a_\alpha(t)$ удовлетворяют уравнению:

$$i\,\frac{\partial a(t)}{\partial t} = \kappa a(t), \tag{16}$$

где

$$a(t) = \left(\begin{array}{c} a_1(t) \\ \text{- - - -} \\ a_4(t) \end{array} \right) . \tag{17}$$

Для позитрония, находящегося в однородном магнитном поле, отличные от нуля матричные элементы оператора κ равны:

$$\kappa_{11} = \kappa_{22} = \kappa_{33} = E_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 , \quad \kappa_{44} = E_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0 ,$$
$$\kappa_{34} = -\mu_0\, g\tilde{H} , \quad \kappa_{43} = -\mu_0\, g\tilde{H} , \tag{18}$$

где $\tilde{H}$ – магнитное поле в системе покоя A_{2e}, Γ_1 (Γ_0) и E_1 (E_0)– полная вероятность распада и энергия позитрония в триплетном (синглетном) состоянии, μ_0 – магнетон Бора,

$$g = 2\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0{,}328\,\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) = 2\times 1{,}0011596 \text{ [7].}$$

Представляя $a(t)$ в виде

$$a(t) = e^{-i\lambda t} a(0) ,$$

из уравнения (16) сразу получаем:

$$\kappa a(0) = \lambda a(0) . \tag{19}$$

Решая уравнение (19), имеем:

$$|\psi(t)> = \sum_{i=1}^{4} |\psi_i(t)> , \tag{20}$$

где $|\psi_i(t)>$ описывают состояния с определенными значениями энергии и равны

$$|\psi_1(t)> = |1> a_1(\lambda_1)\, e^{-i(E_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} ,$$
$$|\psi_2(t)> = |2> a_2(\lambda_2)\, e^{-i(E_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1)t} ,$$
$$|\psi_3(t)> = [\,|3> - |4> a(x)]\, a_3(\lambda_3)\, e^{-i(\epsilon_1 - \frac{i}{2}\gamma_1)t} , \tag{21}$$
$$|\psi_4(t)> [\,|3> + |4> \times \frac{2 + a(x)\, x}{x}]\, a_3(\lambda_4)\, e^{-i(\epsilon_0 - \frac{i}{2}\gamma_0)t} ,$$

где $x = \dfrac{2\mu_0 g\tilde{H}}{\Delta E}$, ΔE – энергия сверхтонкого расщепления синглетного и триплетного уровней в основном состоянии, $a(x) = \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$, ϵ_1 и ϵ_0 – энергии состояний, описываемых векторами $|\psi_3\ (t)>$ и $|\psi_4\ (t)>$ /8/ :

$$\epsilon_1 = E_1 + \frac{1}{2}a(x)\,x\,\Delta E, \quad \epsilon_0 = E_0 - \frac{1}{2}a(x)\,x\,\Delta E\ , \tag{22}$$

а τ_1 и τ_0 – полные ширины этих же состояний:

$$\tau_1 = \frac{\Gamma_0\ (\sqrt{1+x^2}-1) + \Gamma_1\ (\sqrt{1+x^2}+1)}{2\sqrt{1+x^2}}\ ,$$

$$\tau_0 = \frac{\Gamma_0\ (\sqrt{1+x^2}+1) + \Gamma_1\ (\sqrt{1+x^2}-1)}{2\sqrt{1+x^2}}\ . \tag{23}$$

Постоянные $a_i\ (\lambda_i)$ определяются из условия нормировки (15). Если в начальный момент времени амплитуды вероятности обнаружить частицу пучка в состояниях $|3>$ и $|4>$ равны соответственно

$$a_3\,(0) = \rho_1\ e^{i\phi_1}\ , \qquad a_4(0) = \rho_0 e^{i\phi_0}\ , \tag{24}$$

то значения $a_3\,(\lambda_3)$ и $a_3\,(\lambda_4)$ запишутся в виде

$$a_3\,(\lambda_3) = \frac{1}{2}\ \frac{(2+a(x)x)\rho_1\ e^{i\phi_1} - \rho_0\ x\ e^{i\phi_0}}{1+a(x)\,x}\ ,$$

$$a_3\,(\lambda_4) = \frac{1}{2}\ \frac{(\rho_0\ e^{i\phi_0} + a(x)\rho_1\ e^{i\phi_1}\ )\,x}{1+a(x)\,x}. \tag{25}$$

Для качественного анализа осцилляций полезны выражения, описывающие пучок при таких значениях $\tilde{H}$, для которых энергия взаимодействия магнитного момента с внешним полем становится много больше энергии сверхтонкого расщепления, т.е. при $x \gg 1$. В этом случае для параметров, характеризующих пучок, получаются следующие выражения:

$$a(x) = 1\ , \qquad \tau_1 = \tau_0 = \frac{\Gamma_0}{2}\ , \qquad \epsilon_1 - \epsilon_0 = x\ \Delta E\ ,$$

$$a_3(\lambda_3) = \frac{1}{2}(\rho_1 e^{i\phi_1} - \rho_0 e^{i\phi_0}\ ),\quad a_3(\lambda_4) = \frac{1}{2}(\rho_0 e^{i\phi_0} + \rho_1\ e^{i\phi_1}). \tag{26}$$

Рассмотрим уравнение (21). Из него сразу получается выражение для амплитуд вероятности $A_1\,(t)$ и $A_0(t)$ обнаружить позитроний соответственно в состояниях $|3>$ и $|4>$:

$$A_1(t) = a_3\,(\lambda_3)\ e^{-i(\epsilon_1 - \frac{i}{2}\tau_1)\,t} + a_3\,(\lambda_4)\ e^{-i(\epsilon_0 - \frac{i}{2}\tau_0)\,t}\ ,$$

$$A_0(t) = -a(x)\,a_3(\lambda_3)\,e^{-i(\epsilon_1 - \frac{i}{2}\tau_1)\,t} + \frac{2+a(x)\,x}{x}\ a_3(\lambda_4)\ e^{-i(\epsilon_0 - \frac{i}{2}\tau_0)\,t}. \tag{27}$$

Вероятности обнаружения позитрония в состояниях $|3>$ и $|4>$ равны:

$$W_1 = |A_1(t)|^2 = |a_3\,(\lambda_3)|^2\ e^{-\tau_1 t} + |a_3(\lambda_4)|^2 e^{-\tau_0 t}\ +$$

$$+\ 2e^{-\frac{\tau_1+\tau_0}{2}t}\,\mathrm{Re}[\ a_3(\lambda_3)\,a_3^*(\lambda_4)\ e^{-i(\epsilon_1-\epsilon_0)t}]\ , \tag{28}$$

$$W_0 = |A_0\,(t)|^2 = a^2(x)\,|\ a_3(\lambda_3)\ |^2 e^{-\tau_1 t} + \frac{(2+a(x)x)^2}{x^2}|\ a_3(\lambda_4)|^2\ e^{-\tau_0 t}\ -$$

$$-\ 2a(x)\ \frac{2+a(x)\,x}{x}\ e^{-\frac{\tau_1+\tau_0}{2}t}\ \mathrm{Re}[\ a_3\ (\lambda_3)\,a_3^*\ (\lambda_4)\ e^{-i(\epsilon_1-\epsilon_0)t}]\ .$$

Все переменные в (27) и (28) относятся к СПП.

В формулах (28) отсутствует множитель, учитывающий диссоциацию A_{2e}. Однако этот множитель при напряженностях, меньших критических, практически не зависит от величины магнитного поля и поэтому не будет влиять на точность проверки теории относительности.

§2. Спиновое состояние A_{2e}

Для определения состояния пучка необходимо знать исходную волновую функцию, которая задается в базисе a_α амплитудами $a_\alpha(0)$.

Как отмечалось в 1.1, позитроний в СПП имеет определенную проекцию спина на импульс нейтрального пиона в этой же системе. Покажем, что для позитрониев с $\gamma \geq 10^3$ угол между импульсом пиона и напряженностью магнитного поля в СПП близок к $\pi/2$. Для этого рассмотрим распределение по углу Φ между импульсами π°-мезонов, от распада которых возник пучок позитрониев, и осью пучка.

Форма этих распределений зависит от энергии A_{2e} и от параметров, характеризующих угловые и импульсные распределения π° -мезонов. В таблице приведены максимальные и наиболее вероятные значения угла Φ в зависимости от величины импульса позитрония, а также наиболее вероятные значения импульсов π° -мезонов, от распада которых возникают A_{2e} с импульсом $p \pm \Delta p$.

Таблица I

$P_{A_{2e}}$ (ГэВ/с)	$1 \pm 0{,}2$	$2 \pm 0{,}2$	$3 \pm 0{,}2$	$4 \pm 0{,}2$
Φ вероятн.	$3{,}6^\circ$	$2{,}1^\circ$	$1{,}5^\circ$	$1{,}0^\circ$
Φ макс.	5°	$2{,}1^\circ$	$1{,}5^\circ$	$1{,}2^\circ$
P_{π° (ГэВ/с)	1,5	2,5	3,5	4,5

Предполагалось, что дифференциальные сечения рождения описываются формулами работы [10]; начальная энергия протонов равна 70 ГэВ. Из таблицы следует, что в СПП компонента импульса пиона, лежащая в плоскости xy, равна ~100 МэВ/с, в то время как полный импульс мезона в той же системе равен ~9000 МэВ/с. Поэтому угол между импульсом пиона и напряженностью магнитного поля отличается от $\pi/2$ менее чем на $1{,}5^\circ$. Рассмотрим в СПП ортогональную систему координат (рис. 1б). Магнитное поле направлено по оси x, ось z совпадает с осью пучка. Орт $\vec{n}$, определяемый углами θ и ϕ, задает направление, на которое позитроний имеет определенную проекцию спина – $\sigma_n = 1$ или $\sigma_n = -1$. Полагая, что $\sin\theta = \theta$ и пренебрегая членами порядка θ^2, получаем:

$$|\Psi(0)> = \frac{1}{2}(e^{-i\phi} + \theta)|1> + \frac{1}{2}(e^{-i\phi} - \theta)|2> - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\phi}|3> \quad \text{для} \quad \sigma_n = +1, \tag{29}$$

$$|\Psi(0)> = \frac{1}{2}(e^{i\phi} - \theta)|1> + \frac{1}{2}(e^{i\phi} + \theta)|2> + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi}|3> \quad \text{для} \quad \sigma_n = -1.$$

В качестве оси квантования выбран вектор напряженности магнитного поля.

§3. Простые осцилляции интенсивности пучка позитрониев

Рассмотрим пучок A_{2e} и будем предполагать его чисто триплетным. Тогда, подставляя в (25) $\rho_0 = \phi_0 = 0$ (отсутствие синглетного позитрония), из (27) получаем

$$A_1(t) = \frac{1}{2}\rho_1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} e^{i\phi_1} e^{-i\epsilon_1 t} e^{\frac{\Gamma_0 t}{4}} \Big[(\sqrt{1+x^2}+1) e^{-\frac{\Gamma_0 t}{4\sqrt{1+x^2}}} + (\sqrt{1+x^2}-1) e^{-\frac{\Gamma_0 t}{4\sqrt{1+x^2}}} e^{-i(\epsilon_0-\epsilon_1)t}\Big],$$

$$A_0(t) = \frac{1}{2}\rho_1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} e^{i\phi_1} e^{-i\epsilon_1 t} e^{-\frac{\Gamma_0 t}{4}} \Big[-e^{\frac{\Gamma_0 t}{4\sqrt{1+x^2}}} + e^{-\frac{\Gamma_0 t}{4\sqrt{1+x^2}}} \times e^{-i(\epsilon_0-\epsilon_1)t}\Big]. \tag{30}$$

При этом считалось

$$\Gamma_0(\sqrt{1+x^2}-1) \gg \Gamma_1(\sqrt{1+x^2}+1). \qquad (31)$$

В дальнейшем нас будут интересовать значения $x \sim 1$, для которых соотношение (31) хорошо выполняется. Для вероятностей обнаружения позитрония в триплетном и синглетном состояниях с учетом (31) имеем:

$$W_1 = |A_1(t)|^2 = \frac{1}{4}\rho_1^2 \frac{x^2}{1+x^2} e^{-\frac{\Gamma_0 t}{2}} \left[\frac{(\sqrt{1+x^2}+1)^2}{x^2} e^{\frac{\Gamma_0 t}{2\sqrt{1+x^2}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(\sqrt{1+x^2}-1)^2}{x^2} e^{-\frac{\Gamma_0 t}{2\sqrt{1+x^2}}} + 2\cos(\epsilon_0-\epsilon_1)t\right], \qquad (32)$$

$$W_0 = |A_0(t)|^2 = \frac{1}{4}\rho_1^2 \frac{x^2}{1+x^2} \cdot e^{-\frac{\Gamma_0 t}{2}} \left[e^{\frac{\Gamma_0 t}{2\sqrt{1+x^2}}} + \right.$$

$$\left. + e^{-\frac{\Gamma_0 t}{2\sqrt{1+x^2}}} - 2\cos(\epsilon_0-\epsilon_1)t\right].$$

Зависимость функции $|A_1(t)|^2$ от напряженности магнитного поля в лабораторной системе координат представлена на рис. 2. Из него следует, что вероятность обнаружения позитрония в триплетном состоянии осциллирует, причем период осцилляций уменьшается с увеличением расстояния S, на котором приложено магнитное поле.

Очевидно, что когда W_1 достигает максимального значения, W_0 близко к минимуму. Если после магнитного поля имеется свободный промежуток длиной ~40 м, то позитронии в триплетном состоянии на таком расстоянии не распадутся, в то время как интенсивность A_{2e} в синглетном состоянии существенно уменьшится, так как при $\gamma = 10^3$ величина $c\tau$ равна 36 м. Поэтому число позитрониев, зарегистрированное магнитным спектрометром после распадной базы, будет зависеть от соотношения между A_{2e} в триплетном и синглетном состояниях после катушки S и будет осциллировать с тем же периодом, что и W_1, если пренебречь той долей A_{2e} в синглетном состоянии, которая остается после распадного промежутка.

При фиксированных значениях γ и S интенсивность пучка зависит только от одного параметра: напряженности магнитного поля. Такие осцилляции будут в дальнейшем называться простыми.

Можно показать, что при $x \sim 1$ экстремумы функций $|A_1(t)|^2$ и $|A_0(t)|^2$ практически совпадают с экстремумами косинуса. В частности, вероятность обнаружения позитрония в триплетном состоянии, а, следовательно, и интенсивность пучка будет максимальна при значениях магнитных полей в лабораторной системе H_n, удовлетворяющих уравнению:

$$(\epsilon_1 - \epsilon_0)t = 2\pi n,$$

$$H_n = \frac{\pi n c}{g\mu_0 S}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta E S}{2\pi n \gamma c}\right)^2}. \qquad (31)$$

Здесь S – расстояние, на котором действует магнитное поле в лабораторной системе, а n принимает целые значения от нуля до n_{max}, которое соответствует максимальному магнитному полю, не разваливающему позитроний. Из формулы (7) следует, что вероятность развала определяется величиной ξ, равной

$$\xi = \gamma H_0. \qquad (32)$$

Из (31) и (32) сразу получается, что n_{max} удовлетворяет следующему соотношению:

$$\frac{n_{max}\cdot\gamma}{S} = \frac{1}{\pi c}\sqrt{(\mu_0 g \xi)^2 + \left(\frac{\Delta E}{2}\right)^2} \approx \frac{\mu_0 g \xi}{\pi c}. \qquad (33)$$

Для катушки длиной 10 м, $\gamma = 10^3$ и $H_0 = 130$ Э

$$n_{max} = 27. \qquad (34)$$

Расстояние между двумя соседними пиками равно ~5 Э. Эта цифра дает представление о точности, с которой может быть измерена напряженность магнитного поля, соответствующая n-му максимуму. Если считать дисперсию гауссовой, то на статистике ~10^4 событий H_n может

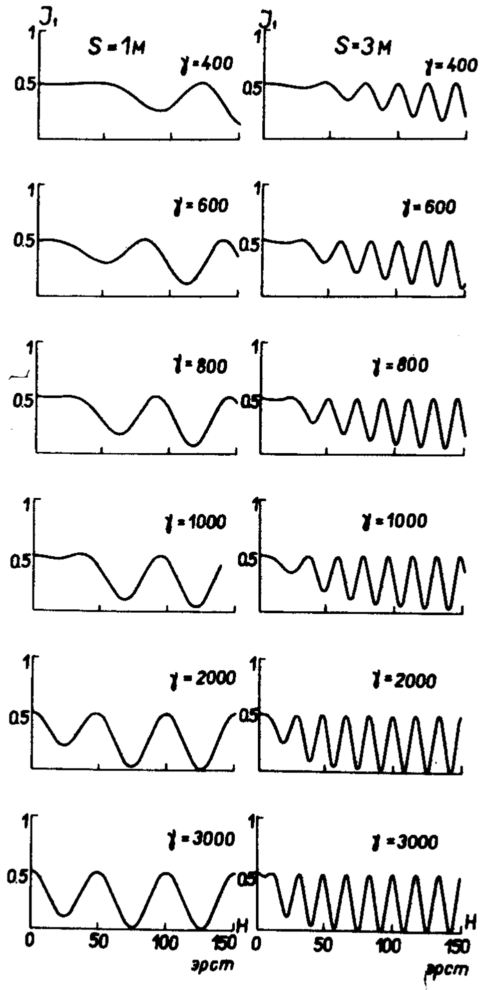

Рис. 2. Зависимость интенсивности пучка релятивистских позитрониев от величины магнитного поля в лабораторной системе координат. Вычисления сделаны для катушки длиной 1 метр (левый столбец) и 3 метра (правый столбец). Значения гамма-факторов частиц пучка указаны в верхней части каждого рисунка. Интенсивность в максимуме равна 0,5, так как осциллирует половина пучковых частиц.

быть измерено с точностью 10^{-2}Э, что дает для относительной погрешности величину

$$\frac{\delta H_{27}}{H_{27}} = 8\cdot 10^{-5}\ . \qquad (35)$$

Оптимизация процедуры измерения, увеличение длины катушки и статистики позволяют уменьшить относительную погрешность в несколько раз.

§4. Оценка точности проверки преобразований Лоренца для времени и компонент электромагнитного поля

Значение напряженности магнитного поля, при которой интенсивность пучка достигает максимума, рассчитывается только с помощью квантовой механики и преобразований Лоренца для времени и компонент электромагнитного поля. Поэтому сопоставление величины H_n, измеренной в лабораторной системе координат, с вычисленной является экспериментальной проверкой преобразований специальной теории относительности при очень больших значениях гамма-факторов. В §3 была сделана оценка точности измерения H_n. Рассмотрим погрешность при вычислении этой величины, обусловленную неточным знанием параметров канала и пучка. В формуле (31) второй член подкоренного выражения зависит от атомного гамма-фактора, который определяется по развалу с относительной точностью 10^{-3}. Поэтому для уменьшения вклада погрешности этой величины измерение H_n нужно вести при n, близких к n_{max}. В этом случае

$$\frac{\delta H_n}{H_n} \approx 0{,}07\sqrt{\left(\frac{\delta\gamma}{\gamma}\right)^2+\left(\frac{\delta\Delta E}{\Delta E}\right)^2} \approx 0{,}07\,\frac{\delta\gamma}{\gamma} \approx 6\cdot 10^{-5}\ . \qquad (36)$$

Следует подчеркнуть, что слабая зависимость H_n от гамма-фактора является прямым следствием формы преобразований Лоренца для времени и компонент электромагнитного поля. Это сразу видно, если записать (31) в переменных СПП:

$$\tilde{H}_n = \frac{\pi n}{g\mu_0 t}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta E t}{2\pi n}\right)^2}\,. \qquad (37)$$

Из (37) следует, что отсутствие зависимости от γ в основном члене обусловлено тем, что при переходе из лабораторной системы

$$\tilde{H}_n = \gamma H_n\,, \qquad t = \frac{t\ \text{лаборат.}}{\gamma}\,. \qquad (38)$$

Если бы позитроний разваливался при очень больших напряженностях магнитного поля (n_{max} велико), то в (31) зависимость от гамма-фактора исчезала бы,что приводило бы к одним и тем же значениям H_n для позитрониев с разными импульсами. В этом случае отклонение от преобразований Лоренца проявилось бы в отличии значений H_n для позитрониев разных импульсов.

Вторым параметром, от которого зависит значение H_n, если его находить как экстремум W_1, является распадная ширина Γ_0. Для катушки длиной 10 м, $\gamma = 10^3$ и H = 130 Э

$$\frac{\Gamma_0 t}{2\sqrt{1+x^2}} \approx 4\cdot 10^{-2}\,. \qquad (39)$$

Поэтому экспоненты в (32) можно разложить и оставить только два первых члена. Если записать точные значения x_n, соответствующие максимумам интенсивности триплетных позитрониев в форме

$$x_n = x_{0n} + \epsilon_n\,, \qquad (40)$$

где x_{0n} удовлетворяет уравнению (31), то при n, близких к n_{max}, имеем

$$\frac{\epsilon_n}{x_{0n}} = -\frac{\Gamma_0 t}{2\pi^2 n^2} \approx -2\cdot 10^{-5}\,. \qquad (43)$$

Поэтому ошибка в Γ_0, равная в настоящее время 1,5% /11/, не влияет на расчетную величину H_n.

Основная неопределенность в расчете H_n позникает вследствие краевых эфектов, которые не учитывались

при выводе формулы (31). Для узкой и длинной катушки это будет поправка, введение которой наиболее целесообразно в численном виде.

В заключение я выражают глубокую благодарность С.М.Биленькому, С.С.Герштейну, В.И.Любошицу, В.А.Никитину, М.И.Подгорецкому, Б.М.Понтекорво и М.М.Широкову за обсуждение и ценные замечания. Я также признателен В.В.Ализаде и О.Е.Горчакову за выполнение численных расчетов.

Литература

1. Л.Л.Неменов. ЯФ, XV , 1047 (1972).
2. Л.Л.Неменов. ЯФ, XVI,125 (1972).
3. Г.В.Меледин, В.Г.Сербо, А.К.Сливков. Письма в ЖЭТФ, 13, 98 (1971).
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, стр. 341, Наука, М., 1974.
5. Б.М.Смирнов, М.И.Чибисов. ЖЭТФ, 49, 841 (1965).
6. V.F.Weisskopf, E.P.Wigner. Z.Physik,63, 54 (1930); 65, 18 (1930).
7. C.M.Sommerfield. Ann.Phys.,5,26(1958); I.Aldins et all.Phys.Rev.Lett.,23,441(1969).
8. В.Б.Берестецкий. ЖЭТФ, 19, 1130 (1949).
9. O.Halpern.Phys.Rev,94,904 (1954).
10. В.Н.Фаломешкин. ЯФ, 15, 383 (1972).
11. E.D.Theriot et all. Phys.Rev., A2,707 (1970).

Рукопись поступила в издательский отдел
2 сентября 1975 года.