90-424

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P1-90-424

А.Д.Волков, А.В.Восканян *, О.Г.Воскерчян*,
Б.Ж.Залиханов, Г.Калмар, А.Ж.Кетикян*,
Е.В.Комиссаров, В.С.Курбатов, В.З.Сердюк,
В.В.Сидоркин

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ИМПУЛЬСА ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В МАГНИТНЫХ СПЕКТРОМЕТРАХ

Направлено в журнал "Nuclear Instruments and Methods"

*Ереванский физический институт

1990

1. Введение

В экспериментах с фиксированной мишенью часто приходится решать задачу восстановления импульса заряженной частицы в геометрии, показанной на рис. 1. Заряженные частицы движутся под малыми углами к оси z. TD1,TD2–трековые детекторы соответственно до и после магнита (дрейфовые или пропорциональные камеры). Предполагается, что они расположены достаточно далеко от магнита так, что поле в месте их расположения равно нулю. Для определённости предположим, что "главная" компонента магнитного поля (компонента, для которой $\int B_c(x,y,z)dz = \max$, где c=x, или y, или z) B_x. Тогда задача может быть сформулирована так : зная направление частицы до и после магнита, найти импульс частицы наиболее точным и экономным способом.

Конечно, самый точный, но и самый дорогой способ – это решать уравнение движения численно[1]. Однако при массовой обработке экспериментальных данных, когда количество треков достигает сотен тысяч и миллионов, этот метод неприемлем из-за большого компьютерного времени и памяти.

В 1969 г. был предложен гораздо более быстрый и экономный метод[2], в котором импульс частицы представляется в виде разложения в ряд по полиномам Чебышева. Этот метод даёт выигрыш в несколько порядков в компьютерном времени и памяти по сравнению с прямым методом решения уравнения движения.

Напомним основные черты этого метода. На первом шаге генерируется большое число треков, соответствующих узлам решётки в пространстве пяти переменных: x_0, y_0, x'_0, y'_0 и $(P)^{-1}$, где x_0, y_0– x- и y-координаты трека при некотором $z = z_0$, x'_0, y'_0–их производные по z при том же самом z , а P – импульс частицы. Для каждого узла рассчитывается "главный" угол отклонения (соответствующий отклонению в плоскости, перпендикулярной "главной" компоненте магнитного поля) – переменная x_6. Затем для всех узлов с постоянными x_0, y_0, x'_0, y'_0 проводится обратная интерполяция так, чтобы получить переменную $(P)^{-1}$ как функцию переменной x_6.

На втором шаге находятся коэффициенты разложения в ряд по полиномам Чебышева, что в конечном счёте даёт $(P)^{-1}$ как функцию переменных x_0, y_0, x'_0, y'_0 и угла отклонения x_6.

Сейчас этот метод широко используется (см. работы[3,4]).

Сделаем несколько замечаний по поводу этого метода. Во-первых, число коэффициентов, подлежащих определению, очень велико (обычно от нескольких сотен до нескольких тысяч[2-4]).

Во-вторых, при использовании этого метода имеются чисто технические трудности : поскольку используются узлы решётки, построенной определённым образом, приходится либо уменьшать размер гиперкуба в пятимерном пространстве так, чтобы не выйти за пределы измеренного магнитного поля, либо делать некорректные допущения.

Кроме того, метод содержит некоторые излишества : можно обойтись без обратной интерполяции, т.е. достаточно представить переменную $x_б$ как функцию от x_0, y_0, x'_0, y'_0 и $(P)^{-1}$ и в таком виде использовать её для оценки импульса.

В этой работе мы предлагаем другой, более экономный по сравнению с работой[2] метод. В сравнении с ним он даёт выигрыш в числе коэффициентов, подлежащих определению,-один - два порядка, в числе машинных операций - приблизительно два порядка. Другое немаловажное обстоятельство - его гораздо проще использовать. Метод тестировался на двух магнитных спектрометрах. Результаты приведены ниже.

2.Метод

Основная идея метода: мы предлагаем искать оценку импульса, используя соотношение

$$\vartheta_{yz} = \lambda \cdot f(x_0, y_0, x'_0, y'_0, \lambda), \tag{1}$$

где ϑ_{yz} - угол отклонения частицы в плоскости, перпендикулярной "главной" компоненте магнитного поля, $\lambda = (P)^{-1}$, а f - непрерывно дифференцируемая функция переменных в скобках. Последнее обстоятельство означает, что её можно разлагать в ряд Тэйлора. Каковы основания для этого?

Во-первых, формула (1) имеет правильное поведение при $\lambda \to 0$, т.е. она автоматически удовлетворяет условию $\vartheta_{yz} \to 0$ при $P \to \infty$.

Во-вторых, рассмотрим уравнение движения частицы в магнитном поле :

$$x''= e/P\sqrt{1+(x')^2+(y')^2}\ \{x'y'B_x-[1+(x')^2]B_y+y'B_z\}=$$
$$= \lambda\cdot f_x(x_0,y_0,x_0',y_0'),$$
$$y''=e/P\sqrt{1+(x')^2+(y')^2}\ \{[1+(y')^2]B_x-x'y'B_y-x'B_z\}= \qquad (2)$$
$$=\lambda\cdot f_y(x_0,y_0,x_0',y_0'),$$

e – заряд частицы,

P – импульс частицы,

B_x, B_y, B_z – компоненты магнитного поля,

$x''=d^2x/dz^2$; $y''= d^2y/dz^2$; $x'= dx/dz$; $y'= dy/dz$.

Все обозначения соответствуют рис.1. Пусть "главной" компонентой магнитного поля будет B_x, тогда для оценки импульса лучше использовать угол отклонения проекции траектории на плоскость yz (или, например, разность $y_f'- y_i'$, где y_f' – тангенс угла наклона проекции траектории на плоскость yz за магнитом, y_i' – до магнита).

Пусть y_f' соответствует $z = z_f$, а y_i' — $z = z_i$. Разделим траекторию частицы в интервале между z_i и z_f на большое число N отрезков размером Δz. Тогда

$$y_f' = y_i' + \sum_{k=1}^{N} (\delta y_k'),$$

где $\delta y_k'$– изменение первой производной y' на отрезке от z_k до z_{k+1}. Мы можем написать (учитывая уравнения (2)) :

$$\delta y_k' = \lambda\cdot f_y(x_{k-1},y_{k-1},x_{k-1}',y_{k-1}')\cdot\Delta z .$$

т.е. $$\delta y_1' = \lambda\cdot f_y(x_0,y_0,x_0',y_0')\cdot\Delta z,$$

$$\delta y_2' = \lambda\cdot f_y(x_1,y_1,x_1',y_1')\cdot\Delta z,$$

где
$$x_1 = x_0 + \delta x_1 = x_0 + x_0'\cdot\Delta z,$$
$$y_1 = y_0 + \delta y_1 = y_0 + y_0'\cdot\Delta z,$$
$$x_1' = x_0' + \delta x_1' = x_0' + \lambda\cdot f_x(x_0,y_0,x_0',y_0')\cdot\Delta z,$$
$$y_1' = y_0' + \delta y_1' = y_0' + \lambda\cdot f_y(x_0,y_0,x_0',y_0')\cdot\Delta z.$$

Для $\delta y_2'$ имеем

$$\delta y_2' = \lambda\cdot f_y(x_1,y_1,x_1',y_1')\cdot\Delta z =$$
$$= \lambda\cdot f_y(x_0+x_0'\cdot\Delta z,\ y_0+y_0'\cdot\Delta z,\ x_0'+\lambda\cdot f_x(x_0,y_0,x_0',y_0')\cdot\Delta z,$$
$$y_0'+\lambda\cdot f_y(x_0,y_0,x_0',y_0')\cdot\Delta z)\cdot\Delta z.$$

Разлагая f_y в ряд по Δz и оставляя только линейные члены, получим

$$\delta y'_2 = \lambda^2 \cdot I_2(x_0,y_0,x'_0,y'_0) + \lambda \cdot I_1(x_0,y_0,x'_0,y'_0),$$

где I_2, I_1 – некоторые функции переменных в скобках.

Для любого $\delta y'_k$ можно написать

$$\delta y'_k = \sum_{i=1}^{k} \lambda^i \cdot I_i(x_0,y_0,x'_0,y'_0).$$

Суммируя все $\delta y'_k$, получим

$$y'_f - y'_i = \sum_{k=1}^{N} \lambda^k \cdot G_k(x_0,y_0,x'_0,y'_0). \qquad (3)$$

В пределе $N \to \infty$ мы приходим к выражению

$$y'_f - y'_i = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda^k \cdot G_k(x_0,y_0,x'_0,y'_0) = \lambda \cdot f(x_0,y_0,x'_0,y'_0,\lambda). \qquad (4)$$

Это соответствует утверждению, сделанному выше.

Как на практике находить функцию f в формуле (4) ? Делать это можно по-разному. Например, можно использовать тот же метод аппроксимации полиномами Чебышева, но при этом возникают те технические проблемы, о которых мы говорили ранее. Число коэффициентов также будет велико.

Мы использовали более простой подход : использовали для функции f в формуле (4) разложение в ряд Тейлора по пяти переменным: x_0, y_0, x'_0, y'_0, λ. Количество удерживаемых членов и сами члены определяются эмпирически, судя по тому, как они влияют на точность оценки импульса. Детали такого подхода проиллюстрированы на примерах, приведенных в следующем разделе.

3. Приложения

Метод был опробован на двух спектрометрах. Основной компонентой магнитного спектрометра установки ИСТРА-М, созданной на базе установки ИСТРА[5], является магнит, конструкция которого описана в работе[6]. На рис 2а показана геометрия расположения различных элементов установки. Установку предполагается использовать для измерения реакции $K^- \to \pi^- l^+ l^-$, где $l = e$ или μ. Пучковый K^--мезон распадается

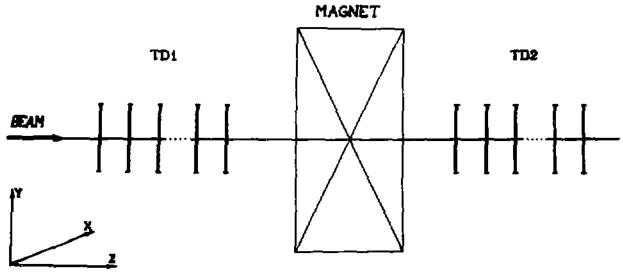

Рис.1.Структура типичного магнитного спектрометра. TD1 – трековый детектор до магнита, TD2 – трековый детектор после магнита.

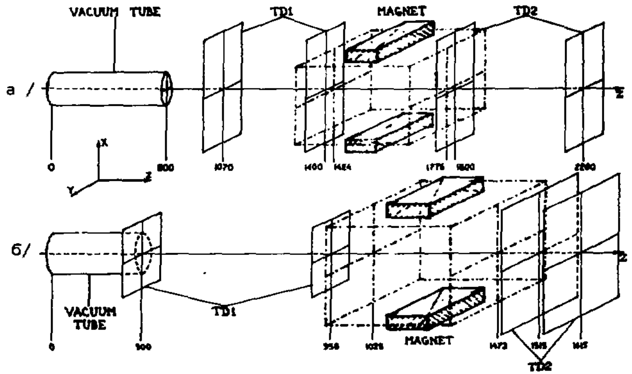

Рис.2.Схема расположения детекторов:

2а – установки ИСТРА-М,

2б – установки "Гиперон".

Цифры под различными элементами установки показывают их положение по пучку в см, штрихпунктирной линией показан объём измеренного магнитного поля.

в вакуумной трубе, траектория частицы до магнита измеряется системой дрейфовых камер TD1. Далее располагается магнит, а за ним-система плоскостей дрейфовых трубок TD2 для измерения траектории после магнита. Поле измерено в объёме размером 56·80·352 см – на рисунке этот объём показан штрихпунктирной линией. Интеграл поля, т.е. величина $\int B_x dz$ при $x = 0$, $y = 0$ (такой выбор координат x, y соответствует тому, что ось z проходит через центр поля), равна 1.06 Тл·м. Система координат – правая, ось z направлена по пучку. Цифры на рисунке под каждым элементом установки показывают их положение вдоль оси z в см. Предполагается, что импульс первичного K^--мезона равен 25 ГэВ/с.

Для нахождения зависимости между углом поворота θ_{yz} и λ был сгенерирован файл событий указанной реакции по фазовому объёму с учётом всех деталей установки. Распадная точка разыгрывалась равномерно вдоль длины трубы. Траектории продуктов распада рассчитывались по методу Рунге-Кутта, описанному в работе [1]. Траектории рассчитывались как для положительно, так и для отрицательно заряженных продуктов, при этом величина λ была знакопеременной – положительной для положительных частиц, отрицательной для отрицательных. При расчете траектории требовалось, чтобы частица проходила через детекторы TD1, TD2 и не выходила за боковые границы объема измеренного магнитного поля. Диапазон изменения импульса вторичных частиц 2.5–18 ГэВ/с.

Для функции f отыскивалось разложение в ряд Тэйлора, в котором нечетные степени λ брались по модулю. Для нахождения коэффициентов разложения использовалось 4000 треков, из них 2000 положительно заряженных и 2000 отрицательно заряженных. Фитирование проводилось програмой FUMILI [7].

Для определения точности и оптимизации найденной аппроксимации использовалось 2000 независимо сгенерированных треков, половина которых – положительно заряженные, половина – отрицательно заряженные. Для каждого из 2000 событий рассчитывалась величина $\delta P/P$, рассчитывались средние по всем 2000 величины $\langle \delta P/P \rangle$ и величина

$$\sigma = \sqrt{\langle (\delta P/P)^2 \rangle - \langle (\delta P/P) \rangle^2} .$$

В итоге расчётов мы остановились на аппроксимации с шестью коэффициентами (в разложении f входят степени λ не выше первой).

Получены следующие величины : $\langle\delta P/P\rangle$ = .00005, σ = .0021. На рис. 3а показано распределение по величине $\delta P/P$. Здесь уместно сравнить наш метод с методом работы[2]. Для данного магнита были проделаны расчёты по методу работы[2] для решетки с числом узлов $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot4$ (соответственно по параметрам x_0, y_0, x_0', y_0', $(P)^{-1}$). Точность определения импульса при таком разбиении оценивалась на файле событий распадов $K^- \longrightarrow \pi^- \mu^+ \mu^-$. При этом были получены значения $\langle\delta P/P\rangle$ = .0037, σ = .002, т.е. этот метод даёт как бы смещенную оценку импульса для магнита[6] для такой решётки. Иными словами, неточность аппроксимирующей формулы, найденной по методу работы[2] и применённой к произвольному файлу событий, порождается двумя причинами : неточностью самой аппроксимации, т.е. конечностью числа членов в аппроксимирующей формуле, и тем фактом, что коэффициенты аппроксимирующей формулы находятся на статистическом наборе данных, задаваемом пятимерной решёткой, а не тем, который будет в реальности.

При более мелком разбиении $5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot10$ мы получили соответственно $\langle\delta P/P\rangle$ = .0036 и σ = .0031. Худшее значение σ в последнем случае объясняется, по нашему мнению, тем фактом, что число членов становится слишком большим и начинают сказываться ошибки округления, хотя все расчёты проводились с двойной точностью.

Результаты расчётов показывают, что в предложенном методе величина $\langle\delta P/P\rangle$ равна нулю, поскольку аппроксимирующая формула находится на наборе данных, имеющем такое же статистическое поведение, что и события, к которым применяется формула.

Понятно, что надо брать такой набор данных, который близок к реальному (в смысле статистического поведения).

Для решетки с числом разбиений $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot4$ оказалось возможным из 324 коэффициентов оставить 85 без потери точности ($\langle\delta P/P\rangle$ = .0036, σ= .002). Для нашего метода расчёт импульса требует приблизительно 20 операций. Для вычисления импульса по методу[2] при 85 коэффициентах требуется приблизительно 1500 операций.

На рис.2б показана геометрия расположения детекторов установки "Гиперон"[8]. Объём измеренного магнитного поля $74\cdot 144\cdot 444$ см^3. Интеграл поля при тех же x,y – 1.7 Тл·м. Импульс вторичной частицы разыгрывался равномерно в интервале от 5 до 10 ГэВ/с. Заряд частицы был положительным. Всё остальное делалось так же, как и в предыдущем случае. Отыскивалась аппроксимация для двух различных вариантов :

1. Для всего интервала изменения переменных x_0, y_0, x_0', y_0', измеряемых установкой при интервале изменения импульса от 5 до 10 ГэВ/с.

Получено $\langle\delta P/P\rangle$ = .00022 и σ = .0073. Число коэффициентов 18. Распределение $\delta P/P$ для этого случая показано на рис.3б.

2. Вся область изменения переменных x_0, y_0, x_0', y_0' разбивалась на три части :

2.1. $x_0' > 0$, $y_0' < 0$, любые x_0, y_0,

2.2. $x_0' < 0$, $y_0' < 0$, любые x_0, y_0,

2.3. $y_0' > 0$, любые x_0', x_0, y_0.

Для разбиения 2.1 получены следующие значения : $\langle\delta P/P\rangle$ = –.00029, σ = .0043 при 19 коэффициентах.

Соответственно для разбиения 2.2 $\langle\delta P/P\rangle$ = .00011, σ = .0046 при 20 коэффициентах.

Наконец, для разбиения 2.3 значения таковы: $\langle\delta P/P\rangle$ = –.00003, σ = .0022 при числе коэффициентов 21. Видно, что во всех случаях величина $\langle\delta P/P\rangle$ близка к нулю. Средние по всем разбиениям $\langle\delta P/P\rangle$ = –.000006, σ = .0035. Общее для всех трёх разбиений распределение по $\delta P/P$ показано на рис.3в. Среднее число операций–приблизительно 70.

К сожалению, мы не можем привести соответстьующих цифр при оценке импульса по методу[2] для данного магнита. Однако во всех известных нам работах, использующих этот метод[2-4], число коэффициентов меняется от 200 до нескольких тысяч. Количество операций соответстенно–не менее 3000.

На каждом из рисунков 3а–3в даны также оценки точностей импульсов по методу "полная ширина на полувысоте" (величина σ').

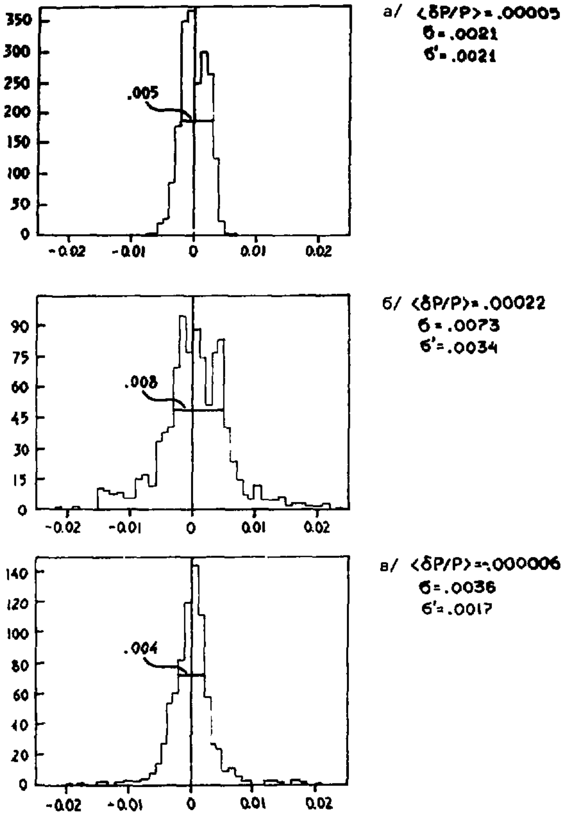

Рис.3. Распределение по величине $\delta P/P$ для различных случаев (см текст). Величина σ' – среднеквадратичное отклонение, полученное по методу "полная ширина на полувысоте".

4. Приложения метода в других случаях

На рис. 4а и 4б приведена конфигурация детекторов, при которых также может возникнуть задача определения импульса частицы. В первом случае измеряется отрезок прямой до магнита и точка на траектории частицы за магнитом. Отрезок прямой и точка измерены в областях, где магнитное поле равно нулю. На рис. 4а y_R обозначает измеренную после магнита координату, а y_p – координату, которую имела бы траектория частицы в месте расположения детектора, если бы поля не было. Аппроксимирующая формула отыскивалась в виде

$$y_R - y_p = \lambda \cdot f(x_0, y_0, x_0', y_0', \lambda). \qquad (5)$$

При расчетах использовался магнит [6]. С шестью коэффициентами получены значения $\langle \delta P/P \rangle = .00005$, $\sigma = .0021$.

Во втором случае до магнита измеряется отрезок прямой в области, далёкой от магнита, и координата на траектории частицы в области магнитного поля. Интеграл поля до точки расположения детектора TD2 равен 0.746, т.е. приблизительно 75% от полного интеграла поля. Аппроксимирующая формула была такой же (формула (5)). При тех же шести коэффициентах получены $\langle \delta P/P \rangle = .00001$, $\sigma = .003$.

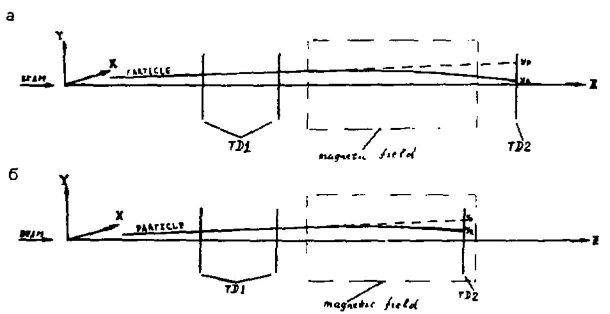

Рис. 4. Другие случаи расположения детекторов (см текст).

5. Заключение

Когда авторы работы [2] предложили свой метод, они оценивали достоинства своего метода в терминах комбинированного критерия память-компьютерное время. Они утверждали, что их метод дает выигрыш в пять порядков величины в сравнении с обычными методами решения дифференциальных уравнений. Если мы используем тот же самый критерий, то наш метод в сравнении с методом [2] дает выигрыш в три порядка, по крайней мере, для рассмотренных спектрометров.

Считаем приятным долгом выразить благодарность Аникину Л. и [illegible] за многочисленные консультации и обсуждения.

Литература

1. [illegible] and [illegible] Bugge. Nucl. Inst. and Methods, 160 (1979), 43.
2. [illegible] Lechanoine, M.Martin, H.Wind. Nucl. Instr. and Methods, 69 (1969), 122.
3. Аматуни Ц.А. и др. ИФВЭ, 82-142, Серпухов, 1982.
4. Б.В.Виноградов и др. Сообщение ОИЯИ Р1-87-[illegible], Дубна, 1987.
5. В.Н.Болотов и др. ЯФ, 45 (1987), 1652.
6. А.А.Григорьев и др. Материалы VIII Рабочего совещания по нейтринному детектору ИФВЭ-ОИЯИ. Д1,2,13-88-90, Дубна, 1988.
7. Статистические методы в экспериментальной физике. Москва, Атомиздат, 1976.
8. G.G.Bitsadze et al. Nucl. Phys., B260 (1985), 497.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 июня 1990 года.