

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗ46.46

Б-484

8/14-75

P1 - 8944

3344/2-75

С.Ф.Бережнев, Г.И.Смирнов

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ  
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА



**1975**

P1 - 8944

С.Ф.Бережнев, Г.И.Смирнов

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ  
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА



Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## В В Е Д Е Н И Е

Процесс обратного электророждения пионов  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$  характеризуется малыми дифференциальными сечениями /1/. Для получения большого количества статистического материала используют детектирующие установки с большими телесными углами регистрации /2/, что позволяет детектировать события в широком интервале изменения кинематических переменных. При этом становится невозможным вычисление сечений в рамках теоретических моделей аналитически. Проблема вычисления сечений решается с помощью метода Монте-Карло. Для этого проводится моделирование образования частиц в исследуемом процессе, моделирование условий регистрации электронов детекторами и моделирование процедуры отбора событий процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$ . Для вычисления сечений затем используются параметры отобранных событий.

В настоящей работе рассматривается процедура вычисления основных кинематических переменных процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$ , а также выбора оптимальной геометрии детекторов для регистрации этого процесса. В работе проводится вычисление аппаратурных функций экспериментальной установки, регистрирующей основные кинематические параметры исследуемого процесса.

### 1. Кинематика процесса $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$

Рассматриваемый процесс обратного электророждения пионов описывается пятью независимыми кинематическими переменными. Одна из них — полная энергия в  $\pi N$ -системе центра масс  $W$  — фиксирована энергией налетающего пиона.

Вторая кинематическая переменная – квадрат передаваемого четырехимпульса  $k^2$  – выражается при помощи энергий и угла разлета электронов в лабораторной системе:

$$k^2 = 4 E_1 E_2 \sin^2(\theta_e^{l.c.}/2).$$

При этом максимальное значение передаваемого четырехимпульса ограничено энергией налетающего пиона:

$$k_{max}^2 = (W - M)^2,$$

где  $M$  – масса нуклона. Минимальное значение  $k_{min}^2$  определяется эффективностью регистрации электронов малых энергий черенковскими спектрометрами полного поглощения и составляет в нашем случае  $0,75 \text{ фм}^{-2}$ .

Смысл следующих двух кинематических переменных – угла вылета фотона  $\theta^x$  в  $\pi N$  с.ц.м. и угла  $\varphi$  между плоскостью реакции  $\pi^- p \rightarrow n \gamma_\nu$  и плоскостью распада виртуального фотона  $\gamma_\nu$  ясен из рис. I, на котором показана система центра масс сталкивающихся частиц: пиона  $q$  и протона  $p$ . Таким образом, единичный вектор  $\hat{q}$ , направленный вдоль импульса пиона, равен:

$$\hat{q} = (-\sin \theta^x, 0, -\cos \theta^x).$$

В программе моделирования процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$  система с.м. пиона и нуклона выбирается так, чтобы ось  $Z$  совпадала по направлению с импульсом нейтрона  $p_n$ . Обозначим выбранную таким образом систему "N". Для определения осей  $X$  и  $Y$  системы "N" вычисляются единичные векторы  $\hat{x}$  и  $\hat{y}$ , направленные вдоль этих осей:

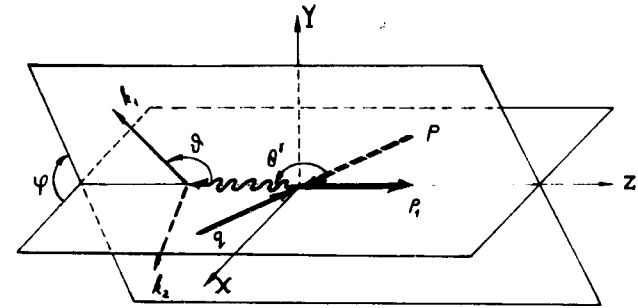


Рис. I Система "N" центра масс пиона -  $q$  и протона -  $p$ .

$$\begin{aligned}\hat{\vec{v}} &= -\frac{[\vec{k} \times \vec{q}]}{|[\vec{k} \times \vec{q}]|} = (0, 1, 0), \\ \hat{\vec{\alpha}} &= -\frac{[\vec{k} \times \hat{\vec{v}}]}{|[\vec{k} \times \hat{\vec{v}}]|} = (1, 0, 0).\end{aligned}$$

Для вычисления угла  $\varphi$  строится единичный вектор  $\vec{\beta}$ , который совпадает с проекцией импульса электрона  $\vec{k}_1$  на плоскость XY:

$$\vec{\beta} = (k_{1x}/\sqrt{k_{1x}^2 + k_{1y}^2}; k_{1y}/\sqrt{k_{1x}^2 + k_{1y}^2}; 0).$$

Тогда

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \vec{\beta} \hat{\vec{\alpha}} = \beta_1, \\ \sin \varphi &= \vec{\beta} \hat{\vec{v}} = \beta_2.\end{aligned}$$

Поэтому

$$\varphi = \begin{cases} \arccos \beta_1, & \beta_2 \geq 0; \\ 2\pi - \arccos \beta_1, & \beta_2 < 0. \end{cases}$$

Таким образом, кинематическая переменная  $\theta^x$  принимает значения в интервале углов от 0 до  $\pi$ , а переменная  $\varphi$  - в интервале от 0 до  $2\pi$ .

Пятая кинематическая переменная - угол  $\theta$  между направлениями вылета электрона и нейтрона - вычисляется в системе ц.м. электрона и позитрона. Этот угол связан с углом  $\vartheta$ , вычисленным в системе "N" /см. рис.1/ с помощью лоренц-преобразования:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{k^2} |\vec{k}_1| \sin \vartheta}{|\vec{k}| k_{10} + k_0 |\vec{k}_1| \cos \vartheta} = T.$$

Тогда

$$\theta = \begin{cases} \arctg T, & T \geq 0, \\ \pi + \arctg T, & T < 0. \end{cases}$$

Здесь  $k_1 = (k_{10}, \vec{k}_1)$  - четырехимпульс электрона,  $k_0$  - полная энергия фотона в  $\pi N$  с.ц.м.

В программе моделирования процесса  $\pi^+ p \rightarrow e^+ e^- n$  векторное произведение векторов вычисляется с помощью программы-функции "VECT", для вычисления модуля вектора используется программа-функция "AMO". Векторы-импульсы, заданные в программе "USER" /4/, с помощью программы "ROT" преобразуются в систему "N". В этой системе координат программа "ANG" вычисляет кинематические переменные  $\theta$ ,  $\varphi$  и  $\theta^x$ , а также ряд вспомогательных величин.

С помощью определенных выше кинематических переменных дифференциальное сечение рассматриваемого процесса может быть записано в следующем виде /3/:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_k d\Omega_{\vec{k}} dk^2} = \Phi(W, k^2) [ A(W, k^2, \theta^x)(1 + \cos^2\theta) + B(W, k^2, \theta^x) \sin^2\theta \cos 2\varphi + \frac{k^2}{k_0^2} C(W, k^2, \theta^x) \sin^2\theta + \frac{\sqrt{k^2}}{k_0} D(W, k^2, \theta^x) \sin 2\theta \cos \varphi ], \quad (1)$$

где  $\Phi(W, k^2)$  - известная функция,  $d\Omega_k$  - элемент телесного угла для фотона в  $\pi N$  с.ц.м.,  $d\Omega_{\vec{k}}$  - элемент телесного угла электрона в системе ц.м.  $e^+e^-$  пары. Функции A, B, C и D связаны с парциальными сечениями образования виртуальных фотонов с различными поляризационными состояниями.

Для регистрации электронов, образующихся в процессе  $\pi^+ p \rightarrow e^+ e^- n$ , используют два телескопа счетчиков /2/, расположенных симметрично по отношению к пучку  $\pi$  - мезонов. На рис. 2а и 2б показаны два

варианта расположения детекторов с малой апертурой в системе центра масс пиона и нуклона.

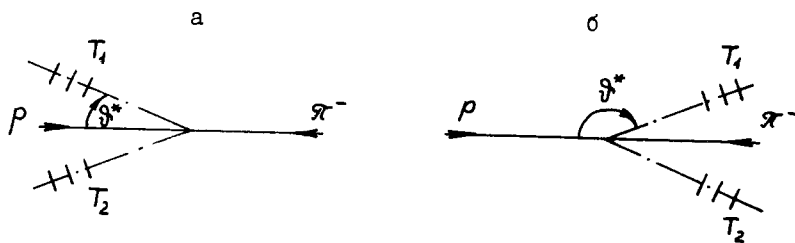


Рис. 2 Способы расположения детекторов в  $\pi N$  с.ц.м. для регистрации электронов исследуемого процесса.

В случае 2а установка отбирает события, в которых образующийся виртуальный фотон вылетает "вперед", а в случае 2б - "назад". Очевидно, что в обоих случаях детекторы выделяют плоскость распада виртуального фотона, которая практически совпадает с плоскостью реакции. Таким образом, область изменения переменной  $\varphi$  ограничивается в окрестности точек  $0^\circ$  и  $180^\circ$  ( $|\cos \varphi| \approx 1$ ), что приводит к максимальному усилению вклада члена  $D(W, k^2, \theta^2)$  в выражении (I). Функция  $D(W, k^2, \theta^2)$  соответствует интерференции амплитуд рождения поперечных и продольных фотонов. Вклад интерференции в сечение рассматриваемого процесса увеличивает число неизвестных амплитуд и усложняет проведение феноменологического анализа амплитуд образования поперечных неполяризованных фотонов /функция  $A(W, k^2, \theta^2)$ / и продольно поляризованных /функция  $C(W, k^2, \theta^2)$ / фотонов. Если расположить детекторы в  $\pi N$  с.ц.м. на одной оси под углом  $\vartheta^* = 90^\circ$  к направлению импульса пиона, то в этом случае установка будет преимущественно отбирать те события,

в которых виртуальный фотон вылетает под углом  $\sim 90^\circ$  к направлению импульса пиона. Угол между плоскостью распада фотона и плоскостью реакции в этом случае не фиксирован, что приводит к существенному уменьшению вклада в наблюдаемое сечение от интерференции амплитуд образования поперечных и продольных фотонов. Эта геометрия является оптимальной для исследования амплитуд процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$  с помощью феноменологического анализа. Воспользовавшись лоренц-преобразованием, можно определить угол  $\vartheta$ , под которым надо располагать детекторы в л.с. координат, для того, чтобы регистрировать фотоны, вылетающие в  $\pi N$  с.ц.м. под углом  $\vartheta^* = 90^\circ$ :

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{P_e}{\gamma \beta E_e} = \frac{1}{\gamma \beta} = \frac{W}{|\vec{q}|}$$

где  $\vec{q}$  - импульс пиона в л.с. координат.

Т а б л и ц а I

W, МэВ	I23I	I295	I335
$\vartheta$	$76^\circ 25'$	$73^\circ 15'$	$71^\circ 30'$

В таблице I приведены значения углов, под которыми следует располагать оси телескопов, детектирующих электроны, для создания оптимальных условий регистрации процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$ .

## 2. Энергетическое разрешение черенковских спектрометров полного поглощения

Для определения энергетического разрешения черенковских спектрометров полного поглощения проводились измерения на электронном

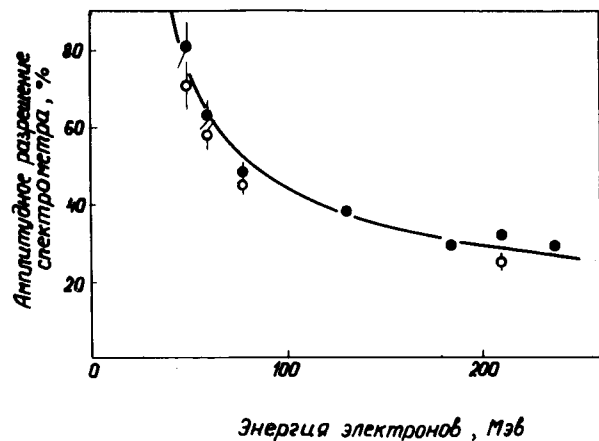


Рис. 3 Зависимость разрешения черенковского спектрометра полного поглощения от энергии электронов. Результаты измерений для спектрометров СП-1 и СП-2 показаны соответственно заштрихованными и незаштрихованными кружочками. Сплошная кривая получена подгонкой данных для спектрометра СП-1 по формуле (2).

пучке. Результаты измерений, поправленные на разброс электронов в пучке по энергии, приведены на рис. 3. Сплошная кривая на рис. 3 получена подгонкой результатов измерений для спектрометра СП-1 с помощью следующей формулы:

$$\Delta = \frac{a}{\sqrt{E-b}}, \quad (2)$$

где  $\Delta$  - ширина кривой разрешения на полувысоте в %,  $E$  - энергия электронов на входе бокового телескопа,  $b$  - величина амплитудного порога в МэВ,  $a$  - варьируемый параметр. Значения параметров  $a$  и  $b$  для обоих спектрометров приведены в таблице II:

Т а б л и ц а II

	$a$	$b$
СП-1	$386 \pm 10$	24
СП-2	$343 \pm 11$	27

Было замечено, что с увеличением угла между нормалью к спектрометру и осью электронного пучка наблюдается уменьшение амплитуды  $\tilde{E}$ , измеряемой спектрометром. Это уменьшение достаточно точно описывается функцией косинуса

$$\tilde{E} = E \cos \varphi. \quad (3)$$

Условия регистрации электронов в спектрометрах моделируются с помощью программы "ERROR2". Энергия электронов, вычисленная в программе "USER", корректируется согласно выражению (3), а затем подвергается "размазке" в соответствии с нормальным распределением.

Параметр, определяющий дисперсию этого распределения, вычисляется с помощью формулы (2).

### 3. Погрешности определения углов вылета электронов

Ошибки определения координат треков и углов вылета электронов по снимкам с искровых камер обусловлены двумя факторами. Первым фактором является многократное кулоновское рассеяние /МКР/, которое испытывают электроны при прохождении через водород мишени и металлические детали вакуумного кожуха мишени. Вторым - погрешности измерения треков на снимках с искровых камер.

Как вследствие сложной геометрии рассеивателей, так и широкой области изменения кинематических переменных точное вычисление ошибок многократного рассеяния проводилось методом Монте-Карло с помощью программ, описанных в работе /6/. При этом моделирование производилось в соответствии с распределением Мольера. В результате такого моделирования для каждого из рассеивателей были получены интегральные /как по углу входа частицы в рассеиватель, так и по импульсу частицы/ распределения по углу многократного кулоновского рассеяния. Для того, чтобы не повторять громоздкие вычисления при моделировании условий регистрации электронов, были сделаны следующие допущения: предполагалось, что полученные распределения по углу МКР, во-первых, характеризуют рассеяние электронов с энергией  $E_{\text{ср}} = 182 \text{ МэВ}$  /что соответствует среднему значению энергии в исследуемом процессе/ и, во-вторых, могут быть приближенно описаны кривой Гаусса с параметром  $\sigma_{\text{ср}}$ . Тогда при моделировании условий регистрации электронов с энергией  $E$  угол МКР

может быть быстро вычислен в соответствии с нормальным распределением, параметр которого равен:

$$\sigma_{\text{МКР}} = \sigma_{\text{ср}} \frac{E_{\text{ср}}}{E}.$$

Изучение результатов многократного измерения треков на полуавтоматах ПУОС-50 и на сканирующем автомате АЭЛТ-1 показало, что погрешности, вносимые этими приборами, могут быть описаны нормальным распределением с параметром  $\sigma_{\text{изм}} = 1,0^\circ /7/$ .

Величины  $\sigma_{\text{МКР}}$  и  $\sigma_{\text{изм}}$  поступают в программу "ERROR2", которая производит "размазывание" компонент трекимпульсов частиц, поступающих из программы "USER".

### 4. Разрешение установки по кинематическим переменным

Для определения формфакторов пиона и нуклона в области малых времениподобных передаваемых 4- импульсов  $k^2$  производится анализ формы угловых распределений по кинематическим переменным, получаемым при регистрации процесса  $\pi^- p \rightarrow e^+ e^- n$  /1/. Определение разрешающей способности экспериментальной установки по кинематическим переменным  $k^2$ ,  $\cos \theta^*$ ,  $\cos \theta$  и  $\cos \varphi$  проводилось с помощью моделирования методом Монте-Карло. Блок-схема процедуры моделирования показана на рис. 4.

Значения кинематических переменных, вычисленных по параметрам разыгранных "неразмазанных" событий в программе "KINPAR", поступают в программу "COMPA". С другой стороны, в программу "COMPA" поступают значения кинематических переменных, вычисленных в про-



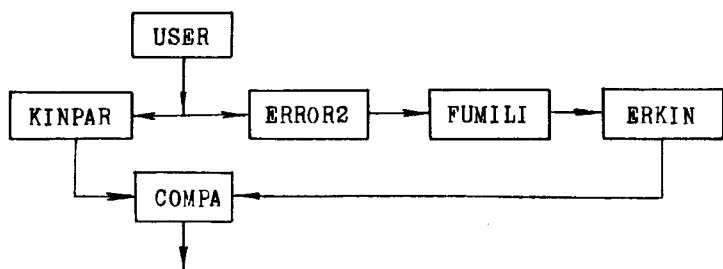


Рис. 4 Схема вычислений разрешающей способности экспериментальной установки.

грамме "ERKIN" по параметрам событий, подвергшихся сначала "размазке" в программе "ERROR2", а затем минимизации по программе "FUMILI" /8/. При минимизации использовался квадратичный функционал, описанный в работе /5/. Программа "COMPA", сравнивая полученные значения кинематических переменных, вычисляет среднее и среднеквадратичное значения ошибок в определении кинематических переменных. Величины стандартных отклонений, характеризующих разрешение по кинематическим переменным как функцию квадрата передаваемого четырехимпульса, показаны на рис. 5 \*/.

Видно, что величина разрешения по квадрату передаваемого 4-импульса позволяет проводить разбиение области изменения переменной  $k^2$  на 5 интервалов. Область изменения переменной  $\cos \theta^x$ , которая обладает наибольшей чувствительностью к формфакторам пиона и нуклона /1/, можно разбивать на 10 интервалов, что позволяет

\*/ При вычислении разрешений была проведена коррекция параметров, приведенных в таблице II, которая учитывала неоднородность спектрометра по координате входящей в него частицы.

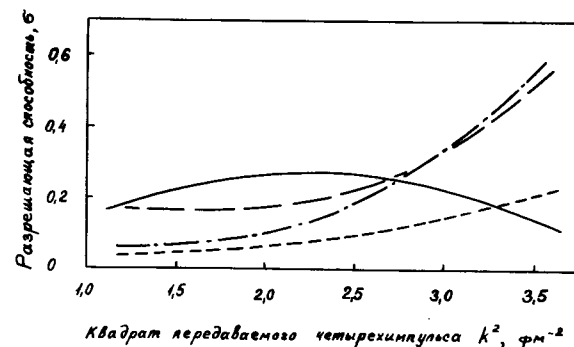


Рис. 5 Зависимость разрешающей способности по кинематическим переменным  $k^2$  ———,  $\cos \theta^x$  ———,  $\cos \theta$  — · — и  $\cos \varphi$  — — — от квадрата передаваемого четырехимпульса.

провести детальный анализ регистрируемых в эксперименте распределений по углу вылета виртуального фотона.

В заключение авторы выражают благодарность Л.Л.Неменову за поддержку настоящей работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С.Ф.Бережнев, Л.С.Вертоградов, А.В.Демьянов, А.В.Куликов, А.В.Купцов, Г.Г.Мкртчян, Л.Л.Неменов, Г.И.Смирнов, Д.М.Хазинс, Ю.М.Чиркин. ИФ, 16, 185, 1972.
2. С.Ф.Бережнев, А.В.Демьянов, А.В.Куликов, А.В.Купцов, Г.Г.Мкртчян, Л.Л.Неменов, М.П.Пустыльник, Г.И.Смирнов, А.Г.Федунов, Д.М.Хазинс, Ю.М.Чиркин. ОИИИ, 13-6192, Дубна, 1971 ; А.В.Демьянов, А.В.Купцов, В.П.Курочкин, Л.Л.Неменов, В.И.Сидорова, Г.И.Смирнов, В.Л.Трифонов, Д.М.Хазинс. ОИИИ, 13-7683, Дубна, 1974.
3. Ю.С.Суровцев, Е.Г.Ткебучава. ОИИИ, Р2-4561, Дубна, 1969.
4. Программа W-505, Библиограф. программ на ФОРТРАНЕ, т.2, Депонированные публ. ОИИИ, Б1-11-5145, Дубна, 1969 ; Б1-11-5649, Дубна, 1970.
5. С.Ф.Бережнев, Г.И.Смирнов. ОИИИ, Р10-8945, Дубна, 1975.
6. А.В.Куликов, Г.И.Смирнов. ОИИИ, 10-5386, Дубна, 1970.
7. Э.Д.Лапчик, М.П.Пустыльник, Л.Б.Тутышкина, Д.М.Хазинс, Э.В.Нарапова, В.Н.Вкуленков. ОИЯК, 10-8172, Дубна, 1974.
8. Программа D-520. Библиограф. программ на Фортране, т.1, депонированные публ. ОИИИ, Б1-11-5144, Дубна, 1969 ; Б1-11-5651, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 июня 1975 года.