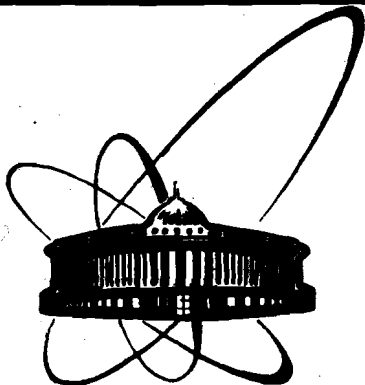


89-527



**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Г 611

P1-89-527

В.М. Головин

**МОДЕЛЬ СПЕКТРА СИГНАЛОВ
ЧЕРЕНКОВСКОГО СЧЕТЧИКА
В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПО ФРАГМЕНТАЦИИ ЯДЕР
И ВОЗМОЖНОСТЬ ХОЛОДНОГО ДРОБЛЕНИЯ ЯДЕР**

1989

Обработка экспериментальных данных о взаимодействии релятивистских ядер с ядрами мишеней включает анализ амплитудного спектра пучкового ядра и фрагментов. Черенковский спектрометр описан в составе экспериментальной установки^{1/}. Черенковские счетчики с радиаторами из плексигласа толщиной 5,2 мм, "просматриваемыми" с торцов фотоумножителями ФЭУ-84, работали в условиях полного внутреннего отражения и располагались за мишенями. Толщина радиатора вдоль пучка определяется компромиссом: с одной стороны, желательное наименьшее количество вещества, с которым взаимодействует пучок, с другой — необходимо наилучшее разрешение, а оно лучше для "толстого" радиатора. В общем случае спектр содержит пик ядер пучка и пики фрагментов. Целью настоящей работы является создание математической модели спектра сигналов релятивистского ядра и его фрагментов в черенковском счетчике для случаев "тонкого" и "толстого" детекторов и ее применение для обработки данных экспериментов по взаимодействию релятивистских ядер с применением черенковского спектрометра. Модель создана на основе анализа отдельных зарядовых спектров ядра пучка и фрагментов путем их суммирования, в ней отражена информация о физических свойствах черенковского счетчика и о взаимодействиях ядер и фрагментов с веществом его радиатора.

В разделе 1 представлена модель спектра для случая "тонкого" детектора с учетом свойств черенковского счетчика, в разделе 2 модель развита для случая "толстого" детектора посредством описания взаимодействий в радиаторе. В разделе 3 приведены результаты применения модели для обработки данных эксперимента по взаимодействию ядер ^{19}F с различными ядрами при импульсе 4 А ГэВ/с. В разделе 4 анализируется характер распределения суммарного ГэВ младших фрагментов, дающий указание о возможности холодного дробления релятивистского ядра.

1. СПЕКТР В СЛУЧАЕ "ТОНКОГО" ДЕТЕКТОРА

В случае тонкого детектора число взаимодействий частиц с веществом детектора мало. Разрешение спектрометра^{1/} обуславливает наложение краев соседних пиков или практически полное слияние пиков в один пик для младших фрагментов. Амплитуда сигнала черенковского

счетчика пропорциональна квадрату заряда релятивистской частицы (обозначаемому далее как x).

Ядро пучка имеет заряд n . В спектре присутствуют пик ядер пучка, пики старших (имеющих больший заряд) фрагментов с положениями центров тяжести (масштабный коэффициент опущен)

$$x = Z^2 = n^2 + q_0; (n-1)^2 + q_1; \dots; (n-m)^2 + q_m$$

и смешанный пик, образованный сигналами от младших фрагментов:

$$x = Z^2 = f[1 + q_{n-1}, 2^2 + q_{n-2}, 3^2 + q_{n-3}, \dots, (n-m-1)^2 + q_{n-m-1}].$$

Величина q с индексами соответствует вкладу малых осколков пучкового ядра и других сопровождающих ядро или фрагмент релятивистских заряженных частиц. Наименьший по заряду старший фрагмент определяется возможностью идентификации его пика вблизи пика младших фрагментов.

Обычно вклад ядра и старших фрагментов в спектр $f_c(x)$ представляет собой, строго говоря, сумму пуассоновских пиков, а практически — при достаточно большом числе фотоэлектронов — гауссовых:

$$f_c(x) = \sum_{i=n-m}^n \frac{A_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_i}{\sigma_i}\right)^2},$$

где A_i , σ_i и x_i — амплитуда, стандартное отклонение и среднее значение гауссова распределения.

Для описания суммарного пика младших фрагментов (функция $f_M(x)$) нами используется логарифмически нормальное распределение, которое описывает размеры и объем частиц, образующихся при дроблении^{1/2} (подробнее этот вопрос рассматривается в разделе 4):

$$f_M(x) = \frac{A_{n-m-1}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln x}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \ln \mu}{\sigma_{\ln}}\right)^2},$$

где A_{n-m-1} , σ_{\ln} и μ — параметры логарифмически нормального распределения.

Спектр в целом описывается функцией $F(x) = f_c(x) + f_M(x)$. Функция $F(x)$ при фитировании может быть неустойчива в отношении находимых с ее помощью величин дисперсий пиков старших фрагмен-

тов. Статистическое отклонение, например выброс в канале в одном из пиков, искажает искомую дисперсию не только этого пика, но и двух соседних. Для устранения этих отклонений используются дополнительные сведения, учитывающие физические свойства черенковского счетчика.

В черенковском спектрометре дисперсия пика определяется числом фотоэлектронов N , выбиваемых фотонами с фотокатода фотоумножителя. Дисперсия пика ядер пучка практически равна дисперсии пуассоновского распределения:

$$\sigma_0 = k\sqrt{N_0}, \quad x_0 = kN_0.$$

Здесь σ_0^2 и x_0 — дисперсия и координата центра тяжести пика ядер пучка, k — масштабный коэффициент. Параметры этого пика ввиду большой статистики в нем определяются с высокой точностью и при фитировании статистически устойчивы по отношению к влиянию пика соседнего старшего фрагмента. Координата центра тяжести пика старшего фрагмента равна $x_i = kN_i$ и, следовательно, $N_i = N_0 x_i/x_0$. Наш анализ показывает, что для дисперсии пиков старших фрагментов можно ввести достаточно хорошо описывающую их формулу

$$\sigma_i^2 = \sigma_0^2 \frac{x_i}{x_0} + \sigma_{zi}^2.$$

Здесь первый член представляет по существу аппаратное разрешение, второй — дисперсию суммы квадратов зарядов коллективов частиц, пролетающих счетчик. Компонента σ_{zi}^2 может быть определена двумя способами: во-первых, по известному распределению зарядов частиц в данном канале реакции, во-вторых, если такое распределение неизвестно, фитированием нескольких физически идентичных, но статистически независимых спектров можно получить несколько значений величины σ_i . Выделив из них в каждом случае неизвестную компоненту σ_{zi} и найдя ее среднее значение, получим выражение дисперсии пика любого старшего фрагмента через дисперсию пика пучкового ядра, положения центров тяжести пиков x_i и x_0 и средние значения σ_{zi} . Тем самым в фитирующей функции параметр σ_i выражается через свободные параметры σ_0 , x_i и x_0 , определяемые при фитировании с большой точностью, и величину σ_{zi} , вычисленную на статистике всех экспериментальных спектров. Применение такой фитирующей функции уменьшает влияние случайных флуктуаций на амплитуды пиков старших фрагментов, которые значительно скоррелированы с величинами дисперсии, увеличивает достоверность результата и его точность.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ВЕЩЕСТВОМ ДЕТЕКТОРА

Рассмотрим компоненту $G(x) = g_{\text{я}}(x) + g_{\text{ф}}(x)$ спектра $F(x)$, ответственную за взаимодействия ядер пучка с веществом радиатора черенковского счетчика:

$$F(x) = f_{\text{с}}(x) + f_{\text{м}}(x) + g_{\text{я}}(x) + g_{\text{ф}}(x),$$

где $g_{\text{я}}(x)$ — ядерная компонента, $g_{\text{ф}}(x)$ — компонента фрагментов. Обозначим толщину детектора в направлении пучка через ℓ . Функции $f_{\text{с}}(x)$ и $f_{\text{м}}(x)$ теперь соответствуют ядру и фрагментам, пролетевшим через детектор без изменения своего заряда, а компоненты $g_{\text{я}}(x)$ и $g_{\text{ф}}(x)$ соответствуют событиям пролета ядра или фрагмента в слое вещества детектора ℓ до глубины ν , взаимодействию в точке ν и дальнейшему вылету из нее фрагмента ядра или вторичного фрагмента с сопровождающими их частицами. Рассмотрим сначала самую весомую часть $g_{\text{я}}(x)$ функции $G(x)$, соответствующую взаимодействию ядер пучка в детекторе. Количество взаимодействий ядер пучка в детекторе

$$n_0 = n_i (e^{\ell/\lambda} - 1),$$

где n_i — число ядер, пролетевших радиатор без взаимодействия, λ — средняя длина свободного пробега ядер пучка в веществе радиатора.

Количество фотоэлектронов для событий с взаимодействием в детекторе при фрагментации ядра во фрагмент i равно

$$N_{0i} = N_0 \frac{\nu}{\lambda} + N_i \frac{\ell - \nu}{\ell}.$$

Несмотря на то, что с расстоянием часть сопровождающих фрагмент частиц выбывает и величина q_i изменяется, этим изменением можно пренебречь в пределах толщины детектора. Величина дисперсии сигнала линейно зависит от координаты и выражается, исходя из вида N_{0i} , через N_0 и N_i :

$$\sigma_{0i}^2(\nu) = k^2 [N_i + (N_0 - N_i) \frac{\nu}{\ell}],$$

$$x_{0i}(\nu) = k [N_i + (N_0 - N_i) \frac{\nu}{\ell}].$$

Распределение $g_{\text{я}}(x)$ выражается через парциальные функции распределения $g_{\text{я}}^i(x)$ и вероятности i -го канала реакции w_i :

$$g_{\text{я}}(x) = \sum_{i=n-m-1}^{n-1} g_{\text{я}}^i(x) w_i.$$

Обозначим $x_{0i}(\nu) = y$, тогда $\sigma_{0i}(\nu) = \sqrt{ky}$. Функция $g_{\text{я}}^i(x)$ выражается следующим образом (см. приложение 1):

$$g_{\text{я}}^i(x) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}(x_0 - x_i)} \int_{x_i}^{x_0} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x-y}{\sqrt{ky}} \right]^2} \frac{dy}{\sqrt{ky}}.$$

Она может быть получена численным интегрированием.

Практически σ_{0i} мала по сравнению с длиной интервала $x_0 - x_i$ и мало изменяется на этом интервале. Это позволяет получить достаточно хорошее приближение для $g_{\text{я}}^i(x)$ в аналитическом виде и за счет этого существенно упростить процедуру фитирования и сократить время вычисления. Заменим переменную σ_{0i} постоянной величиной $\sqrt{ky^*}$, выбранной в середине интервала при $\nu = 0,5 \ell$:

$$g_{\text{я}}^i(x) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}(x_0 - x_i)} \int_{(x-x_i)/\sqrt{ky_i}}^{(x-x_0)/\sqrt{ky_0}} e^{-z^2/2} dz =$$

$$= \frac{n_0}{x_0 - x_i} \left[\Phi\left(\frac{x-x_i}{\sqrt{ky_i}}\right) - \Phi\left(\frac{x-x_0}{\sqrt{ky_0}}\right) \right],$$

где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности. Практически на интервалах $x < x_i - 2\sigma_i$, $x > x_0 + 2\sigma_0$ разность в квадратных скобках равна нулю, в интервале $x_i + 2\sigma_i \leq x \leq x_0 - 2\sigma_0$ постоянна, а в промежуточных областях достаточно удовлетворительно ее можно считать линейной функцией x . Таким образом, функцию $g_{\text{я}}^i$ можно представить в виде трапеции (см. приложение 2 и рис.1):

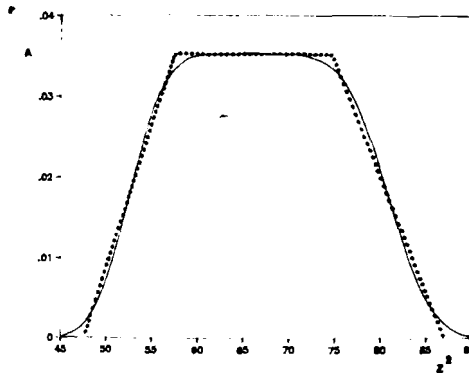


Рис.1. Функция $g_{\text{я}}^i(x)$, полученная численным интегрированием, и описывающая ее трапеция $J_i(x)$; площади спектров равны единице.

$$g_{\text{я}}^i(x) = \frac{n_0}{x_0 - x_i} J_i(x),$$

$$J_i(x) = \begin{cases} 0, & x < x_i - \eta\sigma_i, \\ \frac{x - x_i + \eta\sigma_i}{2\eta\sigma_i}, & x_i - \eta\sigma_i \leq x < x_i + \eta\sigma_i, \\ 1, & x_i + \eta\sigma_i \leq x \leq x_0 - \eta\sigma_0, \\ \frac{-x + x_0 + \eta\sigma_0}{2\eta\sigma_0}, & x_0 - \eta\sigma_0 < x \leq x_0 + \eta\sigma_0, \\ 0, & x > x_0 + \eta\sigma_0, \end{cases}$$

где $\eta = 1,63$. Функция $g_{\text{я}}(x)$ записывается как

$$g_{\text{я}}(x) = n_0 \sum_{i=n-m-1}^{n-1} \frac{w_i}{x_0 - x_i} J_i(x).$$

При этом в качестве величины x_{n-m-1} и дисперсии σ_{n-m-1}^2 берутся средние значения логарифмически нормального распределения^{/2/}:

$$x_{n-m-1} = \mu e^{\frac{1}{2}\sigma^2 \ln}, \quad \sigma_{n-m-1}^2 = \mu^2 e^{\sigma^2 \ln} (e^{\sigma^2 \ln} - 1).$$

Взаимодействие фрагментов с веществом счетчика (вторичная фрагментация) описывается функцией $g_{\text{ф}}(x)$, подобной функции $g_{\text{я}}(x)$:

$$g_{\text{ф}}(x) = \sum_k n_{0k} \sum_{i=n-m-1}^{k-1} \frac{w_{ki}}{x_k - x_i} J_{ki}(x).$$

Для вычисления функции $G(x)$ необходимо знание сечений взаимодействия с изменением заряда (средних длин свободного пробега) ядра и фрагментов в веществе радиатора счетчика, а также вероятностей (w_i, w_{ki}) фрагментации как ядра пучка во фрагмент i (w_i), так и фрагмента ядра k во вторичный фрагмент i (w_{ki}). Сечения могут быть получены в результате вычисления по аппроксимирующей экспериментальные данные формуле Брэдта — Петерса^{/3/}:

$$\sigma_{\Delta Z \geq 1} = \pi r_0^2 (A_P^{1/3} + A_T^{1/3} - b)^2,$$

где A_P, A_T — массовые числа ядра пучка и мишени. Значения $r_0 = 1,45 \pm 0,03$ фм, $b = 1,00 \pm 0,12$ получены в эксперименте с пучком ^{19}F при импульсе 4 А ГэВ/с^{/4/}; в качестве среднего числа нуклонов во фрагменте можно взять величину, пропорциональную заряду фрагмента^{/5/}:

$$A_P = A_{\text{фр}} = Z_{\text{фр}} \frac{A_{\text{ядра}}}{Z_{\text{ядра}}}.$$

Вероятности w_i, w_{ki} могут быть получены аппроксимацией известных экспериментальных данных^{/6/} либо измерены непосредственно в эксперименте.

Таким образом, создана математическая модель спектра амплитуд сигналов релятивистского ядра и его фрагментов в черенковском счетчике. Модель (функция $F(x)$) отражает свойства черенковского счетчика, в ней дисперсии пиков старших фрагментов представляют собой функции от параметров пика пучковых ядер, что увеличивает достоверность и точность результатов. Модель охватывает случай "толстого" детектора путем учета взаимодействий ядра и фрагментов в детекторе, что устраняет методическую погрешность величиной порядка 10%.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

Описываемая функция $F(x)$ применялась для фитирования экспериментальных амплитудных спектров релятивистского ядра ^{19}F с импульсом 4 А ГэВ/с и его фрагментов в черенковском счетчике. Промежуточной целью обработки было вычисление числа фрагментов с каждой из зарядностей и ядер фтора, вылетевших из мишени и пронизавших счетчик. Это позволило получить сечения взаимодействия ядра ^{19}F с изменением заряда $\sigma_{\Delta Z \geq 1}$, а также вероятности и сечения фрагментации этого ядра с образованием фрагментов кислорода, азота, углерода и бора. Младшие фрагменты с $Z \leq 4$ образовали смешанный пик, и определялось суммарное сечение процесса их рождения.

В радиаторе взаимодействовало 3,8% пучка ядер фтора. Поэтому потребовалось учесть взаимодействия в радиаторе с помощью функции $G(x)$. Результат фитирования на примере одного из экспериментальных спектров представлен на рис.2а. Из рисунка видно, что фитирующая функция $F(x)$ хорошо отслеживает форму экспериментального спектра. Об этом же говорит и кривая разности между значениями экспериментальной гистограммы и фитирующей функции.

Объективной характеристикой качества фитирования функцией $F(x)$ является величина χ^2 , которая для совокупности 16 спектров

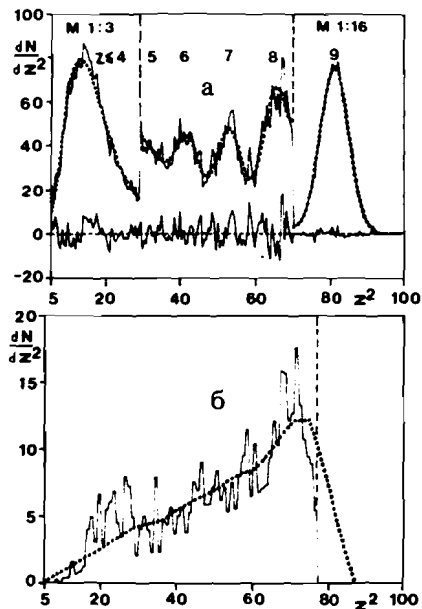


Рис.2. а – экспериментальный спектр амплитуд в черенковском счетчике за мишенью из висмута (гистограмма), фитирующая функция $F(x)$ (точки), а также их разность (гистограмма). б – экспериментальный спектр амплитуд от взаимодействий в счетчике, обрезанный справа (гистограмма), и описывающая его функция $G(x)$ (точки).

в среднем равна 240 на 175 степеней свободы, или 1,37 на одну степень свободы. В таблице приведены значения χ^2 в отдельности для области каждого из пиков для функций $F(x)$ и $G(x)$.

Функция $G(x)$ сравнивалась (рис.2б) с экспериментальным спектром от взаимодействий в счетчике,

который отобран для диапазона $0 < Z^2 \leq 77$ и обрезан справа критерием отбора событий. Величина χ^2 равна 173 для 143 степеней свободы, или 1,21 на одну степень свободы.

Как видно из таблицы, соответствие функции $G(x)$ экспериментальному спектру для пиков с $Z = 6, 7, 8, 9$ хорошее, тем более что функция $G(x)$ играет роль поправки в составе функции $F(x)$. В области пиков с $Z = 5, 6, 7, 8$ спектры хорошо описываются функцией $F(x)$, что подтверждает достоверность полученных сечений фрагментации.

Анализ разности между значениями гистограммы и функции $F(x)$ показал, что суммы этой разности, то есть отклонения площади гистограммы от площади функции $F(x)$, в пределах каждого из пиков имеют по величине статистический характер, соответствующий величине статистической ошибки площади пика, отношение отклонения к этой ошибке в среднем равно 0,71.

Таблица. Величина χ^2 для области каждого из пиков на одну степень свободы

Пик, Z	≤ 4	5	6	7	8	9	Весь спектр
F(x)	1,67	1,11	0,96	0,85	1,27	1,66	1,37 = 240/175
G(x)	1,37	2,22	0,50	0,67	1,25	0,78	1,21 = 173/143

Основная часть площади пика фтора вычислялась прямым суммированием содержимого каналов гистограммы, начиная с $Z^2 > 72$. Параметры фитированного пика фтора использовались только для вычисления площади левого крыла пика с $Z^2 < 72$, которая прибавлялась к площади гистограммы. Были вычтены также вклады правого крыла пика кислорода и пика азота и площадь функции $G(x)$ с $Z^2 > 72$. Это позволило примерно в 5 раз уменьшить ошибку определения площади пика фтора по сравнению с ошибкой при вычислении площади через параметры пика, получаемые при фитировании. Способ вычисления площади пика лучкового ядра путем суммирования содержимого каналов гистограммы позволил повысить точность соответствующих сечений с 5% до 1% в условиях той же статистической обеспеченности.

В результате обработки экспериментальных данных, содержащих в целом 150000 событий, сечение взаимодействия $\sigma_{\Delta Z \geq 1}$ ядра ^{19}F на семи различных мишенях с изменением заряда, вычисляемое на основе площади пика фтора, получено со средней точностью 1,1%. Заметим, что физический предел статистической ошибки, равный единице, поделенной на корень квадратный из числа событий взаимодействия, составляет в среднем для этих сечений 0,70%. Ошибка сечений фрагментации с образованием кислорода, азота и углерода составила в среднем 5,7%, бора — 23%, совокупности младших фрагментов с $Z \leq 4$ — 2,0%. Результаты эксперимента, вычисленные посредством применения описываемой модели спектра, представлены в работе ^{18/}.

Таким образом, созданная модель спектра (функция $F(x)$) хорошо описывает экспериментальные спектры амплитуд сигналов релятивистского ядра и его фрагментов в черенковском счетчике, обеспечивает высокую эффективность обработки экспериментальных данных и достоверность результатов.

4. ВОЗМОЖНОСТЬ ХОЛОДНОГО ДРОБЛЕНИЯ НАЛЕТАЮЩЕГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЯДРА

Выше было сказано, что смешанный пик младших фрагментов с $Z \leq 4$ нами описывался логарифмически нормальным распределением, которое характеризует размеры и объем частиц, образующихся при дроблении ^{12/}. При этом величина χ^2 в области этого пика в среднем по 16 спектрам равна 1,67 на одну степень свободы. Отличие χ^2 от единицы объясняется тем, что экспериментальный спектр в области пика младших фрагментов имеет тонкую структуру, отражающую отдельные линии из набора $Z = 1, 2, 3, 4$. Для сравнения спектры фитировались также функцией, подобной $F(x)$, в которой вместо логарифмически нор-

мального пик младших фрагментов описывался гауссовым распределением. Величина χ^2 в этом случае составила 2,58. Такое соотношение χ^2 — 1,67 и 2,58 — соответствует существенно большей (на 4 порядка) вероятности того, что пик младших фрагментов описывается не гауссовым, а логарифмически нормальным распределением. Логарифмически нормальный характер распределения сохраняется при переходе от переменной $x = Z^2$ к переменной $\sqrt{x} = Z$. Таким образом, распределение величины корня квадратного из суммы квадратов зарядов для совокупностей фрагментов с малым суммарным зарядом, образующихся при взаимодействии релятивистского ядра ^{19}F с ядрами мишеней, близко к логарифмически нормальному.

На механизм холодного дробления в случае расщепления ядра-мишени указывают авторы работы /7/. В нашей работе черенковский детектор не регистрировал медленные частицы, например, протоны с энергией менее ≈ 2 ГэВ не давали сигнала в детекторе. Это исключало детектирование осколков ядра-мишени. Наши данные о логарифмически нормальном характере распределения пика младших фрагментов могут указывать на то, что и расщепление налетающего релятивистского ядра при большом изменении заряда в столкновении с ядром-мишенью происходит преимущественно простым дроблением.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе введена математическая модель (функция $F(x)$) спектра сигналов релятивистского ядра и его фрагментов в черенковском счетчике. Модель применена для обработки данных эксперимента по исследованию взаимодействия ядер ^{19}F с различными ядрами при импульсе 4 А ГэВ/с. В модели отражены свойства черенковского счетчика, это повышает точность и достоверность результатов при фитировании. В модель включены взаимодействия ядра и его фрагментов с веществом радиатора счетчика, что исключает методическую погрешность $\approx 10\%$. Способ вычисления площади пика пучкового ядра путем суммирования содержимого каналов гистограммы улучшает точность определения соответствующих сечений взаимодействия в 5 раз при одинаковой статистической обеспеченности. Применение модели позволило избавиться от методической ошибки в величине сечений, возростающей с увеличением радиуса ядра мишени (от 3% до 8%), что обеспечило получение неискаженного значения параметра r_0 . В модель введено логарифмически нормальное распределение, хорошо описывающее форму пика младших фрагментов, что дает указание на возможность существования механизма простого (холодного) дробления налетающего релятивистского ядра при большом изменении его заряда.

Автор благодарен Ю.А.Яцуенко за физическое объяснение вида спектра в области младших фрагментов (идею о холодном дроблении), В.В.Данилову, А.В.Зарубину — за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ВЫВОД ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $g_{\text{я}}^i(x)$

Разделим радиатор черенковского счетчика по толщине на p интервалов толщиной $\Delta\eta = \ell/p$. В каждом из интервалов происходят взаимодействия, которым соответствуют сигналы в спектрометре, и амплитуды этих сигналов имеют практически гауссово распределение. Поскольку ℓ много меньше средней длины свободного пробега ядра или фрагмента, число взаимодействий практически равномерно распределено по толщине радиатора. Распределение амплитуды сигналов $h_p(x)$ от взаимодействий в интервале с номером p

$$h_p(x) = \frac{n_0 \Delta\nu}{\sqrt{2\pi} \ell \sqrt{ky(\nu_p)}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x - y(\nu_p)}{\sqrt{ky(\nu_p)}} \right]^2}$$

Просуммируем все функции $h_p(x)$ по p и перейдем к интегралу по толщине радиатора (в приближении сохранения гауссова характера распределения), тогда искомое распределение

$$g_{\text{я}}^i(x) = \frac{n_0}{\ell \sqrt{2\pi}} \int_0^{\ell} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x - y(\nu)}{\sqrt{ky(\nu)}} \right]^2} \frac{d\nu}{\sqrt{ky(\nu)}}$$

Перейдя от $d\nu$ к dy :

$$dy = k \frac{N_0 - N_1}{\ell} d\nu, \quad y_{\min} = x_1, \quad y_{\max} = x_0,$$

находим функцию $g_{\text{я}}^i(x)$ в виде

$$g_{\text{я}}^i(x) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi} (x_0 - x_1)} \int_{x_1}^{x_0} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x - y}{\sqrt{ky}} \right]^2} \frac{dy}{\sqrt{ky}}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТРАПЕЦИИ,
 ОПИСЫВАЮЩЕЙ ФУНКЦИЮ $g_{\text{я}}^i(x)$

Выразим аналитически вид краев функции $g_{\text{я}}^i(x)$ вблизи точек x_i и x_0 в двух предельных случаях: с максимальной и с минимальной крутизной склона трапеции, и выберем в качестве $g_{\text{я}}^i(x)$ трапецию со склоном средней крутизны.

А. Максимальная крутизна склона

Функция $g_{\text{я}}^i(x)$ вблизи точки x_i имеет вид

$$g_{\text{я}}^i(x) \approx \frac{n_0}{x_0 - x_i} \Phi \left[\frac{x - x_i}{\sigma_i} \right].$$

Производная $\Phi'(t)$ в точке $t(x = x_i)$ равна $1/\sqrt{2\pi}$. Склон трапеции с максимальной крутизной выйдет на плато в точке, определяемой уравнением

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{x - x_i}{\sigma_i} = \frac{1}{2}, \quad x = x_i + 1,25 \sigma_i.$$

Б. Минимальная крутизна склона

Заменим нормальное распределение $h(x)$ (см. приложение 1) приближенным — треугольным — с высотой, равной высоте нормального распределения, с равной шириной на полувысоте. При интегрировании по y такая функция выйдет на плато в интервале $x_i + 2,36 \sigma_i \leq x \leq x_0 - 2,36 \sigma_0$. При этом спадающие края функции $g_{\text{я}}^i(x)$ считаем также изменяющимися как в треугольном распределении. Складывая дисперсию σ_0^2 с дисперсией равномерного распределения, получим "дисперсию" склона функции

$$\sigma_0^2 = \sigma_i^2 + \frac{(2 \cdot 2,36 \sigma_i)^2}{12} = 2,86 \sigma_i^2.$$

Полуширина искомого треугольного распределения на полувысоте

$$\Delta_{\text{max}} = 2,36 \cdot 0,5 \cdot \sigma_0 = 2,0 \sigma_i.$$

Склон трапеции с минимальной крутизной выйдет на плато в точке $x = x_i + 2\sigma_i$.

Выбираем из двух предельных оценок среднее

$$\frac{1,25 + 2,0}{2} \sigma_i = 1,63 \sigma_i$$

в качестве полуширины склона трапеции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вереш И. и др. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 4-84, Дубна, 1984, с.10.
2. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. — Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983, с.175, 214.
3. Bradt H.L., Peters B. — Phys. Rev., 1950, 77, p.54.
4. Головин В.М. и др. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 17-86, Дубна, 1986, с.13.
5. Ohashi M. et al. — Phys.Rev.C, 1986, v.34, No.2, p.764.
6. Olson D.L. et al. — Phys.Rev.C., 1983, v.28, No.4, p.1602.
7. Aichelin J. et al. — Phys.Rev.C, 1984, v.30, No.1, p.107.
8. Головин В.М. и др. — Препринт ОИЯИ P1-88-175, Дубна, 1988;
 Dolya S.N. et al. — Third Intern.Conf.on Nucl.Nucl.Collisions, Saint-Malo, June 6-11, 1988, p. 173.

Рукопись поступила в издательский отдел
 11 июля 1989 года.