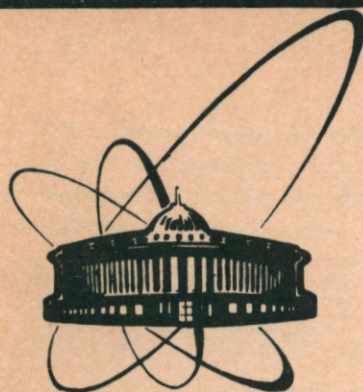


89-283



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3-175

P1-89-283

О. А. Займидорога, А. А. Эфендиев

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛЕНИЯ

π^- - И K^- -МЕЗОНОВ

С ПОМОЩЬЮ ПРОЦЕДУРЫ ВЫЧИТАНИЯ "ФОНА"

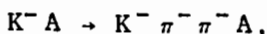
В ФУНКЦИИ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

ПРИ ПАРЦИАЛЬНО-ВОЛНОВОМ АНАЛИЗЕ

$K^- \pi^- \pi^+$ -СИСТЕМЫ

1989

В данной работе обсуждается метод статистического разделения K^- - и π^- -мезонов, и как результат - возможность проведения парциально-волнового анализа $K^-\pi^-\pi^-$ -системы, образованной в процессе:



/1/

когда в эксперименте^{/1/} не было идентификации вторичных частиц.

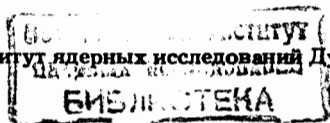
Незнание того, какая из отрицательно заряженных частиц соответствует K^- -мезону или π^- -мезону, приводит к тому, что каждому событию приписаны две гипотезы, соответствующие двум возможностям присвоения масс K^- или π^- -мезонов отрицательно заряженным частицам при кинематическом фите реакции. Следовательно, для включения события в волновой анализ необходимо применить критерий селекции верной гипотезы события.

В экспериментах на пузырьковых камерах^{/2,3/} при высоких энергиях, где наряду с измерением импульсов мезонов измеряется и импульс протона отдачи /4С-фит реакции/, таким критерием был выбор гипотезы по величине вероятности кинематического фита реакции. Тем не менее для событий с близкими импульсами у двух отрицательно заряженных частиц этот критерий не обладал высокой эффективностью отбора верной гипотезы.

В исследованиях дифракционных процессов на ядерных мишенях импульс ядра отдачи очень мал и не измеряется экспериментально. Как следствие этого, 1С-фит реакции /1/ дает близкие вероятности для обеих гипотез и величина вероятности кинематики не чувствительна к селекции верной гипотезы.

Возможность проведения парциально-волнового анализа применительно к данному случаю была обсуждена в работе^{/4/}, где предлагается отбирать ту гипотезу, у которой импульс K^- -мезона больше импульса π^- -мезона. Этот критерий основан на преимущественном лидировании K^- -мезона /странного кварка/ в процессах типа /1/^{/5/}.

Однако и в этом случае совокупность отобранных гипотез будет содержать некоторую примесь ложных гипотез. Вследствие этого применение парциально-волнового анализа к этим событиям приведет к искажению истинных значений интенсивностей и фаз парциальных волн, то есть результат анализа будет сильно



зависеть от доли примеси ложных гипотез. Следовательно, эту совокупность ложных гипотез необходимо исключить из данных. Вычитание этих событий может быть сделано статистически на основе метода, предложенного в работе ^{17/}.

Целью данной работы является проверка метода вычитания "фона" ложных гипотез на сгенерированных событиях с матричным элементом процесса ^{1/}, определенного по данным на водороде ^{6/}.

Согласно методу вычитания фона ^{17/} для двух совокупностей данных $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, когда первая содержит как физический сигнал, так и фон, а вторая - только фон, и аналитический вид функций распределения для фона неизвестен, статистическое вычитание фона из экспериментальных данных можно осуществить с помощью функции правдоподобия вида

$$L = \sum_{i=1}^n \log f(x_i; a) - \eta \sum_{j=1}^m \log f(y_j; a), \quad /2/$$

где f - функция распределения физического сигнала, a - искомые параметры, подлежащие определению, η - величина, приводящая в соответствие время набора данных X и Y . Заметим, что данные Y получены в специально поставленном фоновом эксперименте.

Определим понятие "фона" для нашего случая как совокупность ложных гипотез в данных, отобранных по критерию относительно лидирования K^- -мезона. Очевидно, что в этом случае принципиально невозможна постановка специального фонового эксперимента. Однако приближенную оценку такого "фона" можно получить из сгенерированных данных процесса ^{1/}, используя при генерации результаты эксперимента ^{16/} на водородной мишени для области малых передач ядру. На основании измеренных интенсивностей и относительных фаз парциальных волн в области масс $K\pi\pi$ -системы от 0,8 ГэВ/с² до 2,0 ГэВ/с², представленных в этой работе, могут быть вычислены элементы матрицы плотности парциальных $K\pi\pi$ -состояний, что полностью определяет матричный элемент исследуемого процесса.

С целью проверки эффективности критерия селекции гипотезы событий сгенерирована совокупность событий T . В программу парциально-волнового анализа ^{19/} внесены изменения, учитывающие особенности $K^- \pi^+ \pi^-$ -системы. Генерация проведена методом Монте-Карло с шагом 60 МэВ/с² в интервале $K\pi\pi$ -масс 1,0 ÷ 2,0 ГэВ/с². Далее для каждого сгенерированного события получена его ложная гипотеза путем ложного присвоения масс K^- и π^- -мезонов и последующего кинематического фита.

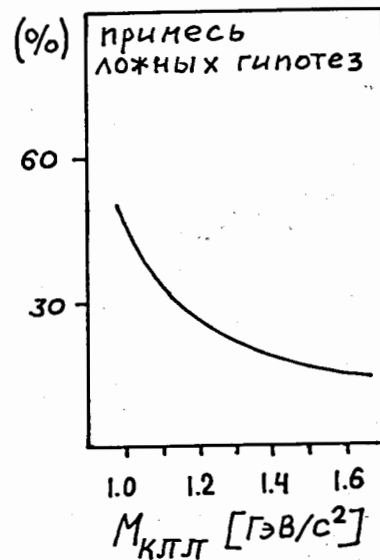


Рис. 2. Распределение по $M_{K^- \pi^-}$ для четырех групп /А, В, С, D/ сгенерированных событий.

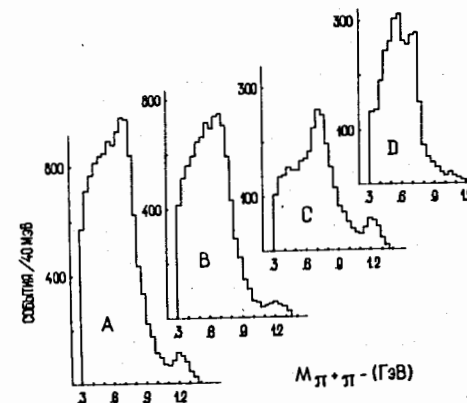


Рис. 3. Распределение по $M_{\pi^+ \pi^-}$ для четырех групп /А, В, С, D/ сгенерированных событий.

Рис. 1. Зависимости доли ложных гипотез от массы $K\pi\pi$ -системы.

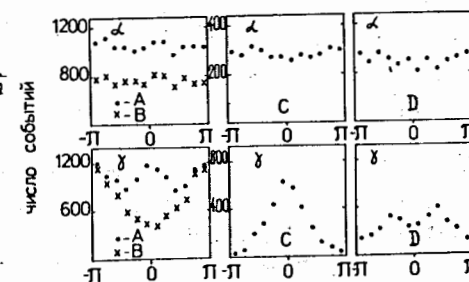
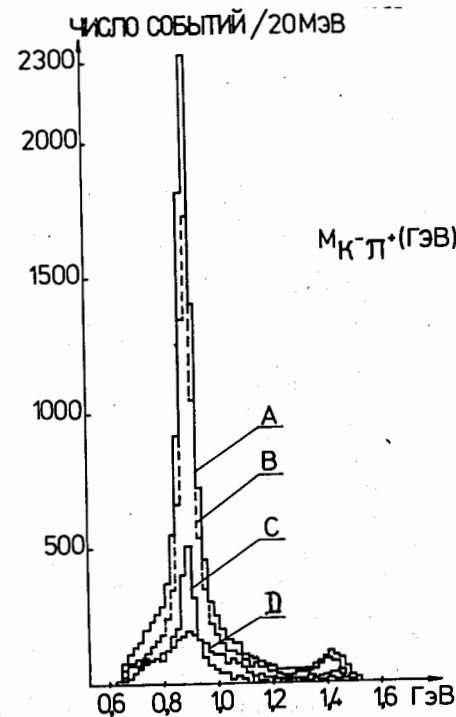


Рис. 4. Распределение по a и y для четырех групп /А, В, С, D/ сгенерированных событий.

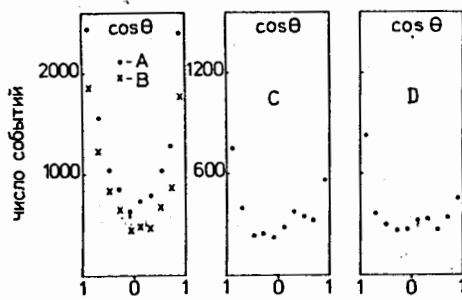


Рис. 5. Распределение по $\cos \theta$ для четырех групп /А, В, С, D/ сгенерированных событий.

Результат такого анализа показал, что в 75% событий импульс K^- -мезона действительно больше импульса π^- -мезона и соответственно для 25% событий критерий отбирает ложные гипотезы. При этом доля событий

с ложными гипотезами составляет ~50% для массы ~1,0 ГэВ/с² и уменьшается до ~20% при массе ~1,6 ГэВ/с² /рис. 1/.

На рис. 2-5 приведены спектры димезонных ($K^-\pi^+$) и ($\pi^-\pi^+$) масс, распределения по косинусу глубинного угла θ , азимутальному углу α вылета π^+ -мезона и углу γ между плоскостью распада димезона и плоскостью рождения $K\pi\pi$ -системы для сгенерированных данных. Угловые переменные определены в системе покоя $K\pi\pi$, когда ось Z направлена по пучку /система Готфрида - Джексона/.

Применяя критерий селекции гипотез к этим данным, можно выделить 4 группы событий:

- А/ вся совокупность сгенерированных данных;
- В/ события из группы А, для которых $P_{K^-} > P_{\pi^-}$ /их доля составляет 75% от полного числа событий/;
- С/ события из группы А, для которых $P_{K^-} < P_{\pi^-}$ /их доля составляет 25% от полного числа событий/;
- Д/ ложные гипотезы для событий группы С.

Таким образом, применение критерия селекции к экспериментальным данным приведет к тому, что отобранные гипотезы включают в себя как верные гипотезы /типа В/ так и ложные /типа Д/, которые необходимо исключить из дальнейшего анализа.

Применение процедуры вычитания "фона" ложных гипотез приводит к тому, что анализироваться в ПВА будет не весь физический сигнал, а только его часть, а именно только те события, у которых $P_{K^-} > P_{\pi^-}$. Поэтому в ПВА должна быть введена поправка на отсутствие событий с $P_{K^-} < P_{\pi^-}$. Данная поправка учитывается в анализе аналогично учету геометрической неэффективности экспериментальной установки /8/.

Сечение реакции /14/, разложенное по парциальным волнам, имеет вид

$$\sigma = k \int \sum_a P_a |W_a(r)|^2 dr = k \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} \quad /3/$$

$$f_{\alpha\beta} = \int W_\alpha W_\beta^* dr,$$

где $r = \{M_{K\pi}, M_{\pi\pi}, \alpha, \cos \theta, \gamma\}$, W_α - парциальная амплитуда распада волны α , P_α - парциальная амплитуда этих состояний, $\rho_{\alpha\beta}$ - матрица плотности, элементы которой определяются из описания экспериментальных данных, фактор k есть нормировка числа событий на сечение, определяемая экспериментально.

Тогда функция плотности вероятности есть

$$\omega(r) = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} W_\alpha(r) W_\beta^*(r) \quad /4/$$

В ПВА используется обобщенный метод максимального правдоподобия /8/, поэтому при отсутствии какой-либо неэффективности в экспериментальных данных

$$L = \sum_{i=1}^{N_{\text{экс.}}} \log \omega(r_i) - \int \omega(r) dr \quad /5/$$

где суммирование проводится по всем экспериментальным событиям, а интегрирование - по всей кинематически разрешенной области фазового объема реакции /1/.

В случае, когда установка регистрирует не всю допустимую область фазового объема, то есть обладает некоторой геометрической неэффективностью, тогда функция вероятности для наблюдаемых событий есть

$$\omega^{\text{набл.}}(r) = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} W_\alpha(r) W_\beta^*(r) A(r) \quad /6/$$

где $A_r(r)$ - функция эффективности, значение которой в каждой точке r из фазового объема равно 1 или 0, в зависимости от того, регистрирует ли установка данное событие или нет соответственно.

Подставляя выражение /6/ в /5/, получим

$$L = \sum_{i=1}^{N_{\text{набл.}}} \log \omega(r_i) - \int \omega(r) A_r(r) dr \quad /7/$$

Если функция геометрического акцептанса установки $A_r(r)$ не равна тождественно единице во всей области фазового объема реакции, то интеграл $\int \omega(r) A_r(r) dr$ можно представить как $\int \omega(r) dr$, где интегрирование проводится по так называемому

"обрезанному" фазовому объему.

Величина $\omega(\tau)A_r(\tau)$ есть вероятность обнаружить событие в точке τ фазового объема.

Тогда условие нормировки вероятности есть

$$\int \omega(\tau)A_r(\tau)d\tau = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} X_{\alpha\beta} = 1; X_{\alpha\beta} = \int W_{\alpha}(\tau)W_{\beta}^*(\tau)A_r(\tau)d\tau. \quad /8/$$

Это условие строго выполняется в процессе максимизации функции правдоподобия с помощью замены

$$\rho_{\alpha\beta} \rightarrow \rho_{\alpha\beta} / \int \omega A_r d\tau$$

на каждом шаге итерационного процесса поиска максимума. Для случая $A \neq 1$ наблюдаемое экспериментально сечение процесса равно

$$\sigma^{набл.} = k \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} X_{\alpha\beta}. \quad /9/$$

Поправка на неэффективность регистрации установкой различных парциальных состояний $K\pi^-\pi^+$ -системы приводит к замене матрицы $\rho_{\alpha\beta}$, найденной из максимизации выражения /8/, на матрицу $\rho_{\alpha\beta}$, элементы которой определяются следующим образом:

$$\rho_{\alpha\beta} = \rho_{\alpha\beta} \frac{f_{\alpha\beta}}{X_{\alpha\beta}}. \quad /10/$$

В случае, когда при анализе экспериментальных данных используются дополнительные критерии, согласно которому событие в зависимости от значения τ включается в дальнейший анализ или нет, причем функция эффективности данного критерия $A_{кр}(\tau)$ известна, полная функция "регистрации" событий есть $A_r(\tau)A_{кр}(\tau)$. Дальнейшая поправка сечения на отсутствие событий, обусловленная как геометрической неэффективностью установки, так и влиянием критерия отбора, учитывается аналогично вышеизложенному способу.

В итоге модифицированная функция правдоподобия с учетом "вычитания" совокупности ложных гипотез /"фона"/ имеет окончательный вид

$$L = \sum_{i=1}^{N_{эксп.}} \log \omega(\tau_i) - \eta \sum_{j=1}^{N_{фон}} \log \omega(\tau_j) - \int \omega A_r A_{кр} d\tau, \quad /11/$$

где $N_{эксп.}$ - число гипотез, полученных из экспериментальных данных путем применения критерия их отбора, $N_{фон}$ - "фоновые" гипотезы, полученные из сгенерированных данных, η - нормировка, приводящая число сгенерированных событий в соответствие с полным числом экспериментальных событий.

Для проверки метода вычитания "фона" и правильности учета поправки на "эффективное" отсутствие в данных событий с $P_{\pi^-} > P_{K^-}$ при парциально-волновом анализе $K\pi^-\pi^+$ -системы была сгенерирована другая совокупность событий T_{ϕ} с тем же матричным элементом, что и для данных T .

Проверено, что результаты ПВА для сгенерированных данных T и T_{ϕ} воспроизводят используемый в матричном элементе набор парциальных волн. А спектры интенсивностей и относительных фаз совпадают в пределах их ошибок.

Для событий из T_{ϕ} были получены ложные гипотезы и применена селекция по критерию лидирования $K\pi$ -мезона с целью получения статистической оценки "фона" для данных T .

Таким образом, группа событий T имитировала экспериментальные события, а группа событий T_{ϕ} - сгенерированные для оценки распределения фоновых событий.

Проведено два независимых парциально-волновых анализа: ПВА1 для событий из T , к которым применен критерий селекции, и без вычитания "фона", то есть для событий типа $/B + D/$ и ПВА2 для тех же событий, но с вычитанием "фона", оценка которого получена из данных T_{ϕ} .

При генерации в матричный элемент процесса были включены следующие парциальные волны: $1^+SO + (K^*\pi)$, $1^+SO + (\rho K)$, $1^+PO + (\kappa\pi)$, $0^-SO + (\epsilon K)$, $0^-PO + (K^*\pi)$.

Результаты анализов в сравнении с исходными данными приведены в табл. 1 и 2.

Как видно, анализ без вычитания "фона" /ПВА1/ свидетельствует о сильном искажении полных вкладов парциальных волн и зависимости интенсивностей и фаз от массы $M_{K\pi\pi}$. Присутствие 25%-го "фона" в исследуемых событиях имитирует наличие состояний $0^-PO + (\rho K)$, $2^-PO + (K^*\pi)$ и $1^+PO + (\epsilon K)$, отсутствующих в исходных данных. Суммарный вклад этих состояний равен примерно 16%. Кроме того, около 10% событий не описываются никакими парциальными амплитудами $K\pi\pi$ -системы.

Таким образом, парциально-волновой анализ данных, отобранных по критерию и без вычитания "фоновых" событий, не отражает истинную ситуацию.

Применение процедуры вычитания "фона" в парциально-волновом анализе позволяет получать истинную информацию о волновой структуре $K\pi\pi$ -событий, так как результат анализа ПВА2 полностью воспроизводит исходные данные.

Таблица 1. Интенсивность и фазы парциальных волн
(значение/ошибка)

$M_{K\pi\pi}$, ГэВ/с ²	Интенсивность $1^+SO+(K^*\pi)$, число событий			Интенсивность $1^+SO+(\rho K)$, число событий		
	ПВА	ПВА1	ПВА2	ПВА	ПВА1	ПВА2
1,2-1,26	1857/57	1218/52	1851/52	415/45	46/20	410/40
1,26-1,32	1751/70	936/60	1781/62	458/48	407/80	385/40
1,32-1,38	1420/47	741/54	1328/45	282/31	350/50	252/30
1,38-1,44	1383/48	555/44	1373/55	148/23	200/37	177/24
1,44-1,50	575/32	191/28	486/35	71/8	47/18	70/31
1,50-1,60	426/27	172/28	464/35	24/10	24/13	29/11

$M_{K\pi\pi}$, ГэВ/с ²	Интенсивность $1^+PO+(\kappa\pi)$, число событий			Интенсивность $0^+SO+(\epsilon K)$, число событий		
	1,20-1,26	651/55	522/95	710/54	234/27	246/48
1,26-1,32	404/44	59/30	443/40	197/30	159/35	238/18
1,32-1,38	400/35	45/22	354/45	571/37	413/49	623/30
1,38-1,44	86/20	20/15	97/22	500/36	477/54	473/26
1,44-1,50	212/30	35/20	277/40	498/32	350/47	517/28
1,50-1,60	343/31	42/19	429/43	471/35	322/41	558/35

$M_{K\pi\pi}$, ГэВ/с ²	Интенсивность $0^+PO+(K^*\pi)$, число событий			Относительная фаза, град. $\phi(1^+SO+(K^*\pi) - 1^+SO+(\rho K))$		
	1,20-1,26	139/9	75/21	143/13	-64/4	-27/18
1,26-1,32	227/30	214/30	178/20	-9/5	40/4	-16/4
1,32-1,38	229/22	43/18	247/24	35/5	70/5	26/4
1,38-1,44	161/21	9/9	177/20	85/6	68/6	90/6
1,44-1,50	201/22	11/9	151/20	25/9	3/12	4/5
1,50-1,60	176/19	31/19	195/23	21/12	54/20	3/13

Процедура вычитания "фона", осуществляемая для многомерно-го в данном случае пространства, подобна вычитанию гистограммы для "фонового" распределения в одномерном случае.

В заключение следует подчеркнуть, что применение метода вычитания "фона" при анализе $K^-\pi^+\pi^+$ -событий, полученных в

эксперименте без идентификации вторичных мезонов, предполагает априорное предварительное знание приближенного матричного элемента процесса. Вычитание полученной приближенной оценки "фона" позволяет уменьшить величину вклада "фоновых" событий в экспериментальных данных и, как следствие этого, получить более достоверную информацию о парциально-волновой структуре $K\pi\pi$ -системы.

Таблица 2. Фазы парциальных волн, градусы (значение/ошибка)

$M_{K\pi\pi}$, ГэВ/с ²	Относительная фаза $\phi(1^+PO+(\kappa\pi) - 1^+SO+(K^*\pi))$			Относительная фаза $\phi(0^+PO+(K^*\pi) - 1^+SO+(K^*\pi))$		
	ПВА	ПВА1	ПВА2	ПВА	ПВА1	ПВА2
1,20-1,26	39/3	10/5	36/3	13/3	49/8	27/4
1,26-1,32	121/5	0/14	106/5	-19/10	-78/4	-5/10
1,32-1,38	151/3	67/13	142/3	-41/6	-105/14	-29/6
1,38-1,44	164/6	0/20	177/6	10/6	73/20	-8/6
1,44-1,50	147/5	62/15	146/5	6/7	67/20	24/6
1,50-1,60	173/4	124/19	162/5	20/6	-85/24	12/7

Авторы выражают благодарность А.А.Тяпкину за многочисленные обсуждения и поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abrosimov A.T. et al. - Nucl. Phys., 1979, v.158B, p.11.
2. Otter G. et al. - Nucl. Phys., 1975, v.93B, p.365.
3. Toveu S. et al. - Nucl. Phys., 1975, v.95B, p.109.
4. Efendiev A.A. - JINR Rapid Comm. No.3/36/-89, Dubna, 1989.
5. Barloutaud R. - In: Proc. Intern. Conf. on High Energy Phys. JINR, D1,2-10400, Dubna, 1977.
6. Daum C. et al. - Nucl. Phys., 1981, v.187B, p.1.
7. Курбатов В.С., Тяпкин А.А. - В кн.: Статистические методы в экспериментальной физике. М.: Атомиздат, 1976, с.305.
8. Cashmore R.J. In: Proc. Daresbury Study Weekend, Warrington, 1975, p.69.
9. Ascoli G. et al. - Phys. Rev. Lett., 1970, v.25, p.962; Ascoli G. et al. - Phys. Rev., 1973, v.D7, p.669.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 апреля 1989 года.