

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



С 324.3

Д-82

30/vi-75

P1 - 8758

2332/2-75

О. Думбрайс, З. Златанов, Х. Чернев

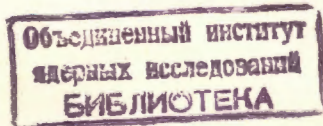
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАЛЬНОЙ ЧАСТИ  
АМПЛИТУДЫ  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД  
И НАКЛОНА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧНОСТИ  
В  $\cos \Theta$  -ПЛОСКОСТИ

**1975**

P1 - 8758

О.Думбрайс,<sup>1</sup> З.Златанов, Х.Чернев<sup>2</sup>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАЛЬНОЙ ЧАСТИ  
АМПЛИТУДЫ  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД  
И НАКЛОНА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧНОСТИ  
В  $\cos \Theta$  -ПЛОСКОСТИ



---

<sup>1</sup> НИИЯФ МГУ

<sup>2</sup> Институт ядерных исследований и ядерной энергии,  
София, Болгария

Думбрайс О., Златанов З., Чернев Х.

P1 - 8758

Определение реальной части амплитуды  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -рассеяния вперед и наклона дифференциального сечения с использованием аналитичности в  $\cos\theta$  -плоскости

На основе данных по дифференциальным сечениям упругого  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -рассеяния вне интерференционной области определены абсолютные значения реальной части амплитуды рассеяния вперед и параметра наклона дифференциального сечения. Метод основан на оптимальном использовании аналитических свойств амплитуды рассеяния в  $\cos\theta$  -плоскости и приводит к значительно большим абсолютным значениям реальной части и параметра наклона по сравнению со значениями, полученными по формуле Бете на основе данных по дифференциальным сечениям в интерференционной области. Обсуждается это разногласие.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1975

Dumbrais O., Zlatanov Z., Chernev Kh.

P1 - 8758

Determination of the Real Part of the Forward  $pp$  and  $\bar{p}p$  Scattering Amplitude and of the Differential Cross Section Slope Using the  $\cos\theta$  Plane Analyticity

On the basis of the data on differential cross sections of elastic  $pp$  and  $\bar{p}p$ -scattering outside the interference region there were determined the absolute values for the real part of the forward scattering amplitude and for the differential cross section slope parameter. Optimal use of analyticity properties of the scattering amplitude in the  $\cos\theta$  -plane makes the basis of the method which leads to considerably greater absolute values of the real part and of the slope parameter as compared to those obtained according to the Bethe formula basing on the data on differential cross sections in the interference region. This disagreement is discussed.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1975

## §1. Введение

Общепринятой точкой зрения является то, что в области высоких энергий реальную часть амплитуды рассеяния вперед для заряженных частиц наиболее точно можно найти при помощи формулы Бете<sup>/1/</sup>. Для этого нужно иметь данные по дифференциальному сечению упругого рассеяния при малых углах, при которых проявляется интерференция между ядерным и кулоновским рассеянием. Конкретные методы измерений дифференциальных сечений при очень малых углах, а также анализ экспериментальных данных по формуле Бете с целью извлечения реальной части амплитуды  $pp$ -рассеяния вперед, подробно описаны в обзорах<sup>/2,3/</sup>.

В данной работе мы сначала останавливаемся на трудностях, на наш взгляд серьезных, использования формулы Бете для извлечения реальной части амплитуды рассеяния вперед. Потом описываем другой метод (идея которого высказана нами в работе<sup>/4/</sup>) определения реальной части амплитуды рассеяния вперед и параметра наклона, который основан на использовании аналитичности амплитуды рассеяния в  $\cos\theta$  -плоскости. Далее приводим результаты конкретных расчетов этих величин для случая  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -рассеяния вперед. В конце обсуждаем значительные расхождения в оценках реальной части амплитуды рассеяния вперед и параметра наклона, полученных двумя различными способами, и касаемся возможности сравнения экспериментальных результатов с теоретическими предсказаниями.

82. Анализ данных по дифференциальному сечению упругого рассеяния заряженных частиц при помощи формулы Бете

Формула Бете имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \xi \left[ A_C^2(t) + \operatorname{Re}^2 A(t) + \operatorname{Im}^2 A(t) - 2A_C(t)\operatorname{Re}A(t) - 4A_C(t)\operatorname{Im}A(t) \ln \frac{1,06}{vR\theta} \right], \quad (1)$$

где  $\xi$  - нормировочный множитель\*,  $A_C(t) = (\sqrt{\pi}/k) \times (2\hbar^2 \pi v / t) G(t)$  - модуль кулоновской амплитуды,  $G(t)$  - формфактор частицы-мишени,  $v$  - волновое число,  $n = 1/137$  лаб. с. - кулоновский параметр,  $R$  - радиус сильного взаимодействия,  $\operatorname{Re}A(t)$ ,  $\operatorname{Im}A(t)$  - реальная и мнимая части амплитуды ядерного рассеяния соответственно. Угол рассеяния в с.д.м.  $\theta$  обычным образом связан с переданным импульсом:  $t = -2k^2(1 - \cos\theta)$ , где  $k$  - импульс в с.д.м.

На основе измеренных значений  $d\sigma/dt$  при малых  $|t|$  и теоретически вычисленных значений  $A_C(t)$  мы при помощи формулы (1) хотим получить величину  $\operatorname{Re}A(0)$ . Для этой цели надо заранее постулировать некие формы зависимости реальной и мнимой частей амплитуды от  $t$ , т.е. как-то параметризовать  $\operatorname{Re}A(t)$  и  $\operatorname{Im}A(t)$ . Такие зависимости не известны. Поэтому первый шаг, который делается для того, чтобы формулу Бете можно было бы применять на практике, состоит в том, что постулируют одинаковую (но неизвестную!) зависимость  $\operatorname{Re}A$  и  $\operatorname{Im}A$  от  $t$ . Тогда уравнение (1) можно переписать в следующем виде:

\* Нормировочный множитель  $\xi$  не связан непосредственно с формулой Бете. Однако он дает возможность использовать формулу и в тех случаях, когда известны только относительные значения дифференциальных сечений. Это обстоятельство очень важно, поскольку в экспериментах очень часто относительные сечения можно измерить гораздо точнее абсолютных.

$$\frac{d\sigma}{dt} = \xi \left[ A_C^2(t) + \operatorname{Im}^2 A(t)(a^2 + 1) - 2A_C(t)\operatorname{Im}A(t)(a + 2n \ln \frac{1,06}{vR\theta}) \right], \quad (1')$$

где

$$a \equiv \frac{\operatorname{Re}A(0)}{\operatorname{Im}A(0)} \quad (2)$$

и не зависит от  $t$ .

В пользу такого предположения никаких аргументов нет, кроме слов, что в малом интервале  $|t|$ , где производится подгонка, вряд ли  $\operatorname{Re}A(t)/\operatorname{Im}A(t)$  может очень отличаться от значения  $a$ . Вспомним, однако, что именно в случае  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -рассеяния  $\operatorname{Re}A(t)$  имеет полюс в точке  $t = m^2$ , а  $\operatorname{Im}A(t)$  его не имеет. Поэтому их поведение в области малых  $|t|$  может быть очень различным. Имеются также соображения (см., например, /5,6/), согласно которым отношение реальной части амплитуды рассеяния к ее мнимой части при отличных от нуля переданных импульсах может достигать больших (малых) значений и вовсе не быть постоянным.

Однако даже уравнение (1'), где неизвестная функция  $a(t)$  заменена неизвестной константой  $a$ , все еще непригодно для практического использования. Требуется следующая гипотеза: постулировать некоторую функциональную зависимость  $\operatorname{Im}A(t)$ . Общепринято выбирать форму

$$\operatorname{Im}A(t) = \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{opt}^{1/2} e^{-\frac{1}{2}bt}, \quad (3)$$

где  $(d\sigma/dt)_{opt}$  - оптическая точка, которая может быть найдена при помощи оптической теоремы на основе данных по полному сечению. Параметр в данном случае совпадает с параметром наклона дифференциального сечения, определение которого такое:

$$\text{параметр наклона} = \frac{d}{dt} \left[ \ln \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{\text{ядерное}} \right]. \quad (4)$$

Теперь уравнение (1) можно переписать в окончательном виде:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \xi \left[ A_C^2(t) + \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{\text{opt}} e^{bt} (a^2 + 1) - 2 A_C(t) \sqrt{\left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_{\text{opt}}} e^{\frac{1}{2}bt} (a + 2n \ln \frac{1,06}{vR\theta}) \right] \quad (1'')$$

Опять-таки следует отметить, что в пользу выбора зависимости типа (3) могут служить лишь аргументы (см., например, /2/), что при малых  $|t|$  и высоких энергиях рассеяние имеет дифракционную природу. Против такой зависимости говорят соображения как экспериментального характера, так и теоретического. Обнаружено, что параметр  $b$  внутри дифракционного конуса может меняться скачками (см., например, /7/). Предсказывается (см., например, /8/), что параметр наклона должен непрерывно увеличиваться при стремлении  $|t|$  к нулю.

В итоге выражение (1''), которое применяется в практических расчетах, содержит три неизвестных параметра:  $\xi$ ,  $b$  и  $a$ . Как правило, все их не удается определить на основе измерений в интерференционной области, т.е. из-за корреляций они определяются с большими ошибками. Поэтому на практике иногда поступают так: определяют параметр  $b$  на основе данных по дифференциальному сечению вне области интерференции, считают, что  $b$  сохраняет это значение в интерференционной области, подставляют его в (1''), фиксируют и путем подгонки находят параметры  $\xi$  и  $a$  с малыми ошибками.

Что можно сказать по поводу надежности результатов, полученных таким способом? Естественно, что результаты основаны исключительно на вере в справедливость предположений (2) и (3) в области измерений  $d\sigma/dt$ , а также в области меньших  $|t|$  вплоть до  $t=0$ . Это последнее обстоятельство является очень важным, так как использование формулы Бете, естественно, не

снимает вопроса об экстраполяции ядерной амплитуды из области измерения к нулевому углу.

Вышеперечисленные трудности с использованием формулы Бете, конечно, давно известны. Мы же хотим обратить внимание на следующее несколько странное обстоятельство. В предположениях (2) и (3) никак не отражается гипотеза об аналитичности амплитуды рассеяния по переменной  $|t|$ , которая является не менее фундаментальной, чем гипотеза об аналитичности по переменной  $s$ , для проверки которой, собственно говоря, и пытаются найти из эксперимента величину  $a$ . Более того, ясно, что как (2), так и (3) несовместимы с гипотезой аналитичности во всей  $t$ -плоскости. Совместимы ли они с аналитичностью по  $t$  в том интервале, где производится подгонка и через который производится экстраполяция к нулевому углу, а priori не известно.

### §3. Параметризация дифференциального сечения, учитывающая аналитические свойства в $\cos\theta$ -плоскости

Аналитические свойства амплитуды рассеяния в  $\cos\theta$ -плоскости впервые строго обсуждались в работе Лемана /9/, который показал, что реальная и мнимая части амплитуды аналитичны внутри некоторых эллипсов в  $\cos\theta$ -плоскости. Мартену /10/ удалось доказать, что амплитуда рассеяния аналитична в значительно более широких областях  $\cos\theta$ -плоскости. Подробно эти вопросы обсуждаются в обзоре Зоммера /11/.

Поскольку в рассматриваемой нами задаче единственно измеримой величиной является дифференциальное сечение, мы не будем различать аналитические свойства реальной и мнимой частей амплитуды, а отождествим область аналитичности дифференциального сечения с областью аналитичности реальной части, которая меньше области аналитичности мнимой части.

Будем исходить из предположения, что дифференциальное сечение является аналитической функцией в  $\cos\theta$ -плоскости со следующими аналитическими свойст-

вами. В случае  $pp$ -рассеяния имеются симметрично расположенные полюса в  $t$ - и  $u$ -каналах в точках:

$$(\cos \theta)_{\text{полюс}} = \pm \left(1 + \frac{m^2}{2k^2}\right), \quad (5)$$

$$(\cos \theta)_{\text{начало разреза}} = \pm \left(1 + \frac{2m^2}{k^2}\right) \quad (6)$$

соответственно. В случае  $\bar{p}p$ -рассеяния имеется полюс и разрез в  $t$ -канале, аналогичные случаю  $pp$ -рассеяния. В  $u$ -канале полюса нет, а разрез начинается значительно дальше:

$$(\cos \theta)_{\text{начало разреза}} = -\left(1 + \frac{2m^2}{k^2}\right). \quad (7)$$

Как же параметризовать дифференциальное сечение с учетом этих аналитических свойств в  $\cos \theta$ -плоскости?

Во-первых, в  $d\sigma/dt$  следует ввести полюсные члены. Вид их известен<sup>/12/</sup>. Более того, можно вычислить их величину, поскольку они зависят лишь от хорошо известной константы связи  $g_{\pi^0 pp}^2$ , и вычесть их из

$d\sigma/dt$ , увеличив, таким образом, область аналитичности. Можно действовать по-другому: добавить к экспериментальным данным еще одну "экспериментальную" точку:

$$\lim_{t \rightarrow m^2/\pi} (t - m^2/\pi)^2 \frac{d\sigma}{dt} \sim g_{\pi^0 pp}^2.$$

В таком случае вопрос об экстраполяции дифференциального сечения к  $t=0$  заменяется вопросом об интерполяции дифференциального сечения между полюсом и экспериментальными данными.

Функциональная зависимость  $d\sigma/dt$  на разрезах неизвестна. Здесь возможны два подхода. Первый состоит

в том, чтобы записать  $d\sigma/dt$  на разрезах в некоей явной параметрической форме. Второй состоит в отказе от написания явной параметрической формы и в учете лишь самого факта наличия разрезов. Первый способ неизбежно ведет к моделям (см., например, <sup>/8/</sup>), которые все же должны быть лучше "моделей" (2) и (3). Вторым способом (а именно он и используется нами) можно сформулировать так: известны измеренные значения  $d\sigma/dt$  в ряде дискретных точек в некотором промежутке физической области  $\cos \theta_1 \leq \cos \theta \leq \cos \theta_2$ , известны положения разрезов функции  $d\sigma/dt$  в  $\cos \theta$ -плоскости. Как представить ее в области аналитичности без привлечения явной функциональной формы? Естественно, что возможен лишь один способ: представить функцию в виде ряда, а коэффициенты ряда находить подгонкой к экспериментальным данным. Такая процедура математически строго разработана и поддается оптимизации. Она подробно описана в нашей предыдущей работе<sup>/4/</sup>. Суть ее состоит в следующем: производится конформное отображение  $\cos \theta$ -плоскости в унифокальный эллипс в  $z$ -плоскости так, чтобы область  $\cos \theta_1 \leq \cos \theta \leq \cos \theta_2$  разместилась бы в интервале  $-1 \leq z \leq 1$ , а разрезы - на эллипсе. Далее  $d\sigma/dt$  разлагается в ряд по полиномам Чебышева

$T_m(z)$ \*\*\*:

$$\frac{d\sigma[z(t)]}{dt} = \sum_{m=1}^M A_m B_m T_m[z(t)], \quad (8)$$

где  $B_m$  - величины, связанные с размерами эллипса,  $A_m$  - коэффициенты, находимые путем подгонки. На основе этих коэффициентов можно построить некую

\* В более широком плане такая задача относится к так называемым обратным задачам. Подробный разбор их в физике элементарных частиц и соответствующий математический аппарат можно найти в обзорах<sup>/13-18/</sup>.

\*\* Оказывается, что такой ряд является наиболее быстро сходящимся и приводит к наименьшим ошибкам при экстраполяции. В данной работе мы рассматриваем неинтерференционную область, поэтому разложение (8) проще разложения (18) работы<sup>/4/</sup>.

функцию  $\Phi^*$ , которая в сумме с  $\chi^2$  дает величину  $X$ . Минимальное значение последней соответствует тому числу членов  $M$  в ряде (8), при котором его следует обрывать.

После подгонки ряда (8) с оптимальным числом  $M$  производится экстраполяция, т.е. он вычисляется в точке  $z(0)$ , что дает  $(d\sigma/dt)_0$ . Дальше можно вычислить величину  $|\alpha|$ :

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{(d\sigma/dt)_0}{(d\sigma/dt)_{\text{опт}}} - 1}. \quad (9)$$

Параметр наклона вычисляем согласно определению (4), подставляя туда вместо  $(d\sigma/dt)_{\text{ядерное}}$  ряд (8).

#### §4. Анализ экспериментальных данных

Мы проанализировали по вышеуказанной схеме экспериментальные данные по  $d\sigma/dt$  вне интерференционной области ( $|t| \geq 0,05$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>) по  $pp$ -рассеянию от 1,349 ГэВ/с до 21,88 ГэВ/с<sup>/19-26/</sup> и по  $\bar{p}p$ -рассеянию от 1,11 ГэВ/с до 40,1 ГэВ/с<sup>/27-39/</sup>. В случаях, когда в работах данные по  $d\sigma/dt$  не приведены в виде таблиц, мы пользовались компиляциями<sup>/40,41/</sup>, где из оригинальных работ извлечены численные значения  $d\sigma/dt$ .

Следует отметить, что в нашем анализе мы не использовали данные по  $d\sigma/dt$  вне интерференционной области ряда экспериментальных работ, например, измерения, проведенные в Серпухове<sup>/42/</sup>. Дело в том, что нам необходимы абсолютные значения  $d\sigma/dt$ , поскольку в нашем методе (см. уравнение (9))  $|\alpha|$  определяется как превышение  $(d\sigma/dt)_0$  над оптической точкой\*. В некоторых же работах, в том числе в<sup>/42/</sup>, даже в неинтерференционной области измерялись лишь относительные значения  $d\sigma/dt$ .

\* Ввиду отличия разложения (8) данной работы от разложения (18), работы<sup>/4/</sup> следует заменить выражение (19) работы<sup>/4/</sup>

$$h_m = A_m^2 + 1 / \sum_{k=1}^m A_k^2 \quad (1 \leq m \leq M-1).$$

Необходимо подчеркнуть, что при таком способе определения  $|\alpha|$  очень важно учитывать также систематические ошибки дифференциального сечения, так как даже небольшой подъем или опускание кривой  $d\sigma/dt$  в целом может иногда привести к большим изменениям получаемого значения  $|\alpha|$ . Кроме того, надо уйти достаточно далеко по  $|t|$ , чтобы быть уверенным, что используемые данные практически не содержат примеси электромагнитных взаимодействий.

Результаты расчетов величины  $|\alpha|$  и параметра наклона при  $t=0$  представлены на рис. 1 и 2. Кроме того, в качестве иллюстрации на рис. 3 показана разница в экстраполяциях к нулевому углу по экспоненте

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)_0 e^{bt+ct^2} \quad (10)$$

и согласно разложению (8).

Следует отметить, что наша "параметризация" (8) в противоположность (10) охватывает всю область измерений  $d\sigma/dt$ , в том числе область дифракционного минимума и "хвост" дифференциального сечения в случаях, когда там произведены измерения. При этом, естественно, число используемых членов в разложении (8) различно для разных экспериментов. В таблице в качестве примера показан один случай конкретного расчета.

#### §5. Обсуждение результатов и выводы

На рис. 1 и 2 не показаны значения величины  $|\alpha|$  и параметра наклона, полученные стандартным методом, т.е. на основе анализа данных по  $d\sigma/dt$  в интерференционной области по формуле (1'), поскольку они хорошо известны (см. обзоры<sup>/2,3/</sup>). Отметим лишь, что значения  $\alpha_{pp}$  хорошо ложатся на кривую (на рис. 1 - прерывистая), рассчитанную по дисперсионным соотношениям в работе<sup>/43/</sup>, а параметр наклона оказывается логарифмически растущим для  $pp$ -рассеяния в области

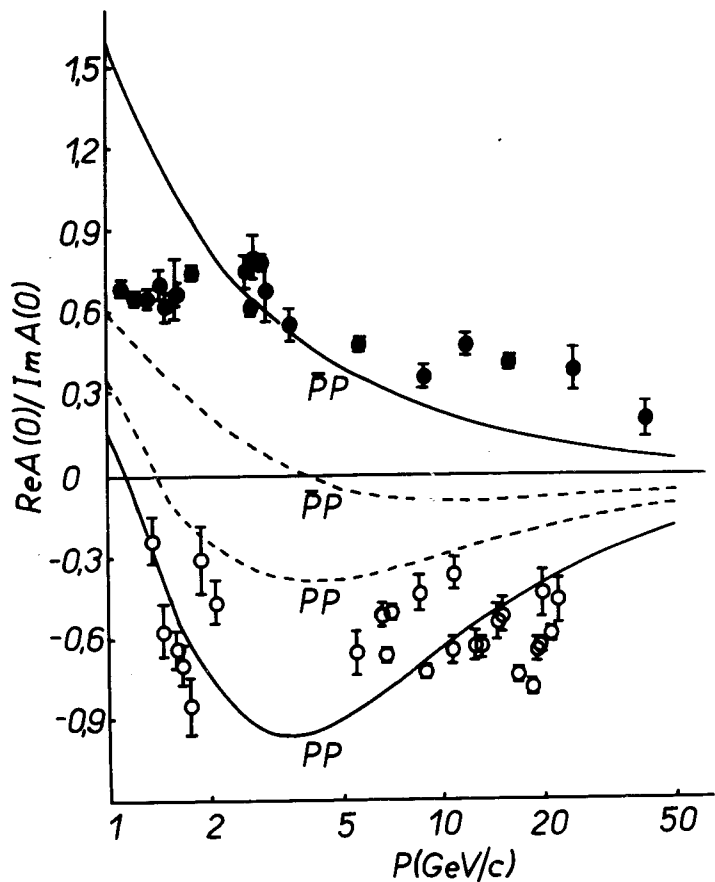


Рис. 1. Отношения реальной части амплитуды  $pp$ -рассеяния  $\bar{\sigma}$  и  $\bar{p}p$ -рассеяния  $\bar{\sigma}$  вперед к ее мнимой части, полученные в данной работе (знаки  $\sigma$  выбраны произвольно) как функции импульса налетающей частицы. Сплошные кривые соответствуют дисперсионным расчетам работ <sup>45,46</sup>, а прерывистая кривая - работы <sup>43</sup>. Погрешности, возникающие из-за обрывания ряда (8), не включены в приведенные ошибки.

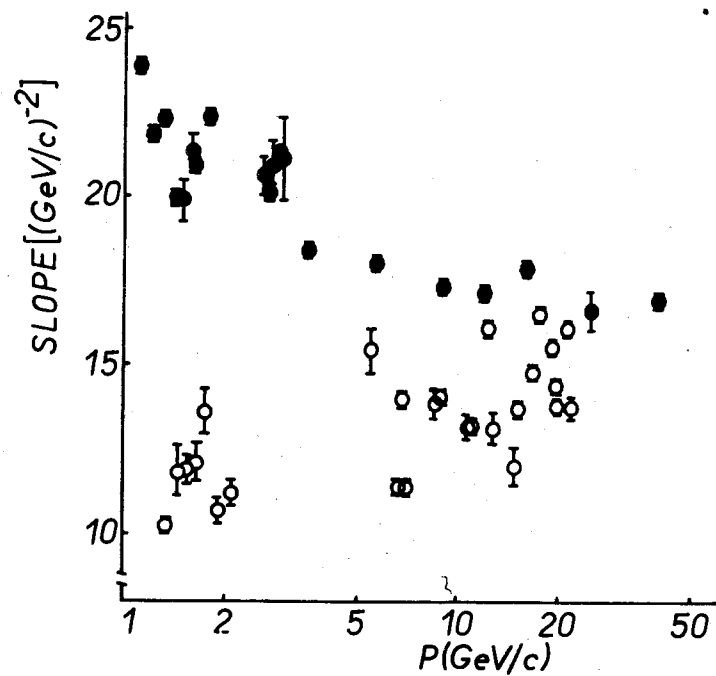


Рис. 2. Параметры наклона дифференциального сечения  $pp$ -рассеяния  $\bar{\sigma}$  и  $\bar{p}p$ -рассеяния  $\bar{\sigma}$  при  $t=0$ , полученные в данной работе как функции импульса налетающей частицы. Погрешности, возникающие из-за обрывания ряда (8), не включены в приведенные ошибки.



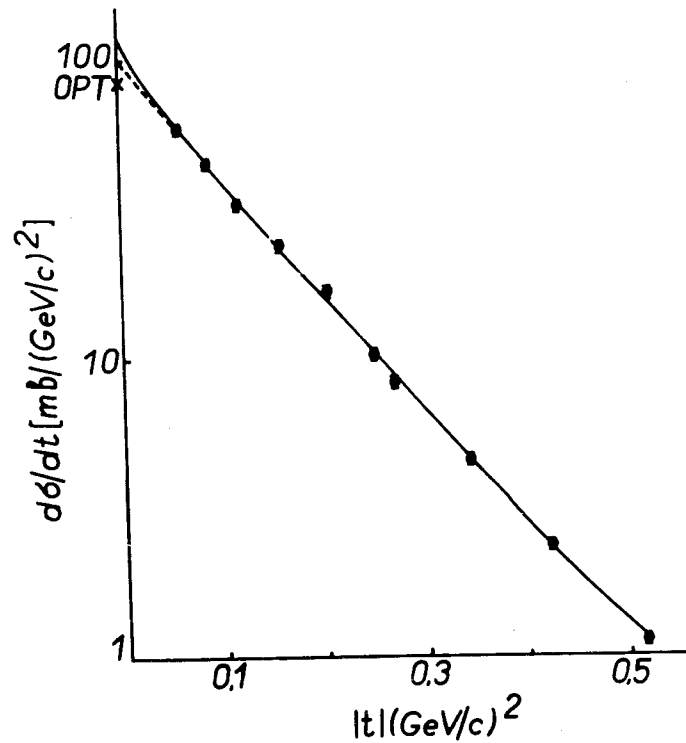


Рис. 3. Иллюстрация подгонки и экстраполяции дифференциального сечения  $pp$ -рассеяния при  $10,8 \text{ ГэВ}/c^{24/}$  по экспоненте (10) (прерывистая кривая  $(d\sigma/dt)_0 = 102,7 \text{ мбарн}/(\text{ГэВ}/c)^2$ ) и по разложению (8) (сплошная кривая,  $(d\sigma/dt)_0 = 115,8 \text{ мбарн}/(\text{ГэВ}/c)^2$ ). В области измерений обе подгонки практически неразличимы. Оптическая точка ( $80,3 \text{ мбарн}/(\text{ГэВ}/c)^2$ ) обозначена через X.

$1,7 \text{ ГэВ}/c + 2070 \text{ ГэВ}/c$  от  $\sim 5,3 (\text{ГэВ}/c)^{-2}$  до  $\sim 13,1 (\text{ГэВ}/c)^{-1}$ , а для  $\bar{p}p$ -рассеяния логарифмически падающим в области  $7 \text{ ГэВ}/c + 70 \text{ ГэВ}/c$  от  $\sim 13 (\text{ГэВ}/c)^{-2}$  до  $\sim 11 (\text{ГэВ}/c)^{-2}$  (см. обзор<sup>13/</sup>).

Следовательно, наши результаты значительно отличаются от общепринятых:  $|\alpha|$  и параметр наклона при  $t=0$  значительно больше.

Что можно сказать по этому поводу? О недостатках и возможных ошибках при пользовании формулой Бете мы подробно говорили в §2. Что касается нашего метода, то вряд ли можно найти аргументы против него в общетеоретическом плане, поскольку он свободен от всяких предположений, кроме фундаментальной гипотезы об аналитичности амплитуды рассеяния в  $\cos\theta$ -плоскости. Весь вопрос сводится к стабильности и надежности нашей модельно-независимой численной экстраполяции. Здесь также в общематематическом плане не должно быть возражений, поскольку наша экстраполяция относится к типу  $I \rightarrow I$  (см. обзор<sup>18/</sup>), т.е. к экстраполяции из сегмента внутри области аналитичности к точке ( $t=0$ ) также внутри ее. Такой тип экстраполяции стабилен в том смысле, что если устремить ошибки  $d\sigma/dt$  в области измерений к нулю, то ошибка значения  $(d\sigma/dt)_0$  также стремится к нулю. В реалистическом же случае, когда ошибки  $d\sigma/dt$  в области измерения не равны нулю, оценка ошибки значения  $(d\sigma/dt)_0$  представляет довольно сложную задачу<sup>13-18/</sup>.

Приведенные нами ошибки на рис. 1,2, по существу, отражают лишь ошибки  $d\sigma/dt$  в области измерения и не включают ошибки, вносимые обрыванием ряда (8).

Оба метода можно сравнить так. При пользовании формулой Бете (если отвлечься от слабо обоснованных предположений (2) и (3)) производится экстраполяция на основе данных в очень малой (но близкой к  $\cos\theta=1$ ) области  $\cos\theta$ -плоскости. В нашем методе используются данные из значительно более широкой области  $\cos\theta$ -плоскости, но зато приходится экстраполировать дальше. Рискнем сказать, что с точки зрения аналитичности более надежная информация получается в случае, если экстраполяция производится на более отдаленное расстояние, исходя из значительно более богатой аналитической информации (эксперимента в широкой области  $\cos\theta$  вместе со сведениями об аналитических свойствах  $d\sigma/dt$  в  $\cos\theta$ -плоскости), чем в случае, когда экстраполяция производится на короткое расстояние, исходя из экспериментальной информации в очень узкой области пере-

менной  $\cos \theta$  при пренебрежении глобальными свойствами аналитичности в  $\cos \theta$ -плоскости. Ведь смысл аналитического подхода как раз состоит в том, что поведение функции "в голове" ( $t \approx 0$ ) самым тесным образом связано с ее поведением при других значениях  $t$ , в том числе и в "хвосте" (большие  $|t|$ )!

К сожалению, мы не видим простого способа, как использовать в нашем подходе экспериментальные данные в области кулоновской интерференции, как их "сшить" с данными вне области интерференции. Дело в том, что как только мы входим в область интерференции, нам сразу же приходится различать поведение реальной и мнимой частей амплитуды как функции от  $t$ . Если мы от этого отказываемся, как это делалось в нашей предыдущей работе /4/ при получении результатов, представленных в таблице 3 этой работы, то мы неизбежно должны верить в предположение (2) и разница между нашим подходом и общепринятым будет состоять лишь в замене параметризации (3) общим разложением типа (8). Формально можно использовать два отдельные конформные отображения и два отдельные разложения типа (8): одно для реальной части амплитуды рассеяния, другое - для ее мнимой части. Однако при рассматриваемых энергиях области аналитичности реальной и мнимой частей амплитуды практически совпадают, и, имея в распоряжении лишь данные по  $d\sigma/dt$ , вряд ли представляется возможным разделить параметры обеих разложений.

К сожалению, мы также не видим простого способа сравнения значений  $|a|$  и параметра наклона, полученных обеими подходами, с теоретическими предсказаниями.

Из-за наличия большой нефизической области и неизвестной низкоэнергетической области  $pp$ -рассеяния вычисления по дисперсионным соотношениям не способны, на наш взгляд, дать ответ на вопрос \*, например, равно ли  $|a_{pp}| \approx 0,65$  при  $\sim 10$  ГэВ/с, как это у нас получается, или же  $|a_{pp}| \approx 0,30$ , как это получается при обработке данных в интерференционной области по формуле Бете.

\* Более подробно это обстоятельство обсуждается в работе /44/.

Таблица. Иллюстрация метода подгонки и экстраполяции для  $pp$ -рассеяния при 10,8 ГэВ/с /24/.  
 $(d\sigma/dt)_{opt} = 80,3$  мбн/(ГэВ/с)<sup>2</sup>,  $M$  - число экспериментальных точек,  $M$  - число используемых членов в разложении (8). Величины  $\phi$  и  $\chi$  определены в работе /4/. Ряд следует сортировать при минимальном значении  $\chi$ . Значения параметра наклона приведены при  $t_{max}$ , что соответствует экспериментальной точке с минимальным значением  $|t|$  и при  $t = 0$ .

$ t $ (ГэВ/с) <sup>2</sup>	$M$	$(d\sigma/dt)_{t=0}$ мбн/(ГэВ/с) <sup>2</sup>	$M$	$\chi^2$	$\phi$	$\chi$	$\alpha$	SLOPE [ (ГэВ/с) <sup>-2</sup> ]	
								$t_{max}$	$t = 0$
.058	.824	13							
		79.0 +/- .6	3	376.66	4.55	381.21			
		123.9 +/- 1.6	4	13.89	8.20	22.09	.74 +/- .01	11.0 +/- .0	14.4 +/- .1
		115.8 +/- 4.0	5	12.18	8.43	20.62	.66 +/- .04	10.5 +/- .1	13.1 +/- .4
		99.7 +/- 10.7	6	11.26	18.34	29.59	.49 +/- .14	9.5 +/- .1	8.2 +/- 1.7
		128.3 +/- 29.1	7	10.83	32.04	42.86	.77 +/- .23	10.6 +/- .2	18.7 +/- 3.6

Что касается параметра наклона, то следует заметить, что реджистика дает лишь энергетическую зависимость, не предсказывая значения параметра наклона при фиксированной энергии. Полученная нами энергетическая зависимость качественно совпадает с общепринятой. Большие значения параметра наклона при  $t=0$  непосредственно связаны с большими значениями  $|a|$ . В области экстраполяции во всех случаях наблюдался рост параметра наклона с уменьшением  $|t|$ .

Веру в справедливость наших результатов, на наш взгляд, вселяет (во всяком случае в качественном смысле значения  $|a|$  и параметра наклона под нулевым углом больше общепринятых) тот факт, что подобная экстраполяция применяется с хорошими результатами (см. обзор /18/ ) для того, чтобы на основе данных по дифференциальным сечениям различных процессов находить величины констант связи. При этом экстраполяция к соответствующим полюсам в  $\cos\theta$  -плоскости производится часто на основе более плохих экспериментальных данных по  $d\sigma/dt$  и всегда на значительно более далекие расстояния по сравнению с теми, что имели место в настоящей работе.

По-видимому, было бы интересно провести аналогичное исследование в случае  $\pi^{\pm}p$ -рассеяния, где, с одной стороны, величины  $a$  вычислены точно на основе дисперсионных соотношений, а, с другой стороны, в случае рассеяния вперед отсутствуют спиновые эффекты, которые для  $pp$ -,  $\bar{p}p$ -рассеяния вперед игнорируются, хотя и в принципе могут исказить все эффекты и заключения.

Мы благодарны за дискуссии и критические замечания Г.Г.Арушанову, Л.С.Золину, Б.З.Копелиовичу, В.А.Морозову, В.С.Ставинскому, А.Сандачу, М.Сташель и особенно Л.И.Лapidусу и В.А.Никитину.

Благодарим также Т.Златанову за большую помощь в расчетах.

#### Литература

1. H.Bethe. Ann.Phys., 3, 190 (1958).
2. В.А.Никитин. ЭЧАЯ, 1, 1 (1970).
3. М.Г.Шафранова. ЭЧАЯ, 5, 645 (1974).
4. O.V.Dumbrajs, Kh.Chernev, Z.Zlatanov. Nucl.Phys., B69, 336 (1974).
5. Г.Г.Арушанов. ЯФ, 15, 378 (1972).
6. J.Dias de Deus. Rutherford Laboratory Preprint RL-75-012 (1975).
7. R.A.Carrigan. Phys.Rev.Lett., 24, 168 (1970).
8. S.Barshay, Y.A.Chao. Phys.Lett., 38B, 225 (1972).
9. H.Lehmann. Nuovo Cim., 10, 579 (1958).
10. A.Martin. Nuovo Cim., 44A, 1219 (1966).
11. G.Sommer. Fortschr.Phys., 18, 577 (1970).
12. G.Chew. Phys.Rev., 112, 1380 (1958).
13. R.E.Cutkosky. Carnegie-Mellon University, preprint, 1970.
14. J.Pišut. Springer Tracts in Modern Physics, 55, 43 (1970).
15. J.Fischer. Inst. of Physics, Prague, preprint, 1971.
16. S.Ciulli. Inst. for Atomic Physics, Bucharest, preprint FT-99, 1972.
17. С.Чиулли, К.Помпониу, И.Сабба-Штефэнеску. ЭЧАЯ, 6, 72 (1975).
18. О.В.Думбрайс. ЭЧАЯ, 6, 132 (1975).
19. В.А.Рiан et al. Princeton-Penn Accelerator, PPAR-11 (1969).
20. M.G.Albrow et al. Nucl.Phys., B23, 445 (1970).
21. A.R.Clyde et al. UCRL-16275 (1966).
22. G.Alexander et al. Phys.Rev., 154, 1284 (1967).
23. E.Colton et al. UCLA-1025 (1968).
24. K.J.Foley et al. Phys.Rev.Lett., 11, 425 (1963); 15, 45 (1965).
25. D.Harting et al. Nuovo Cim., 38, 60 (1965).

26. J.V.Allaby et al. Phys.Lett., 28B, 67 (1968).
27. D.L.Parker et al. Nucl. Phys., B32, 29 (1971).
28. T.C.Bacon et al. Nucl. Phys., B32, 66 (1971).
29. G.R.Kalbfleisch et al. Nucl. Phys., B30, 466 (1971).
30. W.A.Cooper et al. Nucl. Phys., B16, 155 (1970).
31. J.Berryhill, D.Cline. Phys. Rev. Lett., 21, 770 (1968).
32. W.F.Baker et al. Nucl. Phys., B12, 5, (1969).
33. R.Gerald et al. Phys. Rev., 131, 1276 (1963).
34. B.Escoubes et al. Phys. Lett., 5, 132 (1963).
35. K.Bockmann et al. Nuovo Cim., 42A, 954, (1966).
36. K.J.Foley et al. Phys. Rev. Lett., 11, 503 (1963).
37. D.Birnbaum et al. Phys. Rev. Lett., 23, 663 (1969).
38. Yu.M.Antipov et al. Nucl. Phys., B57, 333 (1973).
39. V.Domingo et al. Phys. Lett., 24B, 642 (1967).
40. O.Benary, L.R.Price, G.Alexander. UCRL-20000 NN, August 1970.
41. J.E.Enström et al. LBL-58, May 1972.
42. G.G.Beznogikh et al. Nucl. Phys., B54, 78 (1973).
43. P.Söding. Phys. Lett., 8, 285 (1964).
44. O.Dumbrajs, M.Staszel. Lett. Nuovo Cim., 12, 122 (1975).
45. A.Kanazawa, M.Sugawara. Phys. Lett., 265 (1972).
46. A.Kanazawa. Phys. Rev., D7, 2626 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 апреля 1975 года.