

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Р1-87-853

Х.У.Абраамян*, Р.Г.Аствацатуров, М.Н.Хачатурян,
А.Г.Худавердян*

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ
И ГАММА-КВАНТОВ В ГАММА-СПЕКТРОМЕТРЕ
ПОЛНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ**

Направлено в журнал "Приборы и техника
эксперимента"

*Ереванский государственный университет

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах по изучению реакций с образованием частиц электромагнитной природы широко применяются черенковские γ -спектрометры полного поглощения /ЧГС/. Принцип работы ЧГС подробно описан в /1/.

Соответствие между амплитудой сигнала на выходе ЧГС и энергией регистрируемой частицы /электрона или γ -кванта/ устанавливается калибровкой ЧГС на пучке моноэнергетических электронов.

Точность энергетической реконструкции события зависит от целого ряда факторов. Их учет позволяет существенно уменьшить влияние систематических ошибок. Среди этих факторов следует отметить: потери энергий в конверторах, в веществе детекторов, нелинейность ЧГС к низкоэнергетическим электронам и γ -квантам и др. Имеющиеся эмпирические формулы /2,3/, позволяющие учесть энергетические потери, как правило, работают в ограниченной области энергий / $E \geq 1$ ГэВ/ и зависят от выбора конкретного вещества.

Цель нашей работы - получить формулу для эффективных энергетических потерь электронов и γ -квантов, учитывающую как наличие вещества перед ЧГС, так и нелинейности ЧГС к низкоэнергетическим электронам и γ -квантам.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ

Определим эффективные потери энергии электронов и γ -квантов в общем виде:

$$\Delta E_i^{\text{эфф}}(E_i, t) = E_i - \xi_{it}(E_i, t) E_i; \quad \xi_{it} = \frac{\bar{N}_{it}(E_i, t)}{E_i} \frac{E_e^{(k)}}{\bar{N}_e(E_e^{(k)})}, \quad /1/$$

где E_i - энергия электрона или γ -кванта, t - толщина вещества, расположенного перед γ -спектрометром, $\bar{N}_{it}(E_i, t)$ и $\bar{N}_e(E_e^{(k)})$ соответственно средние значения числа фотоэлектронов, выбиваемых из фотокатода ФЭУ при регистрации электронов

и γ -квантов с энергией E_1 и при калибровке спектрометра моноэнергетическими электронами с энергией $E_e^{(k)}$.

В теории ливней коэффициенты ξ_{it} не имеют аналитического представления, поэтому, ограничившись предельными функциями $\xi_1(E_1) \equiv \xi_{it}(E_1, t) |_{t=0}$, выразим энергетические потери следующим образом:

$$\Delta E_{\gamma}^{\text{эфф}}(E_{\gamma}, t) \approx 2 \Delta E_e(E_{\gamma}/2, t - t_x), \quad /2/$$

$$\Delta E_e^{\text{эфф}}(E_e, t) \approx \Delta E_{\text{ион}} + \Delta E_{\text{н}} + \Delta E_{\text{т}}^{\text{эфф}}, \quad /3/$$

где t_x - координата точки конверсии γ -кванта,

$$\Delta E_{\text{ион}} = Lt(B - C - 0,57 + \ln E_e) \quad /4/$$

- ионизационные потери электрона, L , B и C - постоянные для данного вещества /см.⁴/,

$$\Delta E_{\text{н}} = E_t [1 - \xi_e(E_t)] \quad /5/$$

- потери, обусловленные нелинейностью γ -спектрометра к низкоэнергетическим электронам, E_t - средняя энергия электрона на глубине t ,

$$\Delta E_{\text{т}}^{\text{эфф}} = \Delta E_{\gamma} + \Delta E_{\text{р}} \quad /6/$$

- эффективные потери электрона на тормозное излучение, являющиеся суммой ΔE_{γ} - потерь, обусловленных нелинейностью γ -спектрометра к низкоэнергетической части спектра тормозного излучения и $\Delta E_{\text{р}}$ - энергетических потерь вторичных e^+e^- -пар. При расчете спектра e^+e^- -пар далее используется полный коэффициент поглощения фотонов, что позволяет пренебречь вкладом процессов рассеяния в потери на тормозное излучение.

Величины ΔE_{γ} и $\Delta E_{\text{р}}$ выражаются через ξ_1 :

$$\Delta E_j(E_e, t) = \int_0^t \int_0^{E_x} \frac{\partial n_j(\epsilon, x)}{\partial x} \Pi_j(\epsilon, x) d\epsilon dx; \quad j = \gamma, \text{ р};$$

$$\Pi_{\gamma}(\epsilon, x) = \epsilon [1 - \xi_{\gamma}(\epsilon)]; \quad \Pi_{\text{р}}(\epsilon, x) = 2 \Delta E_e \left(\frac{\epsilon}{2}, t - x \right), \quad /7/$$

где E_x - средняя энергия электрона на глубине x , $n_j(\epsilon, x) = \partial N_j(\epsilon, x) / \partial \epsilon$ - плотность энергетического спектра γ -квантов ($j = \gamma$) или e^+e^- -пар ($j = \text{р}$) на глубине x , $\Delta E_e(\epsilon/2, t - x)$ -

эффективные потери вторичного электрона /позитрона/ с энергией $\epsilon/2$, образованного на глубине x .

В случае $t < 2$ рад.ед, для величины ΔE_e справедлива формула /3/ при

$$\Delta E_{\text{т}}^{\text{эфф}}(E, x) \approx \int_0^x \int_0^x \epsilon [1 - \xi_{\gamma}(\epsilon)] W(\epsilon) d\epsilon dx, \quad /8/$$

где $W(\epsilon)d\epsilon$ - энергетический спектр γ -квантов, излучаемых электроном на единице пути.

Величины $n_j(\epsilon, x)$ определяются из уравнения:

$$\frac{\partial n_{\gamma}}{\partial x} = -n_{\gamma} \mu + W; \quad n_{\text{р}} = \int_0^x W dx - n_{\gamma}; \quad n_j |_{x=0} = 0, \quad /9/$$

где μ - полный коэффициент поглощения фотонов в веществе.

В предположении о постоянстве величины W при фиксированном значении ϵ , из уравнения /9/ получаем

$$n_{\gamma}(\epsilon, x) = W(\epsilon) \frac{1 - e^{-\mu x}}{\mu}, \quad /10/$$

$$n_{\text{р}}(\epsilon, x) = W(\epsilon) \left(x - \frac{1 - e^{-\mu x}}{\mu} \right). \quad /11/$$

Таким образом, задача сводится к определению коэффициентов $\xi_1(E_1)$ во всей области значений $E_1 > 0$. Коэффициенты ξ_1 можно представить в виде функции:

$$\xi_1(E_1) \approx \begin{cases} 1, & E_1 > E_{a1} \\ \frac{\bar{N}_1(E_1)}{E_1} \frac{E_{ae}}{\bar{N}_e(E_{ae})}, & E_1 < E_{a1} \end{cases}, \quad /12/$$

где E_{a1} - значения энергии электрона / $i = e$ / или γ -кванта ($i = \gamma$), при котором доля ливня, покидающего радиатор, $\sim 0,5\%$ /оценка получена на основании работ /6,7//.

Величина \bar{N}_1 , согласно /5/, пропорциональна

$$\bar{N}_1(E_1) \sim a_1(E_1) g_1(\lambda_m, t_{mi}) P_i(E_1), \quad /13/$$

где a_1 - эффективность поглощения ливня в радиаторе, g_1 - эффективность собирания света на фотокатод ФЭУ, λ_m - длина вол-

ны, соответствующая положению максимума спектральной чувствительности фотокатода ФЭУ, t_{mi} - глубина слоя вещества в радиаторе, на котором число электронов ливня достигает максимума, P_i - суммарный пробег ливневых заряженных частиц с энергией выше порога черенковского излучения. Величина P_i является практически линейной функцией от энергии $[P_i \approx E_i/E_k^{1/8}/\text{рад.ед.}]$, где E_k - критическая энергия/ для области $E_i > eE_k^{1/8}$. Тогда, принимая во внимание формулу /13/, для ξ_i имеем

$$\xi_i(E_i) \approx \frac{g_i(E_i)}{g_e(E_{ae})} \cdot \frac{E_k}{E_i} \cdot P_i(E_i), \quad E_i < E_{ai} \quad /14/$$

В области $E_i \leq eE_k$ величины $P_i(E_i)$ определялись с помощью формул

$$P_\gamma(E_\gamma) \approx 2P_e(E_\gamma/2), \quad /15/$$

$$P_e(E_e) \approx t_1(E_e, E_\pi) + \int_0^{t_1(E_e, 2E_\pi+m)} dt \int_{2E_\pi}^{E_t-m} 2t_1\left(\frac{\epsilon}{2}, E_\pi\right) \frac{d\epsilon}{\epsilon}, \quad /16/$$

где

$$t_1(E_1, E_2) \approx \ln \frac{E_1 + E_k}{E_2 + E_k} \quad (\text{р.ед.}) \quad /17/$$

- средняя длина пробега электрона от значения энергии E_1 до значения E_2 , E_π - пороговая энергия черенковского излучения, m - масса электрона, $E_t \approx (E_e + E_k)e^{-t} - E_k$ - средняя энергия электрона на глубине t .

Пробег вторичных электронов оценивался по формуле

$$t_1\left(\frac{\epsilon}{2}, E_\pi\right) \approx \frac{0,526}{t_0} \left(\frac{\epsilon}{2} - E_\pi\right) \quad /\text{рад.ед.}/, \quad /18/$$

где t_0 - радиационная длина вещества в г.см⁻².

Формула /18/ получена с помощью эмпирической закономерности для максимального пробега электрона:

$$R_{\max} \approx 0,526 E - 0,24 \quad /\text{г.см}^{-2}/^{1/9}, \quad /19/$$

где E - энергия электрона в МэВ.

Расчеты по формуле /16/ приводят к следующему выражению для $P_e(E_e)$:

$$P_e(E_e) = t_1(E_e, E_\pi) + \frac{0,526}{t_0} \left\{ [(E_e + E_k)(1 - e^{-t_1}) - (E_e + E_k)e^{t_1} - E_k t_1] + [2E_\pi \ln 2E_\pi - (m + 2E_\pi)] t_1 + 2E_\pi \int_{E_e + E_k}^{t_1} \frac{\ln(x - E_k - m)}{x} dx \right\}, \quad /20/$$

где $t_1' = t_1(E_e, 2E_\pi + m)$, t_1 определяется формулой /17/. Коэффициенты g_i определялись с помощью формулы

$$g_i(E_i) \approx \text{const} \cdot e^{K n t_{mi}(E_i)}, \quad /21/$$

где K - коэффициент поглощения света с длиной волны λ_m в радиаторе, n - коэффициент преломления радиатора.

Согласно теории ливней^{/8/}, величина t_{me} равна

$$t_{me} \approx K_1 \left(\frac{E_e}{E_k}\right) \ln \frac{E_e}{E_k}, \quad E_e > eE_k, \quad /22/$$

где $K_1\left(\frac{E_e}{E_k}\right)$ учитывает зависимость коэффициента поглощения фотонов в тяжелых элементах от энергии.

Выражение для $t_{me}(E_e)$ в области $E_e \leq eE_k$ получилось громоздким. Ниже приводится аппроксимирующая функция, которая хорошо описывает $t_{me}(E_e)$ во всей области $E_e > 0,7 E_k$:

$$t_{me} \approx K_1 \left(\frac{E_e}{E_k}\right) \left[\ln \frac{E_e}{E_k} + \frac{2,4}{(E_e/E_k)} - \frac{1,3}{(E_e/E_k)^2} \right]. \quad /23/$$

На основании данных, полученных в работе^{/8/} для свинца, сделана оценка величины $K_1\left(\frac{E_e}{E_k}\right)$ для свинцовых стекол /РВ0 около 50%; критическая энергия $E_k \sim 15$ МэВ/. Результаты приведены в табл.1.

Для области $E_\pi < E_e < 0,7 E_k$

$$t_{me} \approx \frac{1}{2} t_1(E_e, E_\pi) + \frac{1}{\mu} [1 - K_2(E_e)], \quad /24/$$

где $\bar{\mu}$ - среднее значение полного коэффициента поглощения фотонов для интервала $(2E_\pi \div E_e)$, $K_2(E_e) = t_1(E_e, E_\pi)/P_e(E_e)$.

Таблица 1

E_e/E_k / Вещество	1	10	20	30	50	71,5	143
Свинец	1,90	1,76	1,66	1,59	1,47	1,40	1,33
Св.стекло	1,75	1,56	1,44	1,37	1,30	1,28	1,26

Значения K_1 при $E_e/E_k = 1$ определены по формуле

$$K_1 = t_{me}(E_k)/t'_{me}(E_k); \quad t'_{me} = t_{me} \Big|_{\mu=0,773}$$

где t_{me} определяется соотношением /24/.

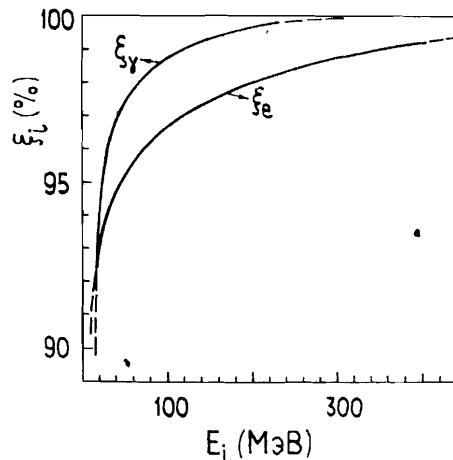
Величина $t_{m\gamma}$ определялась формулой

$$t_{m\gamma}(E_\gamma) = \frac{1}{\mu(E_\gamma)} + t_{me} \left(\frac{E_\gamma}{2} \right). \quad /25/$$

На рис.1 показана зависимость $\xi_i(E_i)$ для γ -спектрометра из свинцового стекла марки ТФ-1 толщиной 14 рад.ед. $\mu/\rho = 1,65$; $K = 0,015$; $E_k \approx 15$ МэВ, $E_{ae} \approx 0,6$ ГэВ/.

В области энергий $\epsilon_i > E_n$ величины $a_i \equiv \epsilon_i [1 - \xi_i(\epsilon_i)]$ являются функциями, слабо зависящими от ϵ_i , что позволяет использовать в расчетах по формуле /7/ следующую аппроксимацию:

$$a_i(\epsilon_i) \approx \begin{cases} \bar{a}_i(E_e), & \bar{a}_i \leq \epsilon_i \leq E_e \\ \epsilon_i, & \epsilon_i \leq \bar{a}_i \end{cases} \quad /26/$$



где $\bar{a}_i(E_e)$ - табулируемые функции, не зависящие от ϵ_i . В случае, представленном на рис.1, для области $E_e \geq 50$ МэВ величина \bar{a}_γ приблизительно постоянна: $\bar{a}_\gamma \approx 1,3$ МэВ. Значения \bar{a}_e для различных E_e приведены в табл.2.

Рис.1. Зависимость $\xi_i(E_i)$ для γ -спектрометра с радиатором из стекла ТФ-1 длиной 14 рад.ед.

Таблица 2

E_e , МэВ	50	100	150	≥ 200
\bar{a}_e , МэВ	1,5	2,2	2,7	~ 3

Расчеты по формуле /7/ с использованием аппроксимации /26/ приводят к следующим выражениям для ΔE_γ и ΔE_p :

$$\Delta E_\gamma(E_e, t) = \frac{\bar{a}_\gamma}{\mu} \left[(1 - e^{-\mu t}) \left(1 + \ln \frac{E_e}{\bar{a}_\gamma} - \frac{1}{\mu} \right) + t e^{-\mu t} \right];$$

$$\Delta E_p(E_e, t) = 2\bar{a}_e \left(\frac{\mu}{\mu+1} e^{-t} + \frac{e^{-\mu t}}{\mu+1} - 1 \right) + [\ln(E_e/2\bar{a}_e) - t] \times \quad /27/$$

$$\times \left[\frac{2}{3} F t^3 + H \left(\frac{t^2}{2} + (2\bar{a}_e - \frac{H}{\mu}) \left(t - \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu} \right) \right) \right], \quad /28/$$

где

$$F = L t_0 + \bar{a}_\gamma, \quad /29/$$

$$H = F \left[\ln(2E_e \bar{a}_e) - t - \frac{4}{\mu} \right] + 2L t_0 (B - C - 1,26) + 2\bar{a}_\gamma (1 - \ln 2\bar{a}_\gamma), \quad /30/$$

t_0 - радиационная длина вещества в $г/см^2$, величины \bar{a}_e , \bar{a}_γ и E_e измеряются в МэВ, t - в рад.ед.

Для легких элементов формулы /27/, /28/ справедливы во всей рабочей области энергий для данного спектрометра. Для тяжелых элементов коэффициент поглощения фотонов $\mu(\epsilon)$ может существенно отличаться от предельного значения $\mu \approx 0,773$. В этом случае величина μ заменяется приближенным выражением:

$$\langle \mu \rangle \approx \mu / [2K_1(E_e) - 1], \quad /31/$$

где K_1 определена в формуле /22/ /см. также табл.1/.

3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

На рис.2 показана зависимость амплитуды сигнала $A = 1 - \Delta E_{\Phi\Phi}^3(E_e, t)/E_e$ от толщины t медного /рис.2а/ и свинцового /рис.2б/ конвертора. Расчеты производились для γ -спектрометра из свинцового стекла марки ТФ-1 с длиной радиатора 14 рад.ед.^{/2/}

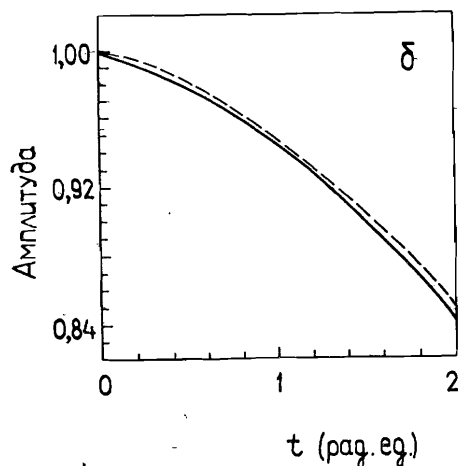
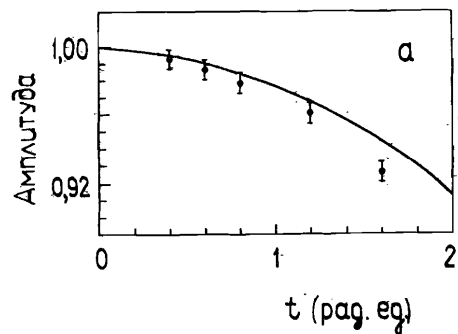


Рис.2. Зависимость амплитуды сигнала $A(t) = 1 - \Delta E_e^{\text{эфф}}(E_e, t)/E_e$ черенковского γ -спектрометра от толщины t /в рад.ед./ медного /а/ и свинцового /б/ конверторов: \bar{t} - экспериментальные данные для $E_e = 3,26$ ГэВ^{2/2}; ---- - экспериментальные данные для $E_e = 1$ ГэВ, аппроксимированные формулой $\Delta E = 1,8 t^{1,5} \sqrt{E_e - 150}$, где E_e выражается в МэВ^{3/3}; — - расчет по формуле /3/.

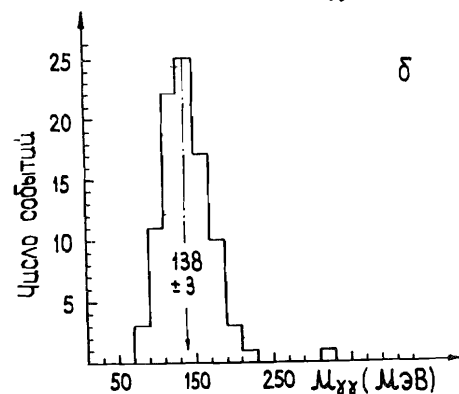
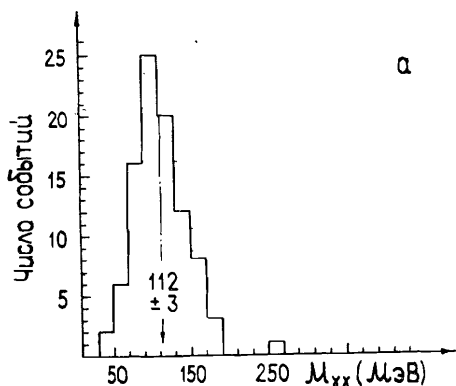


Рис.3. Спектры эффективных масс двух γ -квантов от распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$: без поправок на энергетические потери /а/, и после введения поправок с помощью формулы /2/ /б/.

($\bar{a}_e \approx 3$ МэВ; $\bar{a}_\gamma \approx 1,3$ МэВ; рис.2а/ и для спектрометра из стекла SF-5 с длиной радиатора 15 рад.ед.^{3/3} /а_e ≈ 9 МэВ; $\bar{a}_\gamma = 4$ МэВ; рис.2б/. Из сравнения с экспериментальными данными, представ-

ленными на том же рисунке, видно согласие расчета с экспериментом.

На рис.3 представлены спектры эффективных масс двух γ -квантов до /рис.3а/ и после /рис.3б/ введения поправок на энергетические потери. Гамма-кванты, образованные в реакции $\pi^- + C^{12} \rightarrow \pi^0/180^\circ/ + X$ при $P_{\pi^-} = 3,81$ ГэВ/с регистрировались с помощью 90-канального масс-спектрометра ЛВЭ ОИЯИ /установка "Фотон" /2/ /.

Суммарная толщина медных конверторов, расположенных перед спектрометрами, $t \approx 1,2$ рад.ед. Из рисунка видно, что после введения поправок среднее значение эффективной массы довольно хорошо согласуется с табличным значением массы π^0 -мезона.

Приведем в заключение формулы, описывающие эффективные потери энергии электронов и γ -квантов, регистрируемых γ -спектрометрами полного поглощения:

$$\Delta E_\gamma^{\text{эфф}}(E_\gamma, t) \approx 2 \Delta E_e^{\text{эфф}}\left(\frac{E_\gamma}{2}, t - t_x\right); \quad /32/$$

$$\Delta E_e^{\text{эфф}}(E_e, t) \approx \Delta E_{\text{ион}} + \Delta E_\gamma + \Delta E_p + \bar{a}_e(E_e, t); \quad /33/$$

где $E_e(\gamma)$ - энергия регистрируемого электрона / γ -кванта/ в МэВ, t - толщина вещества в рад.ед., t_x - координата точки конверсии γ -кванта,

$$\Delta E_{\text{ион}} \approx L t_0 t (B - C - 0,57 + \ln E_e) \quad /34/$$

- ионизационные потери электрона, L , B и C - постоянные для данного вещества^{4/4}, t_0 - радиационная длина вещества в г.см,

$$\Delta E_\gamma \approx \frac{\bar{a}_\gamma}{\mu} \left[(1 - e^{-\mu t}) \left(1 + \ln \frac{E_e}{\bar{a}_\gamma} - \frac{1}{\mu} \right) + t e^{-\mu t} \right]; \quad /35/$$

$$\Delta E_p \approx 2 \bar{a}_e \left(\frac{\mu}{\mu + 1} e^t + \frac{e^{-\mu t}}{\mu + 1} - 1 \right) + \left[\ln(E_e / 2 \bar{a}_e) - t \right] \left[\frac{2}{3} F t^3 + \mathcal{H} \left(\frac{t^2}{2} + \left(t - \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu} \right) (2 \bar{a}_e - \frac{\mathcal{H}}{\mu}) \right) \right]; \quad /36/$$

$$\mathcal{H} = 2 L t_0 (B - C - 1,26) + F \left[\ln(2 E_e \bar{a}_e) - t - \frac{4}{\mu} \right] + 2 \bar{a}_\gamma (1 - \ln 2 \bar{a}_\gamma); \quad /37/$$

$$F = L t_0 + \bar{a}_\gamma; \quad /38/$$

μ - полный коэффициент поглощения фотонов в веществе /рад.ед.⁻¹ /, величины \bar{a}_e и \bar{a}_γ /формула /26// учитывают нелинейность γ -спектрометра из-за поглощения света в радиаторе, $E_t \approx E_e e^{-t}$ - энергия электрона на глубине t . Для тяжелых элементов величина $\mu \approx 0,773$ заменяется выражением $\mu/[2K_1(E_e) - 1]$, где K_1 определена в формуле /22/. Значения $K_1(E_e)$ для различных E_e приведены в табл.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зрелов В.П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, ч.2, 1968.
2. Astvatsaturov R.G. et al. - Nucl.Inst.Meth., 1979, 163, p.343.
3. Holder M. et al. - Nucl.Inst.Meth., 1973, 108, p.541.
4. Хаякава С. Физика космических лучей. М.: Мир, ч.1, 1973.
5. Grushin V.F., Leikin E.M. - Nucl.Inst.Meth., 1964, 30, p.341.
6. Azimov M.A., Pantuev V.S., Khachaturian M.N. - Nucl.Inst.Meth., 1966, 39, p.325.
7. Прокошкин Ю.Д., Тан-Сяо-вэй. - ЖЭТФ, 1959, 36, з.10.
8. Беленький С.З. Лавинные процессы в космических лучах. М.: Гостехиздат, 1948.
9. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. М.: Наука, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1987 года.

Абраамян Х.У. и др.

P1-87-853

Восстановление энергии электронов и гамма-квантов в гамма-спектрометре полного поглощения

Получена формула, позволяющая вычислять потери энергии в веществе, расположенном перед гамма-спектрометром полного поглощения при измерении энергий электронов и гамма-квантов. Формула учитывает также нелинейность гамма-спектрометра к низкоэнергетическим электронам и гамма-квантам.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Abraamian Kh.U. et al.

P1-87-853

Reproduction of Electron and Gamma-Quantum Energy in Total Absorption Gamma-Spectrometer

The formula allowing one to calculate energy losses in the matter, placed in front of a total absorption γ -spectrometer, in the measurement of electron and γ -quantum energies, has been derived. The formula also takes into account nonlinearity of the γ -spectrometer to low-energy electrons and γ -quanta.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987