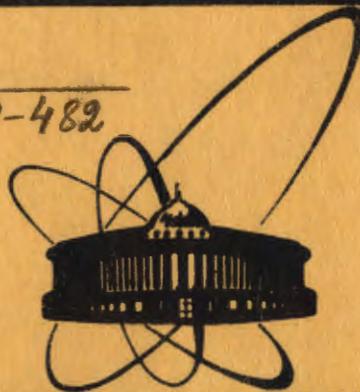


86-810



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

P1-86-810 *e+*

Б.Словинский, Д.Чижевска<sup>1</sup>, Г.Енджеец<sup>2</sup>,  
Р.Висьневский<sup>3</sup>

ПОПЕРЕЧНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ  
ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ  
В ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛАВИНАХ,  
ИНИЦИИРУЕМЫХ ГАММА-КВАНТАМИ  
С ЭНЕРГИЕЙ  $E_{\gamma} = 200 \div 3500$  МэВ

<sup>1</sup> Институт ядерных проблем, Варшава

<sup>2</sup> Институт атомной энергии, Варшава

<sup>3</sup> Институт физики Варшавского политехнического  
института

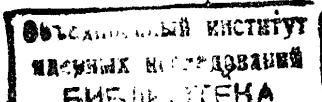
1986

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Электронно-фотонные ливни /ЭФЛ/, вызываемые гамма-квантами /ГК/ достаточно больших энергий ( $E_\gamma \geq 100$  МэВ), развиваются преимущественно вдоль направления импульса первичного ГК /далее: ось развития ливня - ОР/. На основании ранее полученных нами экспериментальных данных /<sup>1-3/</sup> можно оценить отношение средних поперечных размеров ливня /т.е. в направлении, перпендикулярном к ОР/ к его средней продольной длине развития /т.е. вдоль ОР/. Оно составляет примерно 0,25 при  $E_\gamma = 100$  МэВ и уменьшается до ~0,1, когда  $E_\gamma \approx 3000$  МэВ. Поэтому для детектирования жестких ГК основное значение имеют продольные размеры ЭФЛ. Вместе с тем при исследовании множественного образования гамма-квантов высоких энергий, когда создаваемые ими лавины могут частично перекрываться, чтобы надежно определить энергию ГК, необходимо знать поперечную структуру ливней. Более того, так как продольные размеры детекторов жесткого гамма-излучения ограничены ( $\leq 5-10$  рад.ед.), и, следовательно, начиная с некоторого значения энергии  $E_\gamma$  гамма-кванта, внутри регистрирующего объема детектора в среднем статистически умещается лишь часть созданного им ливня, информация о поперечных размерах ЭФЛ может существенно помочь оценить величину  $E_\gamma$ . В области же сверхвысоких энергий энергию гамма-квантов можно будет восстановить практически лишь на основании данных о поперечной структуре образованных ими лавин.

В наших более ранних работах /<sup>1-3/</sup> были получены первые количественные результаты о поперечном распределении средних ионизационных потерь /СИП/ ливневых электронов и позитронов /далее: электронов/ в ЭФЛ, создаваемых ГК с энергией  $E_\gamma = 60-3000$  МэВ. В качестве исходного экспериментального материала использовались снимки с 26 л ксеноновой пузырьковой камеры /КПК/ОИЯИ/ /<sup>4/</sup> и 180 л КПК ИТЭФ /Москва/ /<sup>5/</sup>. Измерялись суммарные пробеги /СП/,  $\Delta \Sigma r(E_\gamma, t, p) / \Delta t \Delta p$ , ливневых электронов, наблюдаемые внутри прямоугольников с координатами  $(t, t + \Delta t)$  вдоль ОР и  $(p, p + \Delta p)$  перпендикулярно к ОР, в плоскости проекции снимка. Как было показано путем моделирования на ЭВМ электромагнитного каскадного процесса /<sup>6/</sup>, СП пропорциональны соответствующим ионизационным потерям /ИП/,  $\Delta \Sigma e(E_\gamma, t, p) / \Delta t \Delta p$ , т.е.

$$f_p^*(E_\gamma, p | t) \equiv \frac{\Delta \Sigma e(E_\gamma, t, p)}{\Delta t \Delta p} = \eta_{t, p} \cdot \frac{\Delta \Sigma r(E_\gamma, t, p)}{\Delta t \Delta p}, \quad /1/$$



Где  $\eta_{t,p}$  - коэффициент пропорциональности, который с точностью до нескольких процентов не зависит ни от  $E_\gamma$ , ни от координат  $(t, p)$ . При расчетах было принято, что  $\Delta t = 2\Delta p \approx 0,6$  рад.ед. С учетом коэффициента увеличения проекции изображения ЭФЛ в плоскости экрана и в пределе достаточно больших размеров клетки растра ( $\Delta t \geq t$  и  $\Delta p \geq p$ ) соотношение /1/ переходит в соотношение между суммарным пробегом ливневых электронов  $\Sigma R$  и энергией  $E_\gamma$  ГК, инициирующего лавину /7,8/ :

$$E_\gamma = a \cdot \Sigma R,$$

/2/

где  $a = 0,59 \pm 0,02$  МэВ/мм.

Из условий наблюдения изображения следов электронов ливня в плоскости экрана вытекает следующее соотношение между плотностью вероятности СИП,  $f_p(E_\gamma, p|t)$ , определенной в плоскости проекции, и соответствующим распределением вероятности СИП  $F_p(E_\gamma, p|t)$  внутри кольца объемом  $\Delta V = 2\pi\rho\Delta p\Delta t$  /8/:

$$f_p(E_\gamma, p|t) = 2 \int_0^\infty F_p(E_\gamma, \rho|t) \frac{d\rho}{\sqrt{1 - (\rho/p)^2}}, \quad /3/$$

где длина  $\rho$  радиуса-вектора в плоскости, перпендикулярной к ОР, отсчитывается от ОР. Величины  $f_p$  и  $F_p$  записаны в виде условных вероятностей, что позволяет естественным образом представить пространственное распределение СИП в ливнях /2/. Таким образом, если аппроксимировать СИП, измеренные в плоскости снимка КПК функцией  $f_p^*(E_\gamma, p|t)$ , то искомое распределение СИП, содержащее полную информацию о поперечной структуре ЭФЛ, можно получить как решение интегрального уравнения /3/.

В настоящей работе приведены результаты исследования поперечного распределения ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, создаваемых гамма-квантами с энергией  $E_\gamma = 200 \pm 3500$  МэВ и зарегистрированных на снимках со 180 л КПК ИТЭФ /Москва/. Камера была облучена  $\pi^-$ -мезонами с импульсом 3,5 ГэВ/с.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

При просмотре стереофотографий 180 л КПК отбирались случаи ЭФЛ, вызванные ГК с энергией  $E_\gamma$ , заключенной в шести интервалах значений, которые указаны в таблице. Энергия  $E_\gamma$  определялась по суммарному пробегу ливневых электронов /2/. Аналогично, как и ранее /6/, в каждом случае измерялись: 1/ потенциальные длины развития  $L_{rot}$ , отсчитываемые от точки конверсии первичного ГК, вдоль ОР, до конца регистрирующего объема камеры; 2/ максимальные длины развития ливней  $t_{max}$ , т.е. расстояние от точки конверсии первичного ГК до наблюдаемого конца лавины, вдоль ОР.

Таблица

Числа  $N_\gamma$  отобранных случаев ливней, вызванных гамма-квантами с энергией  $E_\gamma$ .  $\Delta E_\gamma$  - ширина энергетического интервала.  $t_{max}^*$  ( $E_\gamma$ ) - наибольшая для выборки событий ЭФЛ наблюдаемая длина развития ливней.  $N_\gamma^*$  - числа случаев лавин, которые удовлетворяют условию /4/.

$E_\gamma + \Delta E_\gamma$ /МэВ/	210 +20	310 +30	555 +55	1125 +125	2125 +125	3375 +125
$N_\gamma$	35	36	97	158	52	38
$t_{max}^*$ /рад.ед./	12	16	20	20	21	24
$N_\gamma^*$	33	32	49	75	20	8

Поскольку размеры 180 л КПК ИТЭФ, особенно ее продольные размеры, достаточно велики /25,7 × 11 × 10 рад.ед.<sup>3</sup>/, то выборка случаев лавин, для которых выполняется условие

$$L_{rot}(E_\gamma) \geq t_{max}^*(E_\gamma), \quad /4/$$

в значительно меньшей степени подвержена возможным искажениям, связанным с ограниченными размерами детектора. Здесь  $t_{max}^*(E_\gamma)$  означает наибольшее для выборки значение  $t_{max}$ , соответствующее данной энергии  $E_\gamma$ . Числа  $N_\gamma$  отобранных ливней и числа  $N_\gamma^*$  тех из них, которые удовлетворяют условию /4/, приведены в таблице. Там же даны значения  $t_{max}^*(E_\gamma)$ .

Во всех тех случаях ЭФЛ, для которых справедливо условие /4/, были измерены в плоскости экрана, как ранее /1-3,6/, суммарные пробеги ливневых электронов,  $\Delta \Sigma r(E_\gamma, t, p)/\Delta t \Delta p$ , причем  $\Delta t = 2\Delta p = 0,6$  рад.ед. /6/. Минимальное значение длины проекции пробега ливневых электронов, различаемых на снимках, соответствует пороговой энергии их регистрации  $E_0 = 0 \pm 1,5$  МэВ. Как уже упоминалось, СП с точностью до нескольких процентов отображают ионизационные потери ливневых электронов,  $f_p^*(E_\gamma, p|t) = \Delta \Sigma e(E_\gamma, t, p)/\Delta t \Delta p$ , внутри параллелепипеда, перпендикулярного к плоскости проекции, ребра которого пересекают эту плоскость в точках  $(p; p + \Delta p)$  в направлении, перпендикулярном к ОР и  $(t; t + \Delta t)$  вдоль ОР.

## 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИП В ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИИ

На рис. 1-6 показаны распределения СИП,  $\Delta \Sigma e(E_\gamma, t, p)/\Delta t \Delta p$ , в ЭФЛ, вызванных ГК с энергией  $E_\gamma$ , наблюдавшиеся в плоскости про-

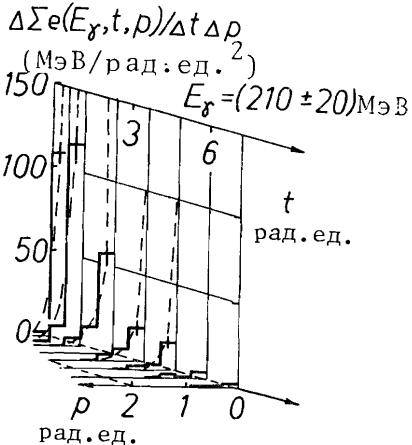


Рис. 1. Распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов в плоскости проекции. Глубина  $t$  развития лавины отсчитывается от точки конверсии гамма-квантов, инициирующих ливни, и направлена вдоль оси развития ЭФЛ. Координата  $p$  направлена перпендикулярно к ОР. Ливни вызваны гамма-квантами с энергией  $E_\gamma = 210$  МэВ в жидком ксеноне. Ширина энергетического интервала выборки случаев ЭФЛ  $\Delta E_\gamma = \pm 20$  МэВ.

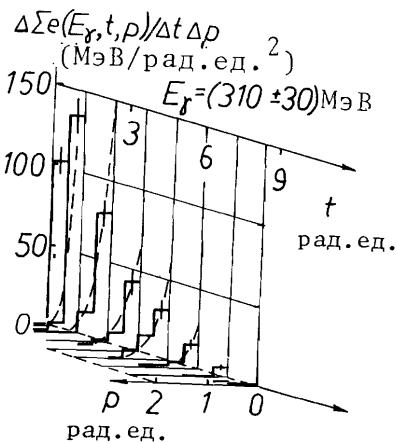


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для  $E_\gamma = /310 \pm 30/$  МэВ.

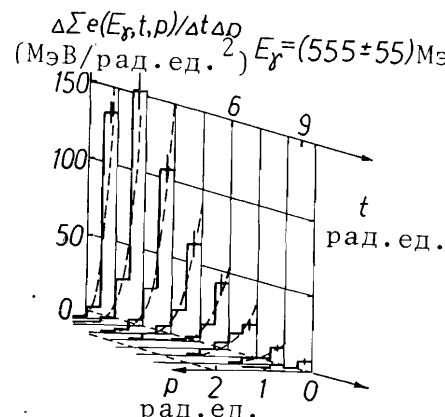


Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для  $E_\gamma = /555 \pm 55/$  МэВ.

екции внутри клеток растра с координатами вершин  $(p; p + \Delta p)$  и  $(t; t + \Delta t)$ . Все эти распределения удовлетворительно описываются функцией

$$f_p^*(E_\gamma, p | t) \sim \exp(-p / \bar{p}),$$

/5/

где параметр  $\bar{p}$  может, в принципе, зависеть от  $E_\gamma$  и  $t$ .

На рис. 7 приведены значения параметров  $\bar{p}$  функции /5/ при разных глубинах  $t$  развития ливней, для всех шести значений энер-

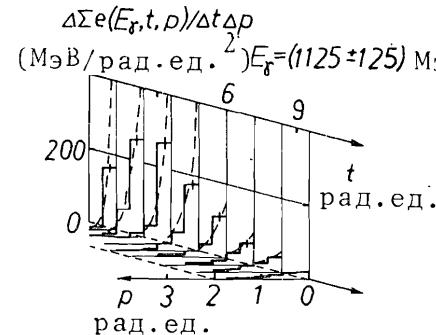


Рис. 4. То же, что на рис. 1, но для  $E_\gamma = /1125 \pm 125/$  МэВ.

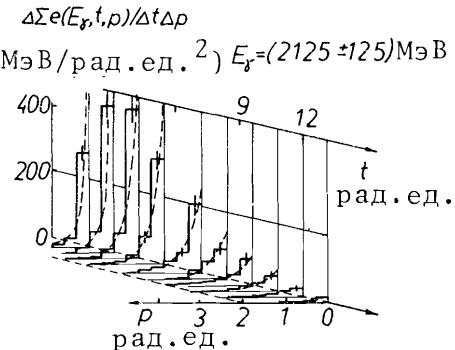


Рис. 5. То же, что на рис. 1, но для  $E_\gamma = /2125 \pm 125/$  МэВ.

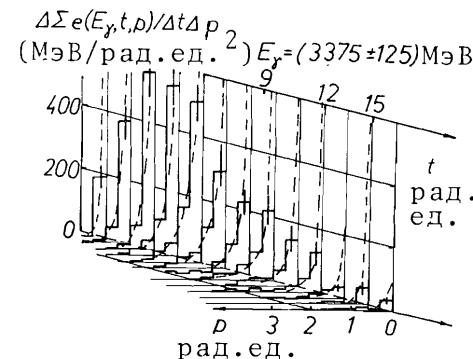


Рис. 6. То же, что на рис. 1, но для  $E_\gamma = /3375 \pm 125/$  МэВ.

$$\bar{p}_0 = \frac{\sum_{i=1}^6 \bar{p}_i / (\delta \bar{p}_i)^2}{\sum_{i=1}^6 1 / (\delta \bar{p}_i)^2}.$$

Зависимость  $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(t)$  изображена на рис. 8. Ее можно представить в виде простейшей аппроксимирующей формулы:

$$\bar{p}_0 = \alpha + \beta t,$$

где  $\alpha = /4,60 \pm 0,36/ \cdot 10^{-2}$  рад.ед.,  $\beta = /4,50 \pm 0,14/ \cdot 10^{-2}$  рад.ед.,  $\chi^2_{22} / 22 \approx 17,5 / 22$ .

/6/

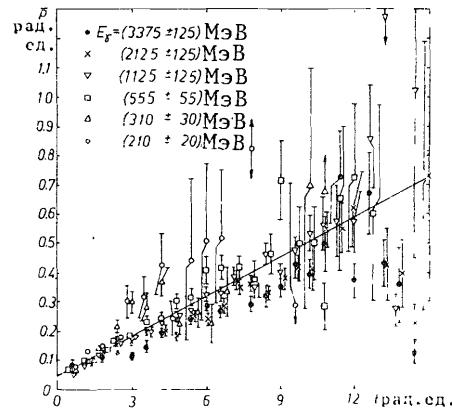


Рис. 7. Зависимость от глубины  $t$  развития ливня параметров функции /8/ распределения вероятности средних ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией  $E_\gamma$ . Прямая линия соответствует аппроксимации зависимости от  $t$  параметра  $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(t)$ , усредненного по энергии  $E_\gamma$ .

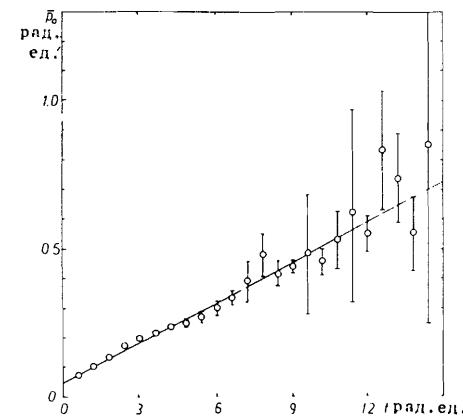


Рис. 8. То же, что на рис. 7, но кружки соответствуют средним взвешенным по  $E_\gamma$  значениям параметра  $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(t)$ .

Таким образом, если вместо СИП /1/ рассматривать, как ранее /1-3/, функцию плотности вероятности попечного распределения СИП в плоскости проекции, т.е.

$$f_p(E_\gamma, p | t) = \frac{1}{\bar{p}_0(t)} e^{-p/\bar{p}_0(t)}, \quad /8/$$

где  $\bar{p}_0(t)$  дается формулой /7/, то распределение плотности вероятности СИП,  $F_p(E_\gamma; p | t)$ , в плоскости, перпендикулярной к  $OP$ , можно получить, решив уравнение /3/.

#### 4. ПОПЕРЕЧНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИП

Было показано /1/, что путем подстановки  $x = l/p$ ,  $z = l/\rho$

$$\eta(x) = f_p(E_\gamma, x^{-1} | t), \quad /9/$$

и

$$u(z) = \frac{2}{z^2} F_p(E_\gamma, z^{-1} | t) \quad /10/$$

уравнение /3/ можно свести к уравнению

$$\eta(x) = \int_0^x u(z) \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2/x^2}}, \quad /11/$$

решение которого имеет вид /9/:

$$u(z) = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ \frac{\eta(x)}{x} \right]_0 + z \int_0^z \frac{d}{dx} \left[ \frac{\eta(x)}{x} \right] \frac{dx}{\sqrt{z^2 - x^2}} \right\}. \quad /12/$$

Здесь  $\left[ \frac{\eta(x)}{x} \right]_0$  означает, что выражение в скобках берется в точке  $x = 0$ . Поскольку поперечное распределение СИП в плоскости экрана имеет вид /8/, то  $\left[ \frac{\eta(x)}{x} \right]_0 = 0$ . Следовательно, из /12/, /8/ и /10/ получаем

$$\begin{aligned} F_p(E_\gamma, \rho | t) &= \frac{1}{\pi \rho^2 \bar{p}_0^2} \int_{\rho}^{\infty} e^{-p/\bar{p}_0} \left( \frac{p}{\bar{p}_0} - 1 \right) \frac{p dp}{\sqrt{\frac{p^2}{\rho^2} - 1}} = \\ &= \frac{1}{\pi \rho \bar{p}_0^2} \int_{\rho}^{\infty} e^{-p/\bar{p}_0} \left( \frac{p}{\bar{p}_0} - 2 \right) \sqrt{\frac{p^2}{\rho^2} - 1} \cdot dp. \end{aligned} \quad /13/$$

Видно, что величина  $F_p$  не зависит от  $E_\gamma$ , а ее условная зависимость от  $t$  содержится в параметре  $\bar{p}_0$  /7/. Конкретный вид функции условной вероятности  $F_p$  можно получить путем численного интегрирования формулы /13/. При этом достаточно ограничиться интервалом значений  $\rho \leq 5\bar{p}_0/t$ , т.е. до ~4 рад.ед., рис. 8/.

Интересно отметить, что если в качестве распределения СИП в плоскости экрана взять, как ранее /1-3/, функцию Гаусса:

$$f_p(E_\gamma, p | t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-p^2/2\sigma^2}, \quad /14/$$

то из /9/-/12/ легко получить соответствующее аналитическое выражение для функции  $F_p$ , которое тоже имеет вид нормального распределения:

$$F_p(E_\gamma, \rho | t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\rho^2/2\sigma^2}, \quad /15/$$

где параметр  $\sigma$  определяется в результате статистического анализа экспериментальных данных. Однако выполненный нами в данной работе анализ показал, что более предпочтительной функцией, аппроксимирующей измеренные ионизационные потери ливневых электронов, является экспоненциальное распределение /8/.

## 5. ВЫВОДЫ

Полученные в настоящей работе результаты исследования ионизационных потерь электронов в ливнях, вызванных гамма-квантами с энергией  $E_y = 200 \div 3500$  МэВ в жидким ксеноне, можно суммировать в виде следующих выводов:

1. Распределение  $f_p(E_y, p|t)$  плотности вероятности средних ионизационных потерь ливневых электронов в направлении, перпендикулярном к оси развития ливня, удовлетворительно описывается экспоненциальной функцией /8/, где параметр  $\bar{r}_0$  зависит от глубины  $t$  развития ливня. Это распределение относится к плоскости проекции, в которой лежит ось развития лавины.

2. Параметр  $\bar{r}_0$  практически не зависит от энергии  $E_y$ , а его зависимость от глубины  $t$  развития ливня можно аппроксимировать линейной функцией /7/.

3. Распределение  $F_p(E_y, p|t)$  плотности вероятности средних ионизационных потерь ливневых электронов в плоскости, перпендикулярной к оси развития лавины, выражается формулой /13/. Оно относится к элементу объема  $\Delta V = 2\pi r \Delta p \Delta t$ , где  $r$  - длина радиуса-вектора, отсчитываемая от оси развития ливня.

В заключение авторы выражают благодарность директору ЛВТА М.Г.Мещерякову за постоянный интерес к работе и поддержку, а также Л.Н.Голубевой и З.Лонцкой за помощь при измерениях и кодировании числового материала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Словинский Б., Чай В. - Изв.АН СССР, сер.физ., 1981, т.45, вып.7, с.1230.
2. Словинский Б. - В кн.: Математическое моделирование в ядерно-физическисх исследованиях. ОИЯИ, Д10,11-81-622, Дубна, 1981, с.178.
3. Słowiński B. et al. - JINR, E1-84-418, Dubna, 1984.
4. Kanarek T. et al. - Intern. Conf. on High Energy Accelerat. and Instrument., CERN, Geneva, 1958, p.508.
5. Кузнецов Е.В. и др. - ПТЭ, 1970, 2, с.56.
6. Словинский Б. и др. - ОИЯИ, Р1-86-809, Дубна, 1986.
7. Коновалова Л.П. и др. - ОИЯИ, Р-700, Дубна, 1961; ПТЭ, 1961, 6, с.216.
8. Борковский М.Я., Круглов С.П. - Препринт ЛИЯФ АН СССР №184, Л., 1975.
9. Rust W.M. (Jr.). - Amer.J. of Math., 1932, Vol.54, p.190.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 декабря 1986 года.

Словинский Б. и др.

P1-86-810

Поперечное распределение ионизационных

потерь в электронно-фотонных лавинах,

инициируемых гамма-квантами с энергией  $E_y = 200 \div 3500$  МэВ

Выполнены измерения ионизационных потерь энергии /ИП/ электронов и позитронов в электронно-фотонных лавинах, вызванных гамма-квантами с энергией  $E_y = 200 \div 3500$  МэВ в жидким ксеноне. В результате проведенного статистического анализа экспериментальных данных получены простые выражения, аппроксимирующие распределение средних ИП в направлении, перпендикулярном к оси развития ливня. Источником экспериментального материала были снимки 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры ИТЭФ/Москва/, облученной  $\pi^-$ -мезонами с импульсом 3,5 ГэВ/с.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ и в Институте физики Варшавского политехнического института.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Słowiński B. et al.

P1-86-810

Lateral Distribution of Ionization Losses  
in Electromagnetic Showers Initiated by Gamma-Quanta  
with the  $E_y = 200 \div 3500$  MeV Energy

The measurements of ionization losses (IL) of electron and positron energy in electromagnetic showers initiated by gamma-quanta with the  $E_y = 200 \div 3500$  MeV energy in liquid xenon has been performed. Simple formulae approximating experimental data concerning average lateral IL are obtained. As a source of experimental material pictures of the 180 liter xenon bubble chamber (ITEP, Moscow) exposed in a beam of  $\pi^-$  mesons with the 3.5 GeV/c momentum are used.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR and at the Institute of Physics of the Warsaw Technical University.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986