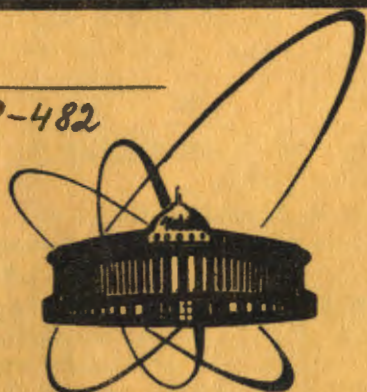


86-809

C-482



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P1-86-809 $e+$

Б.Словинский, Д.Чижевска¹, Г.Енджеец,²
В.Чай³, Р.Висьневский⁴

ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ
В ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛИВНЯХ,
ВЫЗВАННЫХ ГАММА-КВАНТАМИ
С ЭНЕРГИЕЙ $E_{\gamma} = 200:3500$ МэВ

¹ Институт ядерных проблем, Варшава

² Институт атомной энергии, Варшава

³ Варшавский политехнический институт

⁴ Институт физики Варшавского политехнического
института

1986

1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальная информация о структуре электронно-фотонных ливней (ЭФЛ), вызываемых гамма-квантами (ГК) высоких энергий ($E_\gamma \geq 100$ МэВ) в достаточно плотных поглотителях, представляет в настоящее время большой интерес, главным образом с методической точки зрения, так как в ряде физических и прикладных задач возникает необходимость все более точно определять энергию жесткого электромагнитного излучения. При этом далеко не всегда можно получить дополнительную информацию об источнике регистрируемых ГК (как, например, в случае распада π^0 - и η^0 -мезонов на 2 ГК), или же провести калибровочные измерения. Вместе с тем экспериментальные данные об ЭФЛ целесообразно иметь в компактном виде, пригодном для практических применений, в особенности, в виде достаточно простых и надежных аппроксимирующих формул, содержащих минимальное число параметров, зависимость которых от энергии E_γ прослеживается достаточно четко в достаточно широком энергетическом интервале.

В наших более ранних работах ^{/1-3/} были получены формулы такого рода, описывающие продольное и поперечное развитие ливней. Было установлено, в частности, что средние ионизационные потери энергии (СИП) ливневых электронов и позитронов (далее: электронов), выделяемые в слое вещества толщиной Δt , вдоль оси развития ливня (ОР)*, удовлетворительно отображаются гауссо-подобным распределением:

$$\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, E_0, t)}{\Delta t} = A_0 t^{A_1} \exp \{- [t - A_3]^2 / A_2 \}, \quad (1)$$

где численные значения коэффициентов A_i ($i = 0 \div 3$) определяются из экспериментальных данных. Энергия обрезания ливневых электронов, $E_0 = 0 \div 1,5$ МэВ, равна пороговой энергии их регистрации; глубина t развития ЭФЛ отсчитывается от точки конверсии первичного ГК. Другими авторами рассматривались в качестве формул, аппроксимирующих СИП, распределение гамма ^{/4/} и распределение Вейбула ^{/5/}, причем

* ОР направлена вдоль вектора импульса ГК, инициирующего ливень.

в первом случае ^{4/} описывались результаты численного моделирования на ЭВМ электромагнитного каскадного процесса.

В настоящей работе приведены экспериментальные данные, касающиеся зависимости от глубины t средних ионизационных потерь энергии ливневых электронов в ЭФЛ, образованных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 200 \div 3500$ МэВ. Измерения выполнены на снимках 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры (КПК) ИТЭФ ^{6/}, облученной в пучке π^- -мезонов с импульсом 3,5 ГэВ/с. Методика КПК дает возможность не только достаточно детально проследить пространственное распределение ионизационных потерь энергии электронов в отдельных, зарегистрированных камерой случаях ЭФЛ, но и выполнить соответствующие измерения. Кроме этого, 180 л КПК ИТЭФ, размеры регистрирующего объема которой равны $103 * 44 * 40$ см³ (т.е. $\sim 25,7 * 11 * 10$ радиационных единиц³ — рад. ед.), в сравнении с ранее использованной нами 26 л КПК ОИЯИ ^{7/} (размеры регистрирующей области: $\sim 12,5 * 7,5 * 4$ рад. ед.³), позволяет существенно ограничить возможные искажения реальной картины ЭФЛ, связанные с конечными размерами детектора.

2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

При просмотре 150 тыс. стереофотографий 180 л КПК ИТЭФ, облученной π^- -мезонами с импульсом 3,5 ГэВ/с, было отобрано по соответствующим критериям 415 случаев ЭФЛ, суммарные пробеги ΣR ливневых электронов которых содержались в шести интервалах, указанных в табл. 1. Там же приведены числа N_γ ливней, попавших в каждый из этих интервалов, а также средние значения энергии E_γ и ширины ΔE_γ интервалов, причем принято, что ^{8,9/}:

$$E_\gamma = 0,6 \cdot \Sigma R \quad (2)$$

во всей изучаемой области энергий E_γ .

В каждом случае отобранного ливня измерялись в плоскости проекции снимка: потенциальная длина развития L_{pot} , т.е. длина, отсчитываемая от точки конверсии первичного ГК, вдоль ОР, до конца регистрирующего объема камеры, и длина частичных суммарных пробегов $\Delta \Sigma r(E_\gamma, t) / \Delta t$ ливневых электронов, наблюдаемых внутри интервала $(t, t + \Delta t)$.

Численное значение величины интервала Δt было выбрано, как и ранее ^{1/}, таким, чтобы среднее значение относительной ошибки в определении $\Delta \Sigma r(E_\gamma, t)$ было не хуже 20%. Оно равно $\Delta t \approx 0,6$ рад. ед., при среднем увеличении проекции ливня в плоскости экрана 0,9392 (здесь принято, что 1 рад. ед. для жидкого ксенона равна 4 см, в соответствии с экспериментальными данными ^{10/}).

Таблица 1

Числа N_γ отобранных случаев ЭФЛ с суммарным пробегом ливневых электронов ΣR . E_γ и ΔE_γ — энергия и величина интервала энергии первичных гамма-квантов (ГК), вызвавших лавины. L_{pot}^* — минимальная допустимая потенциальная длина развития ливней, N_γ^* — числа случаев ЭФЛ, для которых потенциальная длина развития $L_{pot} \geq L_{pot}^*$. \bar{E}_γ — среднее по выборке случаев ЭФЛ значение энергии первичных ГК.

ΣR (мм)	316-383	466-566	834-1017	1666-2084	3334-3750	5416-5834
$E_\gamma \pm \Delta E_\gamma$ (МэВ)	210±20	310±30	555±55	1125±125	2125±125	3375±125
N_γ	35	36	97	158	52	38
L_{pot}^* (рад. ед.)	12	16	20	20	21	24
N_γ^*	33	32	49	75	20	8
\bar{E}_γ (МэВ)	217±2	320±4	573±5	1161±14	2223±14	3458±31

2.1. Распределение потенциальных длин развития ливней

Чтобы исключить эффект, связанный с ограниченностью размеров детектора, было построено для всей выборки 415 отобранных при просмотре ливней двумерное распределение (L_{pot}, t_{max}) , где t_{max} означает максимальную наблюдаемую на снимке длину развития ливня. Пример такого распределения для четырех интервалов E_γ приведен на рис. 1. Для каждого из шести энергетических интервалов было определено наибольшее по данной выборке значение t_{max}^* . Считая выборки в достаточной мере репрезентативными и случайными, можно утверждать, что выборки ливней, которые удовлетворяют неравенству

$$L_{pot}(E_\gamma) \geq t_{max}^*(E_\gamma), \quad (3)$$

будут меньше всего подвержены эффекту, обусловленному конечной величиной продольных размеров КПК. Числа N_γ^* случаев таких ливней и средние значения энергии \bar{E}_γ вызвавших их ГК для каждого из шести интервалов приведены в табл. 1. Вывод о минимальных возможных

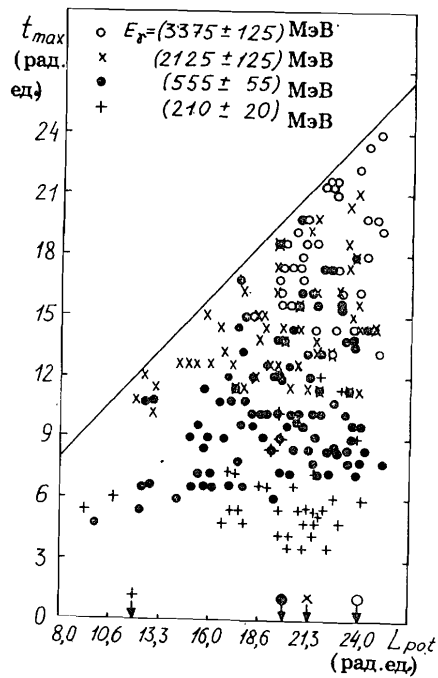


Рис. 1. Двумерные распределения случаев ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ , по максимальной наблюдаемой длине развития t_{\max} и потенциальной длине развития L_{pot} . Прямая соответствует равенству $t_{\max} = L_{\text{pot}}$.

искажениях, вносимых детектором, когда удовлетворено условие (3), подтверждается результатами моделирования на ЭВМ электромагнитных ливней, вызванных фотонами с энергией $(100 \div 5000) \text{ МэВ}^{1/4}$. В этом случае, естественно, обсуждаемый эффект полностью отсутствует. В дальнейшем для анализа продольного развития ЭФЛ приняты лишь те случаи ливней, для которых справедливо условие (3).

2.2. Связь между $\Delta \Sigma t(E_\gamma, t) / \Delta t$ и ионизационными потерями

Вследствие энергетической зависимости ионизационных потерь энергии электронов (ИП), а также тормозного излучения и многократного кулоновского рассеяния, проекция длины пробега ливневого электрона на плоскость снимка лишь приблизительно отражает ИП если, как это имеет место на практике, неизвестна энергия электрона а каждой точке проекции его траектории. Итак, по мере убывания энергии ультрарелятивистских электронов, т.е. в среднем статистически, с увеличением глубины t развития ливня уменьшаются, хотя и медленно (логарифмически), их ИП на единицу длины пробега. Таким образом, если предположить, что имеет место приблизительное равенство между длиной проекции электрона, Δl , в слое поглотителя толщиной Δt и потерями ΔE энергии на ионизацию в этом слое, т.е.

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \eta \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}, \quad (4)$$

где η — постоянная величина, то при более низких энергиях, следовательно, в конце ливня, будет иметь место переоценка ИП. По аналогичным причинам в начале траектории электрона, т.е. в среднем статистически, в начале ЭФЛ произойдет недооценка ИП ливневых электронов.

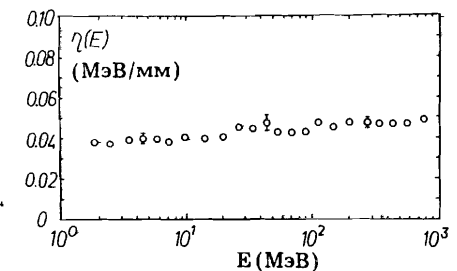
Если к тому же учесть многократное кулоновское рассеяние, которое становится особенно существенным при более низких значениях энергии электронов, то окажется, что соотношение (4) приводит к недооценке ИП в конце их траекторий и, следовательно, в среднем статистически, главным образом в конце ЭФЛ по глубине t развития ливня, а также по мере удаления от ОР лавины. Можно, таким образом, сделать вывод, что логарифмический рост ИП и уменьшение многократного кулоновского рассеяния электронов в среде с увеличением их энергии действуют в противоположные стороны, и простое соотношение (4), весьма удобное на практике, может оказаться справедливым с достаточно хорошей точностью.

Для количественной оценки точности соотношения (4) было промоделировано на ЭВМ 400 траекторий электронов с энергией 1000 МэВ в жидком ксеноне. Учитывались при этом: средние ионизационные потери энергии, средние потери энергии на тормозное излучение и многократное кулоновское рассеяние. Вычислялась зависимость от энергии E коэффициента

$$\eta'(E) = \left(\frac{\Delta E}{\Delta R} \right)_{\text{ion}} \cdot \left\langle \frac{1}{\cos \gamma(E)} \right\rangle, \quad (4')$$

где $(\Delta E / \Delta R)_{\text{ion}}$ — средние ионизационные потери энергии электрона с энергией E на отрезке ΔR его траектории, $\cos \gamma(E) = \Delta l(E) / \Delta R(E)$, $\Delta l(E)$ — проекция ΔR на плоскость снимка, скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по функции распределения угла $\gamma(E)$. При моделировании было принято, что $\Delta R = 0,05$ рад. ед. при $E > 30$ МэВ и $0,025$ рад. ед., когда $E = 1,5 \div 30$ МэВ. Результат показан на рис. 2. Полученную зависимость $\eta' = \eta'(E)$ можно также интерпретировать следующим образом:

Рис. 2. Зависимость среднего значения ионизационных потерь $\eta'(E)$, приходящихся на единицу длины проекции траектории электрона на плоскость снимка.



в ЭФЛ, вызванном гамма-квантом с энергией $E_\gamma \leq E$, наблюдаемые ливневые электроны обладают энергией $E' \in (E_0, E_\gamma)$, и для каждого из них определена величина коэффициента $\eta'(E')$. Можно оценить, как меняется величина $\eta'(E_\gamma)$, усредненная по всем электронам ЭФЛ, с энергией E_γ . С этой целью вычислим так называемый коэффициент вариации:

$$\frac{\sigma_{\eta'}}{\eta'_{\text{эф}}} = \frac{1}{\eta'_{\text{эф}}} \left\{ \int_{E_0}^{E_\gamma} \rho(E_\gamma, E) (\eta' - \eta'_{\text{эф}})^2 dE \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где E_γ

$$\eta'_{\text{эф}} = \int_{E_0}^{E_\gamma} \rho(E_\gamma, E) \cdot \eta'(E) dE, \quad (6)$$

$$\rho(E_\gamma, E) = f_\theta(E_\gamma, E) / \int_{E_0}^{E_\gamma} f_\theta(E_\gamma, E) dE,$$

$f_\theta(E_\gamma, E)$ — так называемый равновесный спектр ливневых электронов, вид которого практически не зависит от E_γ . Нами принято, что ^{11/}

$$f_\theta(E_\gamma, E) \sim \exp[-0,12E]. \quad (7)$$

Поскольку коэффициент η в соотношении (4) равен

$$\eta = \eta' \cdot \eta'', \quad (8)$$

где η'' — постоянная величина, зависящая от условий эксперимента, в частности, от энергии обрезания ливневых электронов, и определяется условием (2), то

$$\sigma_\eta / \eta_{\text{эф}} = \sigma_{\eta'} / \eta'_{\text{эф}}. \quad (9)$$

Для конкретных расчетов зависимость $\eta' = \eta'(E)$ (рис. 2) аппроксимировалась функцией $\eta'(E) = (0,018 \pm 0,004) \ln E + (0,376 \pm 0,010)$. Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения средних эффективных ионизационных потерь ливневых электронов, $\eta_{\text{эф}}$, определенных соотношениями (6) и (8), и коэффициент вариации этих потерь, $\sigma_\eta / \eta_{\text{эф}}$ (формула (9)), соответствующие двум значениям энергии E_γ гамма-квантов, инициирующих ливни

E_γ (МэВ)	$\eta_{\text{эф}}$ (МэВ/мм)	$\sigma_\eta / \eta_{\text{эф}}$
60	0,590	0,030
1000	0,595	0,025

Из полученных данных (табл. 2) вытекает, что линейная зависимость (4), примененная к проекции длин пробега ливневых электронов в ЭФЛ, вызываемых ГК с энергией $E_\gamma = 60 \div 1000$ МэВ, выполняется, в среднем статистически, с точностью не хуже чем 3%, если принять в качестве энергетического спектра всех наблюдаемых электронов лавины равновесный спектр в виде (7).

Однако при исследовании продольного (и поперечного) распределения ионизационных потерь энергии электронов в ЭФЛ путем регистрации проекции их длин пробега необходимо знать энергетическое распределение этих электронов внутри интервалов $(t, t + \Delta t)$ (и $(p, p + \Delta p)$ — в случае поперечного развития ливня). Тогда в предполагаемом линейном соотношении

$$\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t} = \eta_t \cdot \frac{\Delta \Sigma r(E_\gamma, t)}{\Delta t}, \quad (10)$$

где $\Delta \Sigma E(E_\gamma, t) / \Delta t$ — соответствующие ионизационные потери энергии ливневых электронов в интервале $(t, t + \Delta t)$, необходимо определить зависимость от глубины t развития ЭФЛ коэффициента η_t , усредненно-го по энергетическому спектру ливневых электронов в слое $(t, t + \Delta t)$. С этой целью было промоделировано на ЭВМ по 5 случаям электромагнитных каскадных процессов, инициируемых ГК с энергией $E_\gamma = 500; 1000; 1500; 2000; 2500$ и 3000 МэВ в жидком ксеноне.

Моделирование было выполнено в двух упрощенных вариантах. Первый вариант основан на следующих предположениях:

1. Каскадный электромагнитный процесс состоит из трех явлений: образование пар e^+e^- , тормозное излучение и ионизационные потери.
2. Каждый фотон с энергией $E_\gamma \geq 10$ МэВ конвертирует в пару e^+e^- на длине пробега x , разыгрываемой из распределения

$$\phi(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right), \quad (11)$$

где

$$\lambda = 5,2(1 + 13 \cdot E^{-0,7706}) \text{ см}^{1/2}.$$

3. Каждый электрон с энергией $E > 1$ МэВ рассеивается, пройдя расстояние $\Delta R = 0,05$ рад.ед., и испускает вторичный фотон с энергией E , согласно формулам ^{13/}:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta R}\right)_{\text{т.п.}} = \begin{cases} 5 \cdot 10^{-22} n_0 E [\ln(3,91E) - 0,333], & E \leq 18; \\ 1,98 \cdot 10^{-24} n_0 E, & E > 18, \end{cases} \quad (12)$$

где $n_0 = 5,4 \cdot 10^{23}$ электронов/см³.

4. Средние ионизационные потери энергии ливневого электрона с энергией E имеют вид ^{13/}:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta R}\right)_{\text{ион}} = 1,03 \cdot 10^{-24} n_0 \frac{1}{1 - A^2} \left\{ \ln\left(5 \cdot 10^5 \frac{1 - A^2}{A^2} E\right) + A^2 - \ln 2(2A - A^2) \right\}, \quad (13)$$

где $A = 0,511/E$.

5. Полярный θ и азимутальный ϕ углы рассеяния ливневого электрона с энергией E разыгрываются из нормального $N(0, \frac{1}{2}\bar{\theta}^2)$ и равномерного $\phi \in [0, 2\pi]$ распределений, соответственно, причем ^{14/}

$$\bar{\theta}^2 = 0,157 \cdot \frac{z(z+1)}{A} \frac{B}{C^2} \Delta z \cdot \ln \{ 1,13 \cdot 10^4 \frac{z^{4/3}}{A} \cdot \frac{B}{C} \Delta z \}, \quad (14)$$

где $z = 54$, $A = 131$, $B = (E + 0,511)^2$, $C = E(E + 1,022)$, $\Delta z = \Delta R \cdot \langle \cos \theta \rangle$.

6. В пунктах рассеяния электрона и испускания фотона сохраняется полная энергия и импульс.

Второй вариант модели ЭФЛ отличается от первого тем, что ливневый электрон рассеивается в точке испускания ГК, энергия которого разыгрывается из распределения Бете — Гайтлера для сечения процесса радиационных потерь энергии на ядро (например, ^{15/}), а длина пробега электрона до рассеяния вычисляется по формуле (12) (пункт 3). Во втором варианте энергетический спектр ливневых фотонов жестче, чем в первом варианте.

В процессе моделирования вычислялись значения величины

$$\eta_{t,p}(E_\gamma, t, p) = \frac{\sum E(E_\gamma, t, p)}{\sum r(E_\gamma, t, p)}, \quad (15)$$

относящиеся к клеткам с координатами $(t, t + \Delta t)$ и $(p, p + \Delta p)$ в плоскости проекции. Очевидно, что коэффициент η_t в соотношении (10) можно получить из (15) путем усреднения по параметру p :

$$\eta_t = \langle \eta_{t,p}(E_\gamma, t, p) \rangle_p \quad (16)$$

Было установлено, что при достигнутой статистической точности результатов величина $\eta_{t,p}$, определенная равенством (15), практически не зависит ни от энергии E_γ , ни от координат (t, p) . Численные значения коэффициента η_t , отнормированные аналогично как $\eta_{\text{эф}}$, с учетом множителя k , определяющего условия эксперимента, т.е.

$$\eta_t^{\text{эф}} = k \cdot \eta_t, \quad (17)$$

приведены в табл. 3 ($k \approx 1,71$) для интервала значений $t \leq 4,2$ рад.ед. и шести значений энергии E_γ .

На основании полученных данных можно сделать следующие выводы: во-первых, коэффициент η_t в уравнении (10) не проявляет зависимости ни от глубины t развития ливней, ни от энергии E_γ ГК, вызвавших эти лавины, и, следовательно, может считаться постоянной величиной; во-вторых, численные значения коэффициента $\eta_{t,p}$ в (15) и, тем более, коэффициента η_t не зависят от конкретного варианта модели электромагнитного каскадного процесса, по которой выполняются расчеты.

Таблица 3

Численные значения эффективных ионизационных потерь ливневых электронов, $\eta_t^{\text{эф}}$, наблюдаемых в интервале $(t, t + \Delta t)$ в ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. Результаты получены путем моделирования ЭФЛ на ЭВМ. Величина $\eta_t^{\text{эф}}$ определена соотношениями (10), (15) · (17)

0,6t рад.ед. E_γ (МэВ)	Среднее						
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
500	0,59 ± 0,02	0,60 ± 0,01	0,60 ± 0,04	0,56 ± 0,02	0,60 ± 0,03	0,56 ± 0,05	0,59 ± 0,01
1000	0,57 ± 0,03	0,54 ± 0,05	0,56 ± 0,05	0,68 ± 0,05	0,66 ± 0,06	0,62 ± 0,03	0,54 ± 0,05
1500	0,62 ± 0,02	0,57 ± 0,04	0,56 ± 0,03	0,61 ± 0,02	0,65 ± 0,04	0,68 ± 0,05	0,58 ± 0,05
2000	0,65 ± 0,04	0,55 ± 0,05	0,56 ± 0,05	0,54 ± 0,04	0,68 ± 0,05	0,66 ± 0,09	0,62 ± 0,04
2500	0,66 ± 0,05	0,60 ± 0,03	0,58 ± 0,02	0,55 ± 0,04	0,61 ± 0,04	0,65 ± 0,05	0,62 ± 0,03
3000	0,68 ± 0,08	0,62 ± 0,02	0,58 ± 0,02	0,59 ± 0,03	0,59 ± 0,01	0,61 ± 0,07	0,61 ± 0,03

Эти результаты, несомненно благополучные с методической точки зрения, являются следствием того факта, что, по крайней мере, вид равновесного спектра ливневых электронов нечувствителен к энергии ГК, инициирующего ливень, и кроме этого, величина $\eta_{t,p}(E_\gamma, t, p)$ усредняется по достаточно большой поверхности элемента раstra: $\Delta t * \Delta p \cong 0,6 * 0,3$ (рад.ед.)².

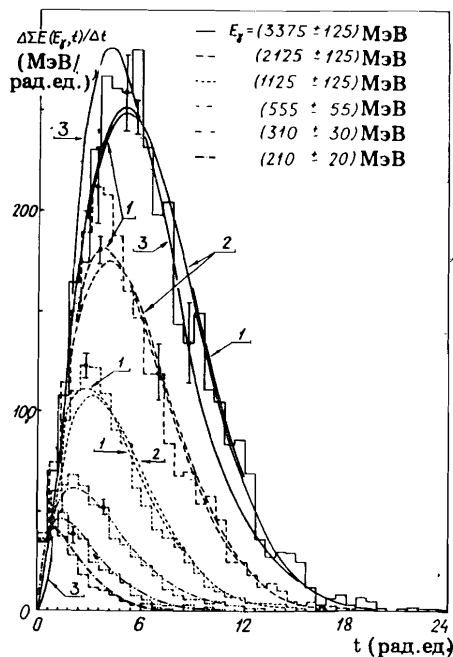
3. ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

3.1. Дифференциальные распределения

На рис. 3. приведено распределение ионизационных потерь ливневых электронов, вызванных ГК с энергией $E_\gamma = 210; 310; 555; 1125; 2125$ и 3375 МэВ в жидком ксеноне, в зависимости от глубины t развития ливней, выраженной в радиационных единицах. Там же нанесены кривые, полученные в результате статистического описания экспериментальных данных формулами (1),

$$\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t} = A_0 \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{t}{A_2}\right)^{A_1-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{t}{A_2}\right)^{A_2}\right\} \quad (18)$$

$$\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t} = A_0 t^{A_1} \exp\{-A_2 t\}, \quad (19)$$



где параметры A_i ($i = 0, 1, 2$) вычислялись при статистическом оценивании^{18/}. Кроме этого, была также рассмотрена функция^{11/}

$$\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t} = A_0 t^{A_1} \exp\{-A_2 t^2\}. \quad (20)$$

Численные значения параметров A_i эмпирических формул (1), (18)-(20) и соответствующие им

Рис. 3. Дифференциальное распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. Кривые соответствуют аппроксимирующим функциям: кривая 1 — функции (1), кривая 2 — функции (18), кривая 3 — функции (19). Для экспериментальных данных при $E_\gamma = 210; 310$ и 555 МэВ указана только аппроксимация распределением (18).

значения тестовой статистики χ_n^2 при n степенях свободы даны в табл. 4 и 5 ($i = 0, \dots, 3$ в формуле (1) и $0, 1, 2$ — в формулах (18)-(20)).

Таблица 4

Численные значения параметров A_i ($i = 0, \dots, 3$) формулы (1), описывающей продольное распределение ионизационных потерь ливневых электронов в лавинах, вызванных гамма-квантами с энергией E_γ в жидком ксеноне. Указаны соответствующие значения тестовой статистики χ_n^2/n при n степенях свободы. Глубина t развития ливня выражена в единицах $0,6$ рад.ед.

E_γ (МэВ)	A_0	$A_1 * 10$	A_2	A_3	χ_n^2/n
210 ± 20	$(1,6 \pm 2,4) \cdot 10^4$	$2,8 \pm 1,8$	$54,2 \pm 90,7$	$-24,2 \pm 50,9$	80/15
310 ± 30	$(5,9 \pm 8,1) \cdot 10^4$	$4,9 \pm 1,6$	$78,4 \pm 113,2$	$-32,1 \pm 56,6$	80/21
555 ± 55	$(4,6 \pm 2,2) \cdot 10^4$	$7,0 \pm 0,7$	$76,1 \pm 41,0$	$-29,5 \pm 20,0$	27/28
1125 ± 125	$(2,7 \pm 3,3) \cdot 10^3$	$9,5 \pm 0,5$	$50,8 \pm 11,0$	$-16,4 \pm 5,4$	63/30
2125 ± 125	386 ± 207	$10,3 \pm 0,9$	$35,5 \pm 6,2$	$-6,9 \pm 3,0$	33/30
3375 ± 125	160 ± 18	$8,9 \pm 1,1$	$26,4 \pm 3,8$	$0,06 \pm 1,67$	34/35

Все рассмотренные функции: (1), (18)-(20), аппроксимирующие продольное распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов

$$f(E_\gamma, t) \equiv \frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t}, \quad (21)$$

отнормированы таким образом, чтобы

$$\int_0^\infty f(E_\gamma, t) dt = E_\gamma. \quad (22)$$

Роль нормирующего множителя в этих формулах выполняет коэффициент A_0 .

На основании данных, представленных в табл. 4 и 5, можно сделать вывод, что с увеличением энергии E_γ СИП на больших глубинах t развития ЭФЛ удовлетворительно описываются асимптотическим нормальным распределением. Интересно при этом отметить, что распределение

Таблица 5

То же, что в таблице 4, но для формул (18) - (20)

E_γ (МэВ)	формула	A_0	A_1	A_2	χ^2_n/n
210 ± 20	(18)	210 ± 8	1,24 ± 0,04	2,18 ± 0,07	11/16
	(19)	87,9 ± 7,9	0,48 ± 0,08	0,73 ± 0,05	8/16
	(20)	64,2 ± 3,1	-0,07 ± 0,05	0,07 ± 0,01	24/16
310 ± 30	(18)	315 ± 12	1,34 ± 0,04	2,93 ± 0,08	13/22
	(19)	90,5 ± 6,3	0,62 ± 0,07	0,60 ± 0,04	9/22
	(20)	76,3 ± 3,4	0,14 ± 0,05	0,054 ± 0,004	25/22
555 ± 55	(18)	570 ± 13	1,47 ± 0,02	4,06 ± 0,06	29/29
	(19)	100,0 ± 3,5	0,80 ± 0,04	0,49 ± 0,02	30/29
	(20)	90,5 ± 2,3	0,33 ± 0,03	0,036 ± 0,002	52/29
1125 ± 125	(18)	1155 ± 18	1,66 ± 0,02	4,90 ± 0,05	70/31
	(19)	138,1 ± 3,3	1,18 ± 0,03	0,50 ± 0,10	85/31
	(20)	125,6 ± 2,6	0,58 ± 0,02	0,031 ± 0,001	104/31
2125 ± 125	(18)	2175 ± 53	1,80 ± 0,02	5,90 ± 0,08	36/31
	(19)	161,9 ± 7,1	1,58 ± 0,06	0,51 ± 0,01	69/31
	(20)	152,7 ± 5,8	0,74 ± 0,03	0,024 ± 0,001	46/31
3375 ± 125	(18)	3566 ± 109	1,92 ± 0,10	7,01 ± 0,10	34/36
	(19)	147,3 ± 13,1	1,89 ± 0,10	0,49 ± 0,02	88/36
	(20)	160,0 ± 10,1	0,90 ± 0,04	0,019 ± 0,001	34/36

Вейбула (18), которое имеет более общий вид, чем (20), стремится с ростом E_γ к распределению (20), так как коэффициенты и их комбинации в распределении (18) стремятся при возрастании E_γ к соответствующим коэффициентам функции (20):

распределение (18)	распределение (20)
A_1	2
$A_1 - 1$	A_1
$-A_1$ A_2	A_2

(см. табл. 5). Такое поведение продольного распределения СИП объяснялось нами ранее ^{1/} исходя из соображений статистического характера. Тем не менее, в интервале меньших значений E_γ , т.е. когда в каскадном электромагнитном процессе участвует относительно немного частиц, описание СИП при помощи асимптотически нормального распределения, хотя в принципе возможно, становится скорее всего формальным (табл. 4, и 5, формулы (1) и (20)). Более предпочтительными при этих энергиях ГК являются гамма-распределение (19) и функция Вейбула (18). Но, как следует из табл. 5, гамма-распределение не описывает экспериментальных данных при $E_\gamma \geq 1000$ МэВ.

Уместно при этом напомнить, что функция (19) применялась для описания результатов численного моделирования на ЭВМ каскадного электромагнитного процесса. Естественно, что в этом случае отсутствуют какие-либо ограничения, связанные с конечными размерами детектора, регистрирующего ливни. С другой стороны, из выполненного нами методического анализа (П.1, табл. 1) вытекает, что на выборке экспериментально измеренных случаев ЭФЛ, зарегистрированных на снимках 180 л КПК и удовлетворяющих условию (3), при этих энергиях лишь в незначительной степени может сказаться то обстоятельство, что продольные размеры 180 л КПК ограничены ($\leq 25,7$ рад.ед.).

В дальнейшем мы будем рассматривать только распределение Вейбула, которое удовлетворительно описывает экспериментальные данные во всем изучаемом интервале значений энергии E_γ . К тому же, как было отмечено ^{5/}, это распределение обладает весьма полезным с практической точки зрения свойством, а именно:

$$\int_0^t f(E_\gamma, t') dt' = A_0 \frac{A_1}{A_2} \int_0^t \left(\frac{t'}{A_2}\right)^{A_1-1} \exp\left\{-\left(\frac{t'}{A_2}\right)^{A_1}\right\} dt' = E_\gamma \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{A_2}\right)^{A_1}\right]\right\}, \quad (23)$$

где учтено, что $A_0 = E_\gamma$, в полном согласии с экспериментальными данными (табл. 1 и 5). Соотношение (23) дает возможность легко получить оценку энергии E_γ ГК, когда детектором зарегистрирована в толщине поглотителя, равной t , лишь часть ($A \geq 0,5$) ионизационных потерь электронов в ливне, вызванном ГК с энергией E_γ .

3.2. Интегральные распределения

С методической точки зрения, при определении энергии ГК, образовавшего ливень, представляет интерес зависимость от глубины t развития лавины средней доли \bar{A} полной энергии E_γ , зарегистрированной, например, в виде ИП, т.е.

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{E_\gamma} \cdot \int_0^t f(E_\gamma, t') \cdot dt' \quad (24)$$

Экспериментальное распределение отнормированных к единице интегральных распределений СИП для всех шести изученных интервалов энергий E_γ приведено на рис. 4. Там же нанесены соответствующие

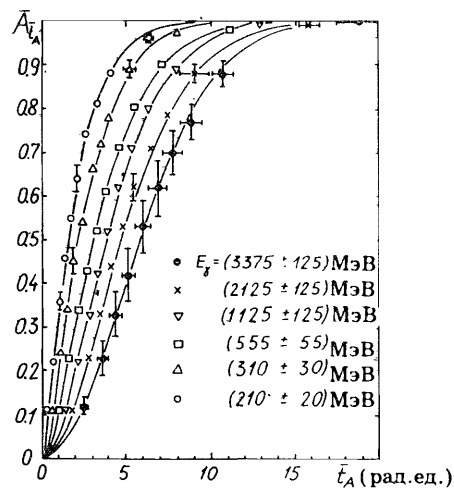


Рис. 4. Интегральное распределение средних ионизационных потерь ливневых электронов в ЭФЛ, инициированных ГК с энергией E_γ в жидком ксеноне. Все распределения отнормированы к единице. Кривая соответствует аппроксимирующей функции (23) с численными значениями коэффициентов, указанными в таблице 5.

кривые, вычисленные по формуле (23) для распределения (18) с численными значениями коэффициентов A_i ($i = 0,1,2$), указанными в табл.5.

Полученные интегральные распределения СИП можно представить в более компактном виде, если глубину t развития ливня

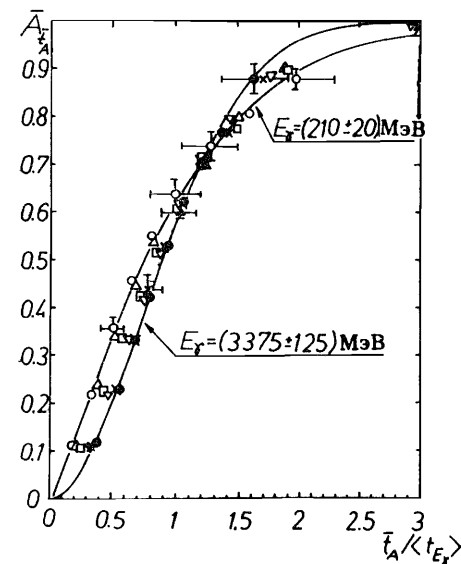
заменить безразмерной величиной $x = t / \langle t_{E_\gamma} \rangle$, где $\langle t_{E_\gamma} \rangle$ — среднее значение глубины t , зависящее от энергии E_γ первичного ГК:

$$\langle t_{E_\gamma} \rangle = \sum_i t_i \left(\frac{\Delta \Sigma E(E_\gamma, t)}{\Delta t} \right)_i \Delta t_i \quad (25)$$

Для распределения Вейбула (18) эта величина равна

$$\langle t_{E_\gamma} \rangle = A_0 A_2 \Gamma[(A_1 + 1)/A_1] \quad (26)$$

Рис. 5. То же, что на рис. 4, но глубина t развития ливня заменена безразмерным параметром $x = t / \langle t_{E_\gamma} \rangle$, где $\langle t_{E_\gamma} \rangle$ — среднее значение, определенное соотношениями (25) и (26) для экспериментальных распределений и аппроксимирующей функции, соответственно.



На рис. 5 представлены интегральные распределения СИП, выраженные через безразмерные величины: долю \bar{A} полной энергии ЭФЛ ($0 \leq \bar{A} \leq 1$) и $x = t / \langle t_{E_\gamma} \rangle$. Сплошные кривые соответствуют аппроксимирующему распределению (23) с учетом (26) для двух крайних значений из рассматриваемого нами интервала энергий E_γ :

210 и 3375 МэВ. Можно сказать, что при изменении энергии E_γ кривая, описывающая интегральное распределение СИП, как бы поворачивается вокруг точки $x \approx 1,1$ при практически неизменном значении $\bar{A}(x=0) = 0$. Более того, в переменных (A, x) с ростом энергии E_γ ливни становятся все более компактными. Так, при $E_\gamma = 3375$ МэВ $\bar{A} = 0,975$ при $x \approx 2,1$, в то время как для $E_\gamma = 210$ МэВ то же значение \bar{A} достигается при $x \approx 3$ (рис. 5).

В табл. 6 даны численные значения средних глубин $\langle t_{E_\gamma} \rangle$ развития ливней, оцененные по выборке проанализированных случаев ЭФЛ, удовлетворяющих условию (3).

Таблица 6

Средние значения глубины развития ливней, $\langle t_{E_\gamma} \rangle$, вычисленные по выборке проанализированных случаев ЭФЛ, удовлетворяющих условию (3). E_γ — энергия гамма-кванта, создавшего ливень

E_γ , (МэВ)	210 ± 20	310 ± 20	555 ± 55	1125 ± 125	2125 ± 125	3375 ± 125
$\langle t_{E_\gamma} \rangle$, рад.ед.	2,1 ± 0,3	2,7 ± 0,4	3,7 ± 0,3	4,4 ± 0,3	5,3 ± 0,7	6,4 ± 1,5

3.3. Зависимость параметров аппроксимирующей функции от E_γ

На рис. 6 приведены значения коэффициентов A_1 и A_2 функции (18), описывающей СИП, в зависимости от энергии E_γ ГК, образовавшего ливень. Соответствующие численные значения даны в таблице 5. Зависимость $A_1 = A_1(E_\gamma)$ и $A_2 = A_2(E_\gamma)$ удобно представить в виде простых аппроксимирующих формул

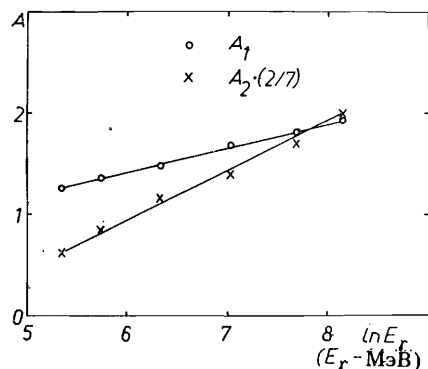
$$A_1 = a_1 + \beta_1 \cdot \ln E_\gamma, \quad (27)$$

$$A_2 = a_2 + \beta_2 \cdot \ln E_\gamma, \quad (28)$$

где $a_1 = -0,065 \pm 0,089$, $\beta_1 = 0,244 \pm 0,013$, $\chi^2_{4/4} = 1,7/4$, $a_2 = -7,03 \pm 0,66$ и $\beta_2 = 1,725 \pm 0,098$, $\chi^2_{4/4} \approx 6/4$.

Таким образом, дифференциальное распределение СИП вдоль оси развития ливня можно описать функцией Вейбула (18) с параметрами $A_0 = E_\gamma$, и A_1 и A_2 , зависимость которых от энергии E_γ дается формулами (27) и (28).

Рис. 6. Зависимость параметров A_1 и A_2 функции (18), аппроксимирующей средние ионизационные потери ливневых электронов, от энергии ГК, инициирующего ливня. Прямые линии соответствуют формулам (27) и (28).



4. ВЫВОДЫ

Полученные в настоящей работе результаты исследования ионизационных потерь ливневых электронов в электронно-фотонных лавинах, вызванных гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 200 \div 3500$ МэВ в жидком ксеноне, можно суммировать следующим образом:

1. Распределение средних ионизационных потерь вдоль оси развития лавины удовлетворительно описывается функцией Вейбула (18).
2. Зависимость от энергии E_γ параметров функции (18) аппроксимируют соотношения (27) и (28).

Кроме этого, путем моделирования на ЭВМ каскадного электромагнитного процесса было установлено, что эффективные ионизационные потери ливневых электронов $\eta_t^{\text{эф}}$ (17) на глубине t развития ливня можно считать не зависящими ни от энергии E_γ , ни от глубины t с точностью до нескольких процентов (табл. 3). Это обстоятельство создает

исключительно благоприятные условия для экспериментального исследования структуры электронно-фотонных ливней при помощи тяжеложидкостных пузырьковых камер, так как на снимках с этих камер можно надежно измерять именно проекции траекторий ливневых электронов в плоскости экрана. Целесообразно при этом отметить, что интегральное соотношение (2) является следствием дифференциального аналога (10), или дважды дифференциального соотношения (15), когда размеры клетки растра (Δt , Δp) достаточно велики (не меньше, по порядку величины, чем $\sim 0,1$ рад.ед.²).

В заключение авторы выражают благодарность директору ЛВТА, члену-корреспонденту АН СССР М.Г.Мещерякову за постоянный интерес к работе и поддержку, а также Л.Н.Голубевой и З.Лонцкой за помощь в измерениях и кодировании экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Словинский Б., Чай В. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, т.45, вып. 7, с.1230.
2. Словинский Б. — В кн.: Математическое моделирование в ядерно-физических исследованиях. ОИЯИ, Д10,11-81-622, Дубна, 1981, с.178.
3. Słowiński B. et al. — JINR, E1-84-418, Dubna, 1984.
4. Longo E., Sestili J. — Nucl. Instr. Meth. 1975, v.128, p.283.
5. Барылов В.Г. и др. — Препринт ИТЭФ-181, М., 1984.
6. Кузнецов Е.В. и др. — ПТЭ, 1970, 2, с.56.
7. Kanarek T. et al. — Intern. Conf. on High Energy Accelerat. and Instr., CERN, Geneva, 1958, p.508-510.
8. Коновалова Л.П. и др. — ОИЯИ, Р-700, 1961; ПТЭ, 1961, 6, с.261.
9. Борковский М.Я., Круглов С.П. — Препринт ЛИЯФ АН СССР, №184, Л., 1975.
10. Ничипорук Б. и др. — ОИЯИ, Р-2808, Дубна, 1966.
11. Беленький С.З., Иваненко И.П. — УФН, 1959, т.69, с.591.
12. Охрименко Л.С. и др. — ОИЯИ, Р13-3918, Дубна, 1968.
13. Росси Б. Частицы больших энергий. М: Гостехиздат, 1955.
14. Люк К.Л., Юан, Ву Цзянь-Сюн. — Принципы и методы регистрации элементарных частиц. М: Изд-во иностранной литературы, 1963.
15. Rossi B., Greisen K. — Rev.Mod.Phys., 1941, v.13, p.240.
16. Силин И.Н. — В кн.: Библиотека программ на ФОРТРАНе и автокоде МАДЛЕН для БЭСМ-6. Дубна, 1977. СМ-4-2007, с.265; ОИЯИ, П-8862, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 декабря 1986 года

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика