

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Б-911

24/II-75

P1 - 8401

704/2-75

С.А.Бунятов, Г.Р.Гулканян

S -ВОЛНОВЫЕ ДЛИНЫ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ
ИЗ АНАЛИЗА РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$
ВБЛИЗИ ПОРОГА И $K \rightarrow 3\pi$ РАСПАДОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P1 - 8401

С.А.Бунятов, Г.Р.Гулканян

S -ВОЛНОВЫЕ ДЛИНЫ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ
ИЗ АНАЛИЗА РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$
ВБЛИЗИ ПОРОГА И $K \rightarrow 3\pi$ РАСПАДОВ

Доклад на Совещании по сильным взаимодействиям
при низких энергиях, Иркутск, 1974 г.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Бунитов С.А., Гулканиан Г.Р.

P1 - 8401

S-волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога и $K \rightarrow 3\pi$ распадов

Из анализа полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога в рамках теории "мягких" пионов и анализа данных по $K \rightarrow 3\pi$ - распадам на основе полуфеноменологической теории образования трех сильно взаимодействующих частиц вблизи порога найдено, что наиболее вероятные значения S-волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния в изотопических состояниях $T=0$ и $T=2$ находятся в пределах

$$(0,17 \pm 0,01) a_{\pi}^{-1} < a_0 < (0,59 \pm 0,07) a_{\pi}^{-1} \\ -(0,20 \pm 0,03) a_{\pi}^{-1} < a_2 < -(0,045 \pm 0,005) a_{\pi}^{-1} .$$

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Bunyatov S.A., Gulkanian H.P.

P1 - 8401

S-Wave $\pi\pi$ Scattering Lengths from the Analysis of the $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ Reactions Near the Threshold and $K \rightarrow 3\pi$ Decays

From the analysis of the total cross sections of the $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ reactions near the threshold within the "soft" pion theory and from the analysis of the data on $K \rightarrow 3\pi$ decays on the basis of the semiphenomenological theory of three strong-interacting particle production near the threshold it has been found that the most probable values of the S-wave $\pi\pi$ scattering lengths in the isotopic states $T=0$ and $T=2$ are within the limits:

$$(0,17 \pm 0,01) a_{\pi}^{-1} < a_0 < (0,59 \pm 0,07) a_{\pi}^{-1} \\ -(0,20 \pm 0,03) a_{\pi}^{-1} < a_2 < -(0,045 \pm 0,005) a_{\pi}^{-1} .$$

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1974

В данной работе представлены результаты анализа экспериментальных данных по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога, полученных в Дубне в Лаборатории ядерных проблем /1,2/, и обработка экспериментальных данных по $K \rightarrow 3\pi$ -распадам, полученных в основном в последнее время в лабораториях США /3,4/ Брукхэйвене и Слаке.

Экспериментальные данные по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ анализируются с точки зрения модели "мягких" пионов /5,6/, а данные по $K \rightarrow 3\pi$ -распадам проанализированы на основе полуфеноменологической теории образования трех частиц вблизи порога /7,8/.

I. Анализ полных сечений реакций

$\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога

Для определения параметров модели "мягких" пионов используются экспериментальные данные по полным сечениям реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ /1/ и $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ /2/, полученные в Лаборатории ядерных проблем в непосредственной близости от порога /порог реакций /1/ и /2/ равен 172,6 МэВ/ фотоэмulsionным методом /1,2/. Эти данные приведены в табл. 1.

Попытки описать сечения образования дополнительно-го π -мезона в πp -столкновениях в области энергий 200-300 МэВ предпринимались неоднократно в конце 50 гг. /9/. Основой теоретического описания служила статическая модель Чу и Лоу /10/ в одномезонном приближении /рис. 1/.

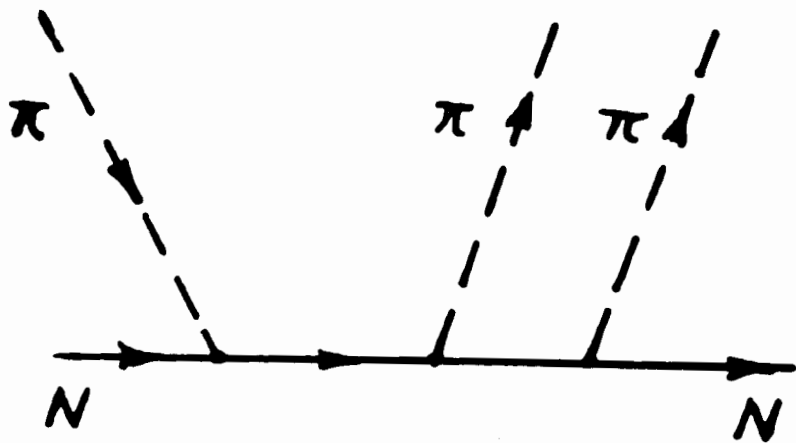


Рис. 1. График, соответствующий процессу $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, использованный при подсчете полных сечений по статической модели Чу и Лоу.

Последняя попытка такого рода была предпринята Ким Зе Пхеном и Целлнером^{/11/} в 1962 г. в Лаборатории теоретической физики в Дубне. Но им не удалось добиться согласия с экспериментом: теоретические оценки давали почти на порядок меньшие величины по сравнению с первыми измерениями полных сечений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$, выполненными в Дубне и Беркли. Уже тогда обращалось внимание на необходимость учета прямого $\pi\pi$ -взаимодействия для объяснения больших сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. Однако конкретные модели также не приводили к согласию с экспериментом^{/12, 13/}. Сечения оказались, напротив, слишком большими по сравнению с экспериментом.

Интерес к реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога вновь возник в конце 60 гг. в связи с появлением модели "мягких" пионов. В работах Вайнберга^{/5/} было показано, что в модели "мягких" пионов процессы с участием пионов низкой энергии могут быть описаны эффективным лагранжианом кирального $SU(2) \times SU(2)$ типа, который соответствует учету графиков типа дерева. Основными графиками, определяющими сечение процессов $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, являются графики, изображенные на рис.2, а вклад других

Таблица 1

Реакция	$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$		$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	
	Число событий	Сечение мкб	Число событий	Сечение мкб
210 \pm 7	43	15 \pm 3		
222 \pm 5	49	27 \pm 5		
230 \pm 13			6	30 \pm 18 -12

Таблица 2

	β	ϵ	τ
Вайнберг /5/	1/2	0	0
Швингер /14/	1/4	1	-2
Гюрсей и Чанг /15/	1/3	2/3	-1/2



Рис. 2. Графики типа дерева, дающие основной вклад в полное сечение реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога в теории "мягких" пионов.

графиков в полное сечение реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога мал.

Наличие графика с четырехпионной вершиной приводит к тому, что в эффективный лагранжиан процесса $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ входит тот же неопределенный параметр ξ , который присутствует в лагранжиане пион-пионного взаимодействия. Эффективный лагранжиан пион-пионного взаимодействия в теории "мягких" пионов имеет вид

$$\mathcal{L}_{\pi\pi} = \frac{1}{4 F_\pi^2} [(\vec{\pi} \vec{\pi}) (\partial_\mu \vec{\pi} \partial_\mu \vec{\pi}) + \beta m_\pi^2 (\vec{\pi} \vec{\pi})^2],$$

где F_π - константа $\pi \rightarrow \mu + \nu$ распада, $\vec{\pi}$ означает оператор пионного поля. Параметр β или ξ , связанный соотношением $\xi = 2(1 - 2\beta)$, определяет вклад члена, нарушающего киральную симметрию лагранжиана*. В теории нет строгих ограничений на параметр ξ и выбор его определяется чисто "эстетическими" соображениями. В связи с этим имеется несколько вариантов эффективного лагранжиана в зависимости от выбора значения параметра β , ξ или τ . Эти значения приводятся в табл. 2.

* В некоторых работах вводится параметр τ , связанный с ξ следующим соотношением: $\xi = 6\tau / (5\tau - 2)$.

Использование экспериментально измеренных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога позволяет однозначно определить параметр ξ .

Расчеты, проведенные Олссоном и Тернером /6/ с учетом графиков, приведенных на рис. 2, приводят к следующей зависимости полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ от параметра ξ :

$$\sigma(\pi N \rightarrow \pi \pi N) = |A(\xi)|^2 \cdot Q^2 \cdot \text{фазовый объем},$$

где $A(\xi)$ - амплитуда реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$, а Q - импульс падающего пиона в с.ц.и. Амплитуда $A(\xi)$ для конкретных каналов имеет вид /при $F_\pi = 92 \text{ МэВ}$, $F_\pi / m_\pi = 0,66/$

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n) = -1,08 \pm 0,48 \xi \quad /1/$$

$$A(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n) = 1,2 \pm 0,48 \xi.$$

Из экспериментальных данных, приведенных в табл. 1, следует, что

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n) = \pm 1,2 \pm 0,10/$$

$$A(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n) = \pm 1,54 \pm 0,38/.$$

Из первого равенства получаются два значения

$$\xi_1 = -0,25 \pm 0,21$$

$$\xi_2 = +4,7 \pm 0,21.$$

Из второго равенства получаются также два значения

$$\xi_1 = 0,7 \pm 0,8$$

$$\xi_2 = -5,6 \pm 0,80.$$

Отсюда вытекает единственное совместимое значение для ξ

$$\xi = -0,18 \pm 0,20.$$

Используя соотношения, основанные на модели мягких пионов /5/

$$a_0 = \frac{m_\pi}{32 \pi F_\pi^2} \left(7 - \frac{5}{2} \xi \right)$$

$$a_2 = -\frac{m_\pi}{32 \pi F_\pi^2} (2 + \xi),$$

получаем при $\xi = -0,18 \pm 0,20$ и $F_\pi = 92 \text{ МэВ}^*$
 $a_0 = 0,17 \pm 0,01 \text{ м}_\pi^{-1}$
 $a_2 = -0,045 \pm 0,005 \text{ м}_\pi^{-1}$
 $a_0/a_2 = -4,0 \pm 0,5$.

На рис. 3 и 4 приведены полные сечения реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ и $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ при разных значениях параметра ξ . Как видно из этих рисунков, экспериментальные данные хорошо описываются моделью мягких пионов при значении параметра ξ , близком к модели Вайнберга / $\xi = 0$ /.

Таким образом, модель мягких пионов хорошо описывает имеющиеся экспериментальные данные по полным сечениям реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ и $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ вблизи порога при значениях длин пион-пионного рассеяния, согласующихся с результатами, полученными Вайнбергом /5/, а также М.Волковым и В.Первушиным /16/ с учетом нуклонных петель / $a_0 = 0,15 \text{ м}_\pi^{-1}$, $a_2 = -0,042 \text{ м}_\pi^{-1}$ /. Однако длины $\pi\pi$ -рассеяния, полученные из полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, являются модельно зависимыми, и поэтому представляет интерес получение длин $\pi\pi$ -рассеяния другими независимыми методами.

II. Оценка длин пион-пионного рассеяния из экспериментальных данных по $K \rightarrow 3\pi$ -распадам

Попытки определения S-волновых длин пион-пионного рассеяния из данных по $K \rightarrow 3\pi$ -распадам на основе полуфеноменологической теории образования трех сильно-взаимодействующих частиц вблизи порога /7,8/ предпринимались в ряде работ /17/. Однако, главным образом, недостаточная точность экспериментальных данных приводила лишь к весьма грубым оценкам длин рассеяния.

* Некоторое отличие значения параметра ξ и длин $\pi\pi$ -рассеяния от соответствующих величин, приведенных в работе /2/, связано с тем, что в данной работе для константы F_π берется экспериментальное значение 92 МэВ , в то время как в работе /2/ бралось значение $F_\pi = 82 \text{ МэВ}$ из соотношения Гольдбергера-Треймана.

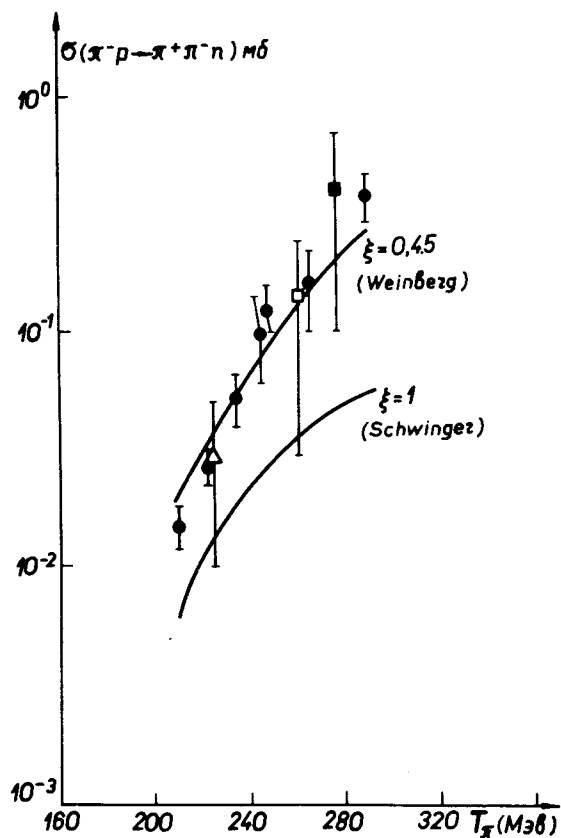


Рис. 3. Полные сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$. Точки \bullet - из работы /1/.

Новые экспериментальные данные по 1,5 млн τ^\pm -распадам /3/ /распределение по графику Далица/ и 0,5 млн $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ распадам /4/ /энергетический спектр π^0 -мезона/ по точности намного превосходят имеющиеся до последнего времени экспериментальные данные. Именно это обстоятельство побудило нас /18/ еще раз проанализировать все имеющиеся экспериментальные данные по $K \rightarrow 3\pi$ -распадам с целью определения длин пион-пионного рассеяния. Новый, на наш взгляд,

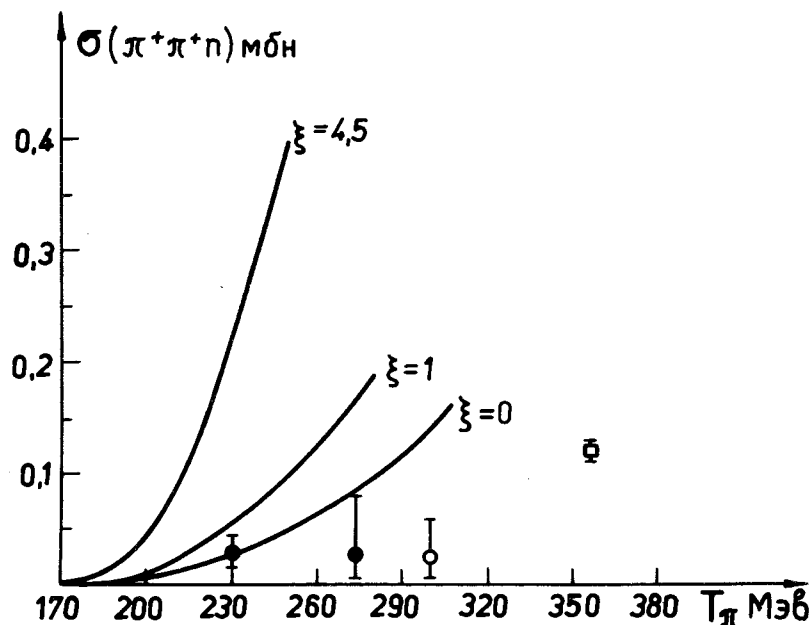
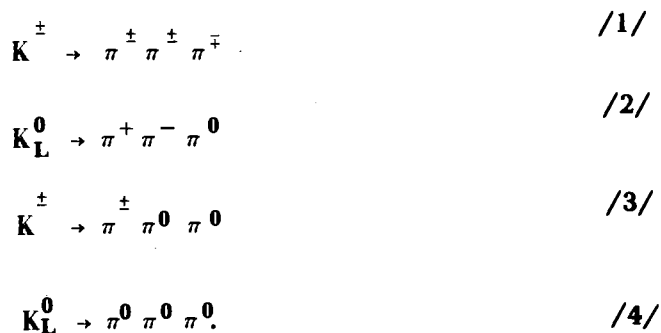


Рис. 4. Полные сечения реакции $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$. Точки \bullet - из работы /2/.

существенный шаг в этой работе состоит в совместном анализе всех каналов $K \rightarrow 3\pi$ - распадов:



В работе использовались следующие экспериментальные данные:

канал /1/

а/ данные Форда, Пируз и др. /3/ по 1,5 млн τ^\pm -распадам - дается распределение плотности вероятности на графике Далица, /число ячеек $n_1 = 145$ /;

канал /2/

б/ данные Месснера и др. /4/ по 0,5 млн распадам $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ - распределение по энергии π^0 -мезона /число ячеек $n_2 = 17$ /;

в/ парциальные ширины всех каналов /1/-/4/ /19/.

При совместном анализе различных каналов $K \rightarrow 3\pi$ -распада нужно учесть то обстоятельство, что связь между амплитудами различных каналов определяется изотопическими правилами. Обычно пользуются правилом $|\Delta T| = 1/2$, которое в большинстве нелептонных распадов гиперонов и в $K \rightarrow 2\pi$ -распаде довольно хорошо выполняется. Однако в $K \rightarrow 3\pi$ -распадах /как следует из измерения наклонов спектров непохожего мезона в распаде $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp$ и π^0 -мезона в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$), это правило заметно нарушается.

Настоящий анализ проводится в приближении, когда нарушение правила $|\Delta T| = 1/2$ в $K \rightarrow 3\pi$ -распадах обусловлено переходом $|\Delta T| = 3/2$ в состояние с полным изотопическим спином конечных пионов $T = 1$. Качественные оценки показывают, что вклад других переходов, по сравнению с вкладом перехода $|\Delta T| = 3/2$, мал /20/.

Амплитуда $K \rightarrow 3\pi$ -распада в рамках полуфеноменологической теории /7,8/, учитывающей взаимодействие пионов в конечном состоянии, состоит из неаналитической и аналитической частей. Как было показано Грибовым и др. /7/, амплитуда рождения трех частиц на границах физической области имеет особенности и является неаналитической функцией инвариантных кинематических переменных /квадратов относительных импульсов пионов/. Особенности в амплитуде связаны с диаграммами, в которых образовавшиеся частицы перерассеиваются друг на друге, их вклад может быть полностью выражен через длины пион-пионного рассеяния частиц. После выделения особых частей этих диаграмм оставшаяся аналитическая

часть амплитуды разлагается в ряд по квадратам относительных импульсов k_{ij}^2 , с некоторыми феноменологическими коэффициентами. Сравнение с экспериментом дает принципиальную возможность определить вклады аналитических и неаналитических членов и тем самым - длины рассеяния частиц в конечном состоянии.

Диаграммы, учтенные при вычислении квадрата матричного элемента с точностью до кубических членов, показаны на рис. 5. Графики а/ и г/ дают аналитические члены, λ и $\lambda \delta k_{ij}^2$, соответственно. Остальные графики дают неаналитические члены; простейший из них - б/ равен $i\lambda a k$, где a - длина пион-пионного рассеяния. Изотопические амплитуды $A_{1,2\Delta T}(k_{12}, k_{13}, k_{23})$ с точностью до кубических по k_{ij} членов имеют вид:

$$A_{1,2\Delta T}(k_{12}, k_{13}, k_{23}) = \lambda_{1,2\Delta T} \{ 1 + \delta_{1,2\Delta T} k_{12}^2 + \mathcal{F}(a_0, a_2; k_{12}, k_{13}, k_{23}) \} \quad /5/$$

где $\lambda_{11}, \lambda_{13}, \delta_{11}, \delta_{13}$ - действительные постоянные, определяемые графиками а/ и г/.

Последний член в выражении /5/ есть неаналитическая функция от k_{ij}^2 . Он возникает из-за учета перераспределения пионов в конечном состоянии и зависит от S-волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0 и a_2 .

Квадраты матричных элементов каналов /1/-/4/ с точностью до кубических членов равны:

$$|M_1|^2 = 2(\lambda_{11} - \frac{1}{2}\lambda_{13})^2 \{ 1 + C_1(k_{13}^2 + k_{23}^2) + f_1(a_0, a_2; k_{12}, k_{13}, k_{23}) \}$$

$$|M_2|^2 = (\lambda_{11} + \lambda_{13})^2 \{ 1 + 2C_2 k_{12}^2 + f_2(a_0, a_2; k_{12}, k_{13}, k_{23}) \} \quad /6/$$

$$|M_3|^2 = \frac{1}{2}(\lambda_{11} - \frac{1}{2}\lambda_{13})^2 \{ 1 + 2C_1 k_{12}^2 + f_1(a_0, a_2; k_{12}, k_{13}, k_{23}) \}$$

$$|M_4|^2 = \frac{3}{2}(\lambda_{11} + \lambda_{13})^2 \{ 1 + 2C_2 k_0^2 + f_0(a_0, a_2; k_{12}, k_{13}, k_{23}) \}.$$

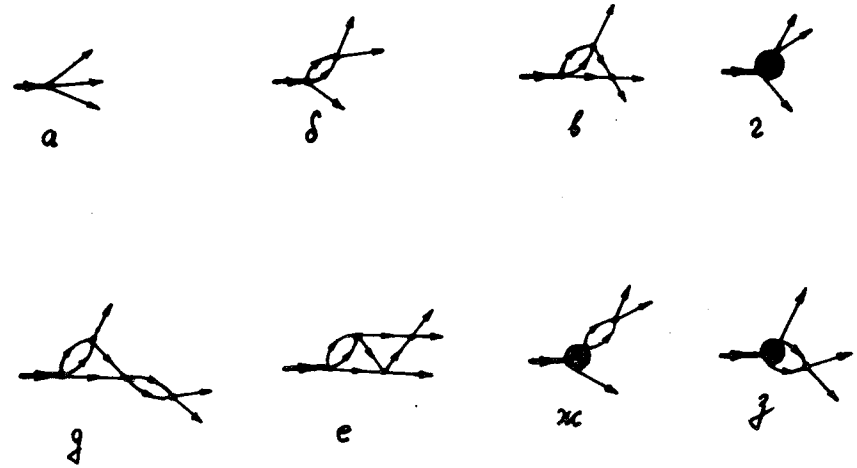


Рис. 5. Графики, учтенные при вычислении квадрата модуля амплитуды $K \rightarrow 3\pi$ -распада с точностью до кубических членов.

Коэффициенты C_1 и C_2 дают постоянный наклон в спектр "непохожего" π -мезона в каналах /1/ и /3/ и π^0 -мезона в канале /2/ и выражаются через амплитуды $\lambda_{11}, \lambda_{13}$ и коэффициенты δ_{11}, δ_{13} следующим образом:

$$C_1 = \frac{\lambda_{11} \delta_{11} - \frac{1}{2} \lambda_{13} \delta_{13}}{\lambda_{11} - \frac{1}{2} \lambda_{13}} \quad /7/$$

$$C_2 = \frac{\lambda_{11} \delta_{11} + \lambda_{13} \delta_{13}}{\lambda_{11} + \lambda_{13}} \quad /8/$$

При сравнении формул /6/ с экспериментальными данными применялся метод наименьших квадратов. При этом минимизация проводилась по 6 параметрам: $a_0, a_2, \lambda_{11}, \lambda_{13}, C_1$ и C_2 , методом линеаризации квадратичного функционала /21/ при помощи стандартной подпрограммы FUMILI. Результат фита, дающий два решения с удовлетворительными уровнями достоверности, приведен в табл. 3. Сравнения с экспериментальными данными представлены на рис. 6 и 7.

Через α_1 и α_2 обозначены выбранные в качестве фитируемых параметров комбинации амплитуд λ_{11} и λ_{13}

$$\alpha_1 = \left(\lambda_{11} - \frac{1}{2} \lambda_{13} \right)^2 \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \left(\lambda_{11} + \lambda_{13} \right)^2 .$$

В табл. 4 сравниваются полученные при фитировании значения ширины каналов /1/ и /4/ с экспериментальными значениями.

Как видно из табл. 4, наиболее чувствительной к выбору решения является ширина распада $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$. Уточнение этой величины позволило бы сделать однозначный выбор одного из двух решений. Однако оба решения дают значения длин $\pi\pi$ -рассеяния существенно большие, чем из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ с точки зрения модели мягких пионов.

Обсуждение результатов

Таким образом, из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога и $K \rightarrow 3\pi$ -распадов получаются два различных результата по длинам пион-пионного рассеяния.

Из анализа $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога

$$a_0 = +0,17 \pm 0,01 \text{ м}_{\pi}^{-1}$$

$$a_2 = -0,045 \pm 0,005 \text{ м}_{\pi}^{-1}$$

в хорошем согласии с результатами Вайнберга /5/ и М.Волкова и В.Первушина /16/, а из анализа $K \rightarrow 3\pi$ распадов /если отдать предпочтение первому решению, которое по знакам длин рассеяния совпадает с результата-

Таблица 3

$\bar{\chi}^2 = 158$	I решение $\chi^2 = 172,6$ (CL = 20%)	II решение $\chi^2 = 164,7$ (CL = 35%)
a_0	$(0,59 \pm 0,07) \text{ м}_{\pi}^{-1}$	$-(0,43 \pm 0,04) \text{ м}_{\pi}^{-1}$
a_2	$-(0,20 \pm 0,03) \text{ м}_{\pi}^{-1}$	$(0,10 \pm 0,05) \text{ м}_{\pi}^{-1}$
C_1	$0,47 \pm 0,09$	$0,56 \pm 0,07$
C_2	$0,86 \pm 0,09$	$0,94 \pm 0,07$
α_1	$1,59 \pm 0,02$	$1,59 \pm 0,01$
α_2	$1,13 \pm 0,02$	$1,10 \pm 0,02$
C_2 / C_1	$1,83 \pm 0,17$	$1,69 \pm 0,09$
$\lambda_{13} / \lambda_{11}$	$-0,111 \pm 0,007$	$-0,118 \pm 0,006$
$\delta_{13} / \delta_{11}$	$-2,77 \pm 0,74$	$-2,00 \pm 0,31$
$\lambda_{13} \delta_{13} / \lambda_{11} \delta_{11}$	$0,31 \pm 0,07$	$0,24 \pm 0,04$

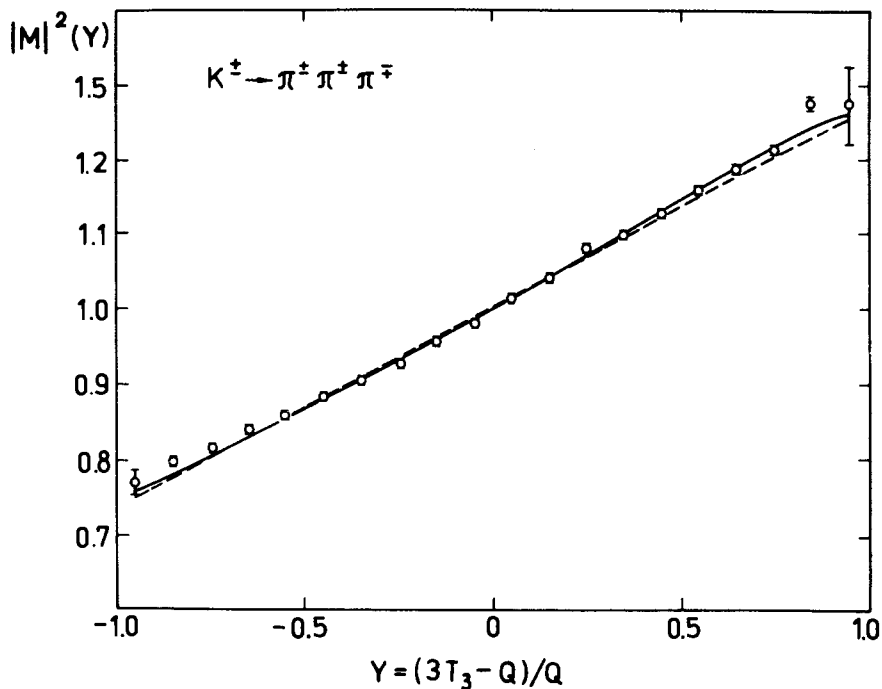


Рис. 6. Распределение по переменной Далица-Фабри γ и для τ -распада. Точки - экспериментальное распределение из работы /3/. Пунктир - фит по $|M|^2 \approx 1 + a\gamma$. Сплошная кривая - фит по формуле /6/.

ми, полученными из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога/,

$$a_0 = 0,59 \pm 0,07 m_{\pi}^{-1}$$

$$a_2 = 0,20 \pm 0,03 m_{\pi}^{-1}$$

что более чем в 3 раза превышает значения, предсказанные /5, 16/ на основе соотношений алгебры токов и гипотезы о частично сохраняющемся аксиально-векторном токе.

Представляет интерес сравнение полученных длин $\pi\pi$ -рассеяния с результатами, основанными на следствиях из дисперсионных уравнений для $\pi\pi$ -рассеяния и экспери-

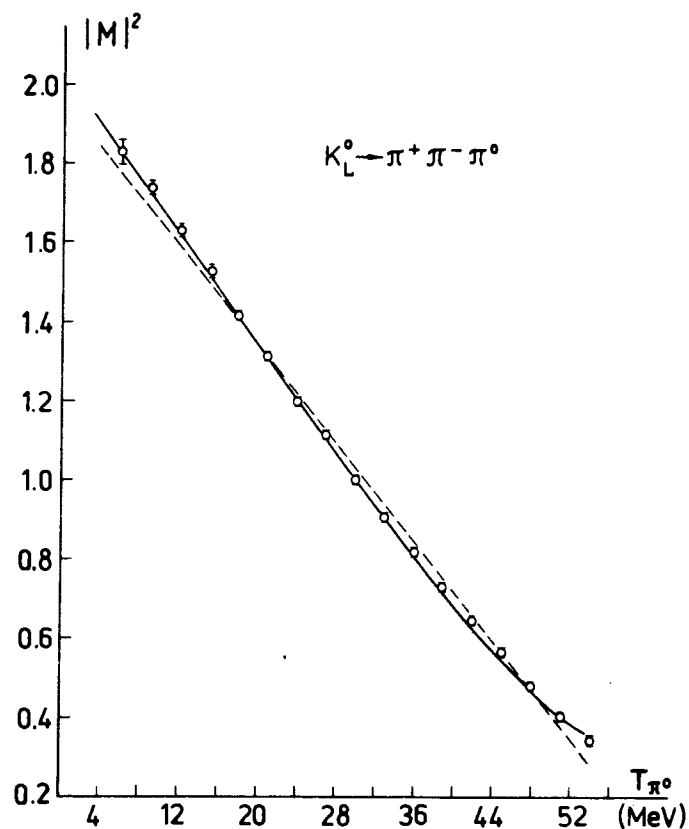


Рис. 7. Распределение по энергии π^0 -мезона в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. Точки - экспериментальное распределение из работы /4/. Пунктир - фит по $|M|^2 \approx 1 + C(k_{12}^2 - k_0^2)$. Сплошная кривая - фит по формуле /6/.

ментальных данных о $\pi\pi$ -рассеянии в области 500-1000 МэВ. В области дисперсионной техники недавно новый шаг вперед был сделан Роем /22/, который получил строгие парциально-волновые уравнения для $\pi\pi$ -рассеяния на основе кроссинг-симметрии и дисперсионных соотношений. Эти уравнения могут быть использованы для анализа экспериментальных данных /23/. Сначала

Таблица 4

Канал	10^6 сек^{-1}	I решение	II решение
$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{\pm} \pi^{\mp}$	4.52 ± 0.02	4.5I	4.5I
$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$	2.43 ± 0.05	2.45	2.35
$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 \pi^0$	1.40 ± 0.04	1.48	1.48
$K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	4.15 ± 0.16	4.3I	4.59

находят класс $\pi\pi$ -амплитуд при низких энергиях, которые удовлетворяют унитарности, кроссинг-симметрии и дисперсионным соотношениям при фиксированной передаче, а затем выделяют подкласс $\pi\pi$ -амплитуд, которые удовлетворяют экспериментальным данным в интервале энергий от 500 до 1000 МэВ. Экспериментальные требования в этой области энергий можно сформулировать следующим образом:

1/. В P-состоянии $\pi\pi$ -системы с изотопическим спином $T = 1$ существует резонанс с массой и шириной ρ -мезона;

2/. В S-состоянии $\pi\pi$ -системы с $T = 2$ резонансов нет и фаза δ_0^2 в районе ρ -мезона равна $-15 \pm 5^\circ$;

3/. Неупругость ниже порога $K\bar{K} \approx 1 \text{ ГэВ}$ пренебрежимо мала;

4/. В S-состоянии $\pi\pi$ -системы с $T = 0$ фаза δ_0^0 в интервале энергий $500 < E_{\pi\pi} < 900 \text{ МэВ}$ находится в соответствии с экспериментальными данными по образованию $\pi\pi$ -системы.

Требования кроссинг-симметрии, которым удовлетворяют уравнения Роя, приводят к сильным корреляциям между различными парциально-волновыми амплитудами и, в частности, для S-волновых амплитуд, приводят к так называемой "универсальной кривой" /рис. 8/. Как видно из рисунка, большие /по сравнению с предсказаниями Вайнберга длины рассеяния a_0 возможны, но они допустимы при очень малых положительных значениях $a_2 = 0,02 \text{ м}^{-1}$.

Возникает вопрос - на каком пути можно согласовать два полученных нами совершенно разными методами результата?

Анализ $K \rightarrow 3\pi$ -распадов проведен нами с точностью до кубических по относительным импульсам пионов членов. Недостатком использованного нами метода является то, что априори невозможно оценить вклад аналитических членов более высокого порядка. Выполнение же совместного анализа $K \rightarrow 3\pi$ -распадов с учетом членов четвертого порядка привело бы к удвоению числа фигурирующих параметров /12 вместо 6/ и в настоящее время

трудно выполнимо. Возможно, что наличие относительно больших членов четвертого порядка приведет к уменьшению длин рассеяния. С учетом членов более высокого порядка в амплитуде $K \rightarrow 3\pi$ - распада связан вопрос о параметризации фазы пион-пионного рассеяния. Учет в квадрате амплитуды кубических членов /как сделано в нашей работе/ соответствует параметризации фазы в приближении длины рассеяния: $k \operatorname{ctg} \delta = a^{-1}$.

Поправки, соответствующие приближению эффективного радиуса $k \operatorname{ctg} \delta = \frac{1}{a} + \frac{r k^2}{2}$, войдут в выражение для квадрата амплитуды в члены четвертого порядка. Если знак эффективного радиуса r_0 отрицателен, как следует из предсказаний Вайнберга, то это приведет к уменьшению длины рассеяния a_0 . К уменьшению длины рассеяния приведет также учет подпорогового нуля /26/ при параметризации фазы $\pi\pi$ -рассеяния. Однако, так как полная энергия $\pi\pi$ -системы в $K \rightarrow 3\pi$ -распаде сравнительно невелика и находится в интервале $280 < E_{\pi\pi} < 360$ МэВ, то выбор параметризации фазы не должен сильно повлиять на величину длины рассеяния. Другая причина изменения длины $\pi\pi$ -рассеяния в $K \rightarrow 3\pi$ -распадах может быть связана с учетом систематических ошибок в экспериментальных данных. Так как эффекты $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии малы и проявляются главным образом на границах физической области, то наличие неучтенных систематических ошибок может привести к существенному изменению результата.

Что касается длин рассеяния, полученных нами из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога, то здесь дальнейшее уточнение может быть связано с учетом дополнительных диаграмм с внутренними нуклонными линиями, которые на самом пороге реакции исчезающе малы, но могут дать некоторый вклад вблизи порога, а также диаграмм с "жесткими" пионами /27/, что равносильно учету петлевых диаграмм в суперпропагаторном методе /10/. С экспериментальной точки зрения представляет интерес исследование еще не изученных каналов реакций, например, $\pi^- p \rightarrow \pi^0 p_0$ вблизи порога.

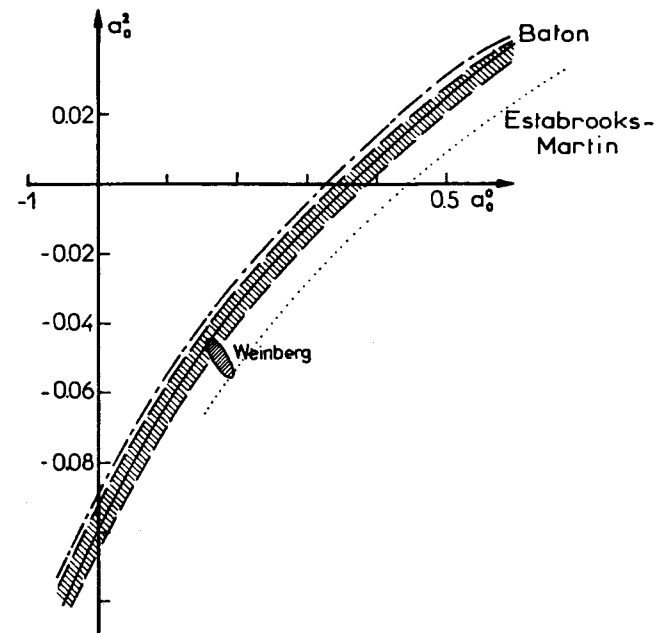


Рис. 8. "Универсальная кривая", связывающая S-волновые длины пион-пионного рассеяния a_0 и a_2 .

Таким образом, указанные теоретические неопределенности в примененных моделях для получения S-волновых длин пион-пионного рассеяния из экспериментальных данных по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога и $K \rightarrow 3\pi$ -распадам все еще приводят к большой неопределенности в значениях a_0 и a_2 . Наиболее вероятные значения S-волновых длин находятся в пределах $0,17 \pm 0,01 / m^{-1} < a_0 < 0,59 \pm 0,07 / m^{-1}$ $-0,045 \pm 0,005 / m^{-1} < a_2 < -0,20 \pm 0,03 / m^{-1}$, где приведенные в скобках ошибки соответствуют экспериментальным погрешностям.

Отметим, что из двух экспериментов по распадам $K_{e4}^{\pm} \rightarrow \pi^+ \pi^- e^{\pm} \nu$, выполненных в ЦЕРНе /24/ и США /25/, в анализе которых был применен одинаковый теоретический подход, также получается большая неопределенность в значении a_0 .

Но эта неопределенность обусловлена, по-видимому, систематическими экспериментальными ошибками:

$$/0,17 \pm 0,13/m_{\pi}^{-1} < a_0 < /0,60 \pm 0,20/m_{\pi}^{-1} .$$

Можно надеяться, что более детальный теоретический анализ и дальнейшее уточнение экспериментальных данных позволят уже в ближайшее время намного точнее оценить S-волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния из анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога и $K \rightarrow 3\pi$ -распадов.

Литература

1. Ю.А.Батусов, С.А.Бунятов, В.М.Сидоров, В.А.Ярба. ЯФ, 1, 526, 1965.
2. Ю.А.Батусов, С.А.Бунятов, Г.Р.Гулканян, В.М.Сидоров, М.Мусаханов, Г.Ионице, Е.Лозняну, В.Михул, Д.Тувдендорж. Препринт ОИЯИ, P1-7969, Дубна, 1974.
3. W.T.Ford et al. Phys.Lett., 38B, 335, 1972.
4. R.Messner et al. Proc. XVI Int. Conf. on High Energy Phys., v.2, 220, Chicago, 1972.
5. S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 18, 188, 1967.
6. M.Olsson, L.Turner. Phys.Rev.Lett., 20, 1127, 1968. Phys.Rev., 181, 2141, 1961.
7. В.Н.Грибов. Nucl. Phys., 5, 653, 1968. ЖЭТФ, 34, 749, 1958; ЖЭТФ, 41, 1221, 1961.
8. V.V.Anisovich, A.A.Anselm, V.N.Gribov. Nucl. Phys., 38, 132, 1962. В.В.Анисович, А.А.Ансельм. УФН, 88, 287, 1966.
9. J.Franclin. Phys.Rev., 105, 1101, 1957; L.S.Rodberg. Phys.Rev., 106, 1090, 1957; E.Kazes. Phys.Rev., 107, 1131, 1957.
10. G.F.Chew, E.E.Low. Phys.Rev., 101, 1571, 1956.
11. Ким Зе Пхен, В.Целлнер. Phys. Rev., 123, 1021, 1961.
12. С.Т.Гоebel, Н.Т.Сchnitzer. Phys.Rev., 123, 1021, 1961.
13. Н.Т.Сchnitzer. Phys. Rev., 125, 1059, 1962.
14. I.Schwinger. Phys.Lett., 24B, 473, 1967.
15. P.Chang and F.Gurse. Phys.Rev., 164, 1752, 1967.
16. М.Волков, В.Первушин. Препринт ОИЯИ, E2-7661, 1974; ЯФ, 20, 762, 1974.
17. В.В.Анисович, Л.Г.Дахно. Письма в ЖЭТФ 6, 907, 1967; Л.Г.Дахно. ЯФ 12, 840, 1970. В.В.Анисович, П.Э.Волковицкий. ЯФ 14, 1055, 1971.
18. С.А.Бунятов, П.Э.Волковицкий, Г.Р.Гулканян. Препринт ОИЯИ, E1-8065, 1974.

19. N.Barash-Schmidt et al. Rev. of Mod. Phys., 45, p.11, 1973.
20. А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров. УФН, 100, 225, 1970. П.Э.Волковицкий. ЯФ, 20, 3, 1974.
21. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, 1961.
22. S.H.Roy. Phys.Lett., 36B, 353, 1971.
23. T.L.Basedevant, T.C. Le Guillon and H.Novelet. Nuovo Cim., 71, 363, 1972.
24. A.Zylberstein. Phys.Lett., 38B, 457, 1972.
25. E.M.Beier et al. Phys.Rev.Lett., 30, 399, 1973.
26. V.V.Serebryakov, D.V.Shirkov. Phys.Lett., 25B, 138, 1967.
27. R.Arnowitz et al. Phys.Rev., 175, 1802, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 ноября 1974 года.