

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P1-84-801

Э.Мулас, Б.Словинский

МНОЖЕСТВЕННОСТЬ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ  
И УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОТОНОВ,  
ИСПУСКАЕМЫХ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ  
ПРОТОНОВ И  $\pi$ -МЕЗОНОВ С АТОМНЫМИ ЯДРАМИ  
В ИНТЕРВАЛЕ ЭНЕРГИИ 2-9 ГэВ

1984

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Существующие экспериментальные данные о вторичных продуктах ядерных реакций при релятивистских энергиях чаще всего относятся к одной или не более чем двум наблюдаемым характеристикам. Так, например, изучаются энергетические распределения под определенным углом эмиссии данного сорта частиц и т.д. Вместе с тем для эффективной проверки большинства моделей необходимо располагать более полной экспериментальной информацией об изучаемом процессе /например, <sup>1/</sup>/. В частности, при исследовании образования протонов промежуточных энергий / $T_p \geq 30$  МэВ/ в адрон-ядерных столкновениях недостаточно изучена множественность образования этих протонов в отдельных угловых и энергетических интервалах, а также статистическая зависимость между энергией, углом эмиссии и частотой испускания протонов, которая имеет подчас решающее значение для выяснения механизма взаимодействия. Кроме того, компактная запись большого количества экспериментальных данных, касающихся энергии, углов эмиссии и множественности протонов, испускаемых в адрон-ядерных столкновениях, весьма полезна как при реализации некоторых вариантов каскадно-испарительных моделей /КИМ/<sup>2/</sup>, так и в практических приложениях /в дозиметрии и др./.

В настоящей работе дано единое статистическое описание ранее полученной нами экспериментальной информации о множественности эмиссии, энергетических и угловых распределениях протонов, образованных в реакциях:

$$p + Xe \rightarrow kp + \dots \quad /1/$$

при 2,3 ГэВ/с,  $k = 1 \div 9$ , и

$$\pi^- + Xe \rightarrow kp + \dots \quad /2/$$

при 9 ГэВ/с,  $k = 1 \div 16$ <sup>3-5/</sup>.

## II. ИСХОДНАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

В дальнейшем мы будем исходить из следующих трех установленных нами и другими авторами фактов.

1. Было показано<sup>3/</sup>, что множественность  $k$  испускаемых в реакциях /1/ и /2/ протонов с энергией  $T_p \geq 30$  МэВ можно аппроксимировать распределением

$$f_1(k) = k^\alpha \cdot \exp(-k^2/2\lambda^2), \quad /3/$$



где  $\alpha$  и  $\lambda$  - параметры, подбираемые при анализе экспериментальных данных.

2. Экспериментально установлено во многих работах /например, /5-7/, что энергетические спектры протонов промежуточных энергий можно на достаточно высоком уровне достоверности аппроксимировать функцией

$$f_2(T) = N \cdot \exp(-T/T_0), \quad /4/$$

где параметр  $T_0$ , имеющий смысл температуры, является константой для определенного угла эмиссии при энергии налетающего адрона  $E \geq 3,5$  ГэВ /5,7/.

3. Угловые распределения вторичных протонов удовлетворительно воспроизводятся с помощью функции вида /4,8/:

$$f_3(\cos \theta | k, T) = M \cdot \exp[B(k, T) \cdot \cos \theta], \quad /5/$$

$\theta$  - угол эмиссии протона в л.с.

Следует отметить, что приведенные параметризации /3/-/5/ имеют обоснование в ряде различных моделей, применяемых для описания адрон-ядерных взаимодействий, например, в модели кластеров /МК/ /9/, в КИМ /10/. Надо также подчеркнуть, что использование такого рода формул в некоторых вариантах КИМ приводит к существенному выигрышу во времени их реализации /см., например /2/ /.

### III. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ЭМИССИИ ПРОТОНОВ

Топологическое дифференциальное сечение /ДС/ образования в реакции /1/ и /2/ протонов, испускаемых под углом  $\theta$  в л.с. и имеющих кинетическую энергию  $T$ , можно записать в виде произведения условных вероятностей следующим образом:

$$\frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma(k)}{dT \cdot \cos \theta} = F(k, T, \cos \theta) = D \cdot f_1(k) \cdot f_2(T | k) \cdot f_3(\cos \theta | T, k), \quad /6/$$

где  $\sigma_{in}$  - сечение неупругих процессов  $pXe$  и  $\pi^-Xe$ , в которых наблюдается, по крайней мере, один протон с энергией  $T = /30-150/$  МэВ.

Численные значения этих сечений были рассчитаны в глауберовском приближении. Они равны:  $\sigma_{in}(pXe) = 870$  мб для реакции /1/ и  $\sigma_{in}(\pi^-Xe) = 840$  мб - для реакции /2/. В формуле /6/

$$f_3(\cos \theta | T, k) = \exp\{[ak + (c + bk) \cdot T] \cdot \cos \theta\}, \quad /7/$$

функции  $f_1(k)$  и  $f_2(T)$  определены соотношениями /3/ и /4/ соответственно. Использовано также установленное нами ранее /5/ свой-

Таблица 1

Величины параметров функции /6/, аппроксимирующей распределения по энергии, углу эмиссии и множественности протонов, испускаемых во взаимодействиях /1/ и /2/.  
С - значения статистики  $\chi^2$  на одну степень свободы

Реакция	$D \cdot 10^{-2}$ (МэВ) <sup>-1</sup>	$T$ МэВ	$\lambda$	$a \cdot 10^{-3}$ (МэВ) <sup>-1</sup>	$b \cdot 10^{-4}$ (МэВ) <sup>-1</sup>	$c \cdot 10^{-3}$ (МэВ) <sup>-1</sup>	$\alpha$	С
2,3ГэВ/с	2,12	63±1	2,7 ±0,1	-21 ±3	-6,5 ±0,5	18 ±1	1,10 ±0,05	171 153
9 ГэВ/с	4,09	66±1	4,2 ±0,1	-55 ±2	7,4 ±0,2	13,0 ±0,5	0,95 ±0,02	242 293

ство независимости кинетической энергии протонов от их множественности. Нормировочный фактор D в /6/ определяется из условия

$$D \sum_{k=1}^{k_0} \int_{T_1}^{T_2} dt \int_{-1}^1 d \cos \theta \cdot f_1(k) \cdot f_2(T) \cdot f_3(\cos \theta | k, T) = 1, \quad /8/$$

здесь  $k_0$ ,  $T_2$  и  $T_1$  обозначают максимальные значения  $k$  и  $T$ , а  $T_1$  - минимальное значение  $T$  соответственно, причем  $k_0 = 9$  для реакции /1/ и  $k_0 = 16$  в случае /2/,  $T_1 = 30$  МэВ и  $T_2 = 150$  МэВ. Дифференциальное сечение /ДС/ равно  $\sum_k d\sigma(k)/dT \cdot d \cos \theta$ . Инклюзивное дифференциальное сечение /ИДС/ равно  $\langle k \rangle \sum_k d\sigma(k)/dT d \cos \theta$ .  $\langle k \rangle$  обозначает здесь среднее число протонов, испускаемых в данной реакции.

Численные значения параметров  $T_0$ ,  $\lambda$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  найдены путем минимизации целевой функции, определенной следующим образом:

$$C = \frac{\chi^2}{f} = \frac{N_p}{f} \sum_k \int_{T_1}^{T_2} dt \int_{-1}^1 d \cos \theta \frac{[E(k, T, \cos \theta) - F(k, T, \cos \theta)]^2}{F(k, T, \cos \theta)}, \quad /9/$$

где С соответствует тестовой статистике  $\chi^2$  на одну степень свободы,  $E$  - плотность вероятности наблюдения протона, испущенного под углом  $\theta$  с энергией  $T$  в классе взаимодействий с  $k$  протонами, образованными в реакциях /1/ или /2/.  $N_p$  - полное число протонов с энергией  $T = /30-150/$  МэВ. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

На рисунках 1,2 и 3 показаны, соответственно, распределения по множественности, энергетические и угловые распределения про-



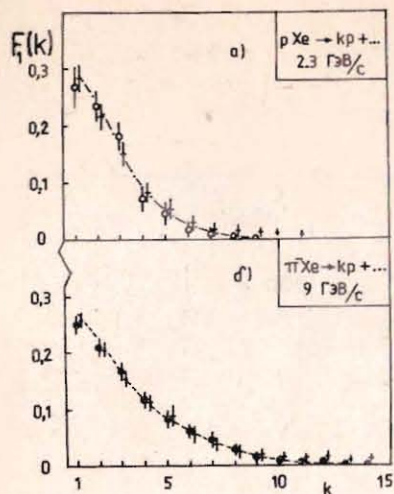


Рис.1. Распределения по множественности протонов с энергией  $T = /30 \div 150/$  МэВ: а - для реакции /1/ - светлые кружки, б - для реакции /2/ - темные кружки. Крестиками обозначены результаты расчета по КИМ <sup>/10/</sup>. Штриховая линия соответствует значениям функции /6/, проинтегрированной по  $T$  и  $\cos \theta$ .

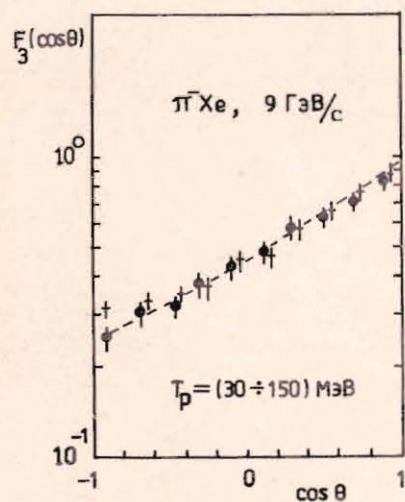
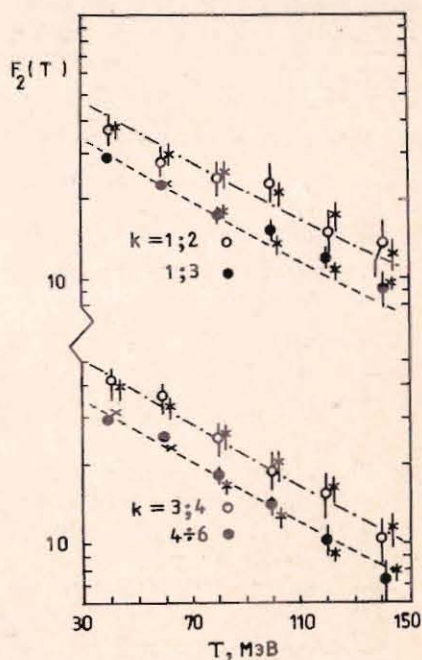


Рис.3. Угловые распределения протонов, испускаемых во взаимодействиях  $\pi^- \text{He}$  при 9 ГэВ/с. Обозначения те же, что на рис.1 и 2. Интегрирование и суммирование функции /6/ производились по  $T$  и  $k$  соответственно.

Рис.2. Энергетические спектры протонов, испускаемых в реакциях /1/ и /2/. Обозначения те же, что и на рис.1. Функция /6/ проинтегрирована по  $\cos \theta$ .



тонов, испускаемых в реакциях /1/ и /2/. Там же приведены численные значения функции /6/, аппроксимирующей экспериментальные распределения и численные оценки, полученные на основе КИМ <sup>/10/</sup>. В табл.2 помещены значения тестовой статистики  $\chi^2$  при  $f$  степенях свободы, вычисленные при сравнении экспериментальных распределений по множественности, энергии и углу эмиссии протонов с КИМ <sup>/10/</sup> и с функцией /6/.

Можно видеть, что результаты КИМ, относящиеся к протонам из реакций /1/ и /2/, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, представленными в виде формулы /6/. Этого и следовало ожидать, так как рассматриваемый интервал энергий и передачи четырехскорости /также и при  $\cos \theta < 0/$  относится к началу переходной области, в которой преобладают внутриядерные взаимодействия на уровне квазичастиц <sup>/12/</sup>.

Следует также отметить, что формула /6/ имеет по отношению к экспериментальным данным тот же уровень достоверности, что и распределения, вычисленные на основе КИМ <sup>/10/</sup>.

Таблица 2

Значения тестовой статистики  $\chi^2/f$ , полученные при сравнении экспериментальных распределений протонов по множественности  $F_1(k)$  энергии  $F_2(T|k)$  и углу эмиссии  $F_3(\cos \theta|k)$ , с КИМ <sup>/10/</sup> и с функцией /6/

Реакция	Распределение	КИМ <sup>/10/</sup>		Функция (6)
		$k$		
$p\text{He} \rightarrow kp + \dots$ 2,3 ГэВ/с	$F_1(k)$	6, 1/8		7, 7/8
	$F_2(T k)$	1;2	4, 1/5	5, 7/5
		3;4	4, 1/5	2, 3/5
	5;9	6, 2/5	8, 1/5	
$\pi^- \text{He} \rightarrow kp + \dots$ 9 ГэВ/с	$F_3(\cos \theta k)$	1;2	4, 4/5	3, 1/5
		3;4	1, 6/5	1, 8/5
		5;9	6, 5/5	7, 3/5
$\pi^- \text{He} \rightarrow kp + \dots$ 9 ГэВ/с	$F_1(k)$	10, 2/15		14, 1/15
	$F_2(T k)$	$k$		
		1+3	3, 8/5	4, 6/5
	4+6	2, 9/5	1, 8/5	
	7+16	4, 1/5	3, 7/5	
	$F_3(\cos \theta k)$	1+3	3, 7/5	2, 8/5
		4+6	4, 7/5	3, 6/5
		7+16	5, 1/5	6, 3/5



Совершенно противоположной КИМ в отношении механизма адрон-ядерного взаимодействия является МК<sup>/9/</sup>. В этой модели предполагается, что источником протонов является образованный нуклоном отдачи и движущийся в ядре кластер, который распадается вне ядра, испуская протоны и другие частицы. Дифференциальное инвариантное сечение эмиссии протонов в этой модели определяется следующей формулой<sup>/9/</sup>:

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \sim \exp(-\gamma \frac{T}{T_0^*}) \cdot \exp(\frac{\beta\gamma}{T_0^*} T \cdot \cos\theta), \quad /10/$$

где параметры  $\beta$  и  $T_0^*$  являются соответственно скоростью движущегося кластера в л.с. и "температурой" распределения по кинетической энергии протонов в системе отсчета, связанной с кластером:  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ . Соответствующая температуре  $T_0^*$  температура  $T_0$  распределения по кинетической энергии протонов, испущенных кластером в л.с., определена преобразованием Лоренца<sup>/9/</sup>:

$$T_0(\cos\theta) = \frac{T_0^*}{\gamma(1 - \beta \cos\theta)}. \quad /11/$$

Полученные путем аппроксимации наших экспериментальных данных значения параметров  $\beta$  и  $T_0^*$  равны:  $\beta = 0,57 \pm 0,18$  и  $T_0^* = 139 \pm 8$  МэВ для реакции /1/, вызванной протонами, и  $\beta = 0,47 \pm 0,19$  и  $T_0^* = 147 \pm 7$  МэВ для  $\pi^-$ -Xe-взаимодействий /2/. Следует отметить, что в МК не учитываются такие экспериментально установленные факты, как, например, эффект лидирующего протона, что особенно важно в случае взаимодействий, вызванных протонами, а также квазисвободные взаимодействия и др. Эти эффекты влияют на угловую зависимость протонов  $T_0(\cos\theta)$  преимущественно в интервале углов эмиссии  $\cos\theta > 0$ , в то время как выходом таких протонов назад в л.с. можно пренебречь. Поэтому мы аппроксимировали зависимость  $T_0(\cos\theta)$  только в области  $\cos\theta < 0$ . В этом случае  $\beta = 0,40 \pm 0,11$  и  $T_0^* = 134 \pm 8$  МэВ для реакции /1/, и  $\beta = 0,10 \pm 0,02$  и  $T_0^* = 137 \pm 3$  МэВ для реакции /2/.

На рис.4 сравнивается зависимость наклона  $T_0$  энергетических спектров протонов с  $T_p = 130 \div 150$  МэВ, испускаемых во взаимодействиях  $p$ -Xe /1/ и  $\pi^-$ -Xe /2/, от угла  $\theta$  их эмиссии в л.с., с аналогичными численными оценками, вытекающими из МК<sup>/9/</sup>. Хотя и наблюдается удовлетворительное согласие между экспериментальными данными и предсказаниями МК, тем не менее для параметра скорости кластера  $\beta$  полученное, в случае реакции /1/, значение заметно отличается от соответствующей величины, характеризующей движение кластера в МК / $\beta = 0,1 \div 0,2$ /<sup>/9,11/</sup>.

Можно показать, что формула ТДС /6/ с численными значениями параметров для реакции /2/ может быть использована в расчетах ДС и ИДС испускания протонов в адрон-ядерных взаимодействиях

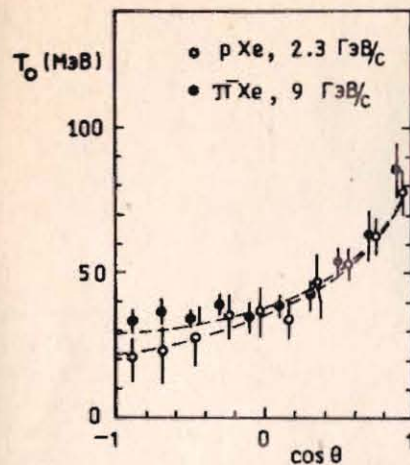


Рис.4. Зависимость наклона энергетических спектров протонов из реакций /1/ и /2/ от угла  $\theta$  их испускания в л.с. Штриховыми линиями изображены результаты расчета по кластерной модели<sup>/9/</sup>.

практически независимо от сорта и энергии первичного адрона, ядра-мишени в области значений энергии выше нескольких ГэВ. С этой целью можно воспользоваться результатами работы<sup>/2/</sup>, касающимися  $A$ -зависимости и энергетической зависимости наклона  $T_0$  энергетических

спектров протонов в интервале /30 ÷ 150/ МэВ, а также величиной относительного выхода  $R$  протонов в заднюю полусферу в л.с., которая непосредственно связана с величиной  $B$  наклона угловых распределений /5/. На рис.5 показана  $A$ -зависимость величин  $T_0$  и  $R$ , нормированных на соответствующие им значения при  $E_k = 9$  ГэВ и  $A = 131$ . Можно заметить, что изменение величины  $R$  для протонов, испускаемых в  $h$ - $A$  взаимодействиях при  $A \geq 12$  и энергии /2 ÷ 9/ ГэВ, а также при более высоких значениях энергии, не превышает 12%. Зависимость параметра  $T_0$  от атомного номера ядра-мишени и кинетической энергии частицы - снаряда описывается выражением<sup>/2/</sup>:

$$T_0(A|E_k) = T_0(131|9) \cdot T_{ON}(A|E_k), \quad /12/$$

где

$$T_{ON}(A|E_k) = \begin{cases} 5,87(1 - 0,001A)(0,11 + 0,01E_k) & \text{при } E_k < 10 \text{ ГэВ} \\ 1,23(1 - 0,001A) & \text{при } E_k \geq 10 \text{ ГэВ.} \end{cases}$$

Таким образом, ДС и ИДС можно определить с точностью до нормирующего фактора /8/, используя выражения /6/ и /12/. При этом, как было показано выше, формулы, полученные для реакции /2/, остаются справедливыми с точностью не хуже 12% и при энергии налетающих адронов выше 10 ГэВ, а также для широкого интервала значений атомного числа  $A$  ядерных мишеней, начиная с ядра углерода.

В заключение можно сделать вывод, что полученная нами на основании экспериментальных данных о реакции /2/ формула /6/,



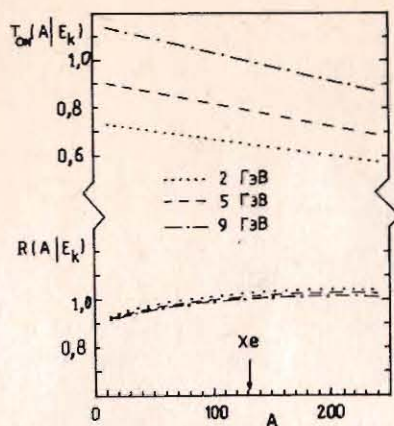


Рис. 5. А - зависимость наклона  $T_{ON}$  энергетических спектров протонов и относительного выхода  $R$  протонов в заднюю полусферу в л.с. при энергиях частицы-снаряда  $/2 \div 9/$  ГэВ<sup>1/2</sup>. Величины  $T_{ON}$  и  $R$  выражены в единицах, равных соответствующим им значениям для реакции  $/2/$ .

описывающая зависимость сечения эмиссии протонов промежуточных энергий от их множественности, углов эмиссии и кинетической энергии, справедлива с точ-

ностью 12% также и для других налетающих адронов и ядерных мишеней в области энергий предельной фрагментации ядра мишени, т.е.  $\sim 3,5$  ГэВ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов В.Б., Лексин Г.А. В кн.: X школа физики. ИТЭФ, М., 1983, вып.1, с. 346.
2. Hansgen K., Mohring H.J., Ranft J. KMU-HEP-83-06, Leipzig, 1983.
3. Мулас Э., Словинский Б. ОИЯИ, P1-83-201, Дубна, 1983.
4. Словинский Б., Мулас Э., Вокал С. ОИЯИ, P1-83-202, Дубна, 1983.
5. Словинский Б., Мулас Э. ЯФ, 1981, т.34, вып.3/9/, с. 777.
6. Баюков Ю.Д. и др. Изв. АН СССР, сер.физ., 1966, т.30, с.521.
7. Ставинский В.С. ЭЧАЯ, 1979, т. 10, вып.5, с. 949.
8. Jacobsson B. et al. LUIP-CR-74-14, 1974.
9. Otterlund I. et al. Nucl.Phys., 1978, B142, p. 445.
10. Богацкая И.Г. и др. ЯФ, 1978, т. 27, с. 856.
11. Барашенков В.С., Тонеев В.Д. Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. Атомиздат, М., 1972; Гудима К. ОИЯИ, P2-10431, Дубна, 1977.
12. Nakai K. et al. Phys.Lett., 1983, B121, p. 373.
13. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, 1-84-185, Дубна, 1984.

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 декабря 1984 года.

Мулас Э., Словинский Б.

P1-84-801

Множественность, энергетические и угловые распределения протонов, испускаемых во взаимодействиях протонов и  $\pi^-$ -мезонов с атомными ядрами в интервале энергии 2-9 ГэВ

На основании ранее полученных авторами экспериментальных данных о распределениях по множественности  $k$ , кинетической энергии  $T$  и углу эмиссии  $\theta$  протонов, испускаемых во взаимодействиях  $pXe$  при 2,3 ГэВ/с и  $\pi^-Xe$  при 9 ГэВ/с<sup>/3-5/</sup> выведена

формула:  $\frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma(k)}{dT d\cos\theta} = D \cdot f_1(k) \cdot f_2(T) \cdot f_3(\cos\theta | k, T)$ , описывающая

дифференциальное сечение образования этих протонов в зависимости от всех трех перечисленных физических переменных. Проведено сравнение этой формулы с экспериментальными данными и оценками, вытекающими из каскадно-испарительной модели<sup>/10/</sup> и кластерной модели<sup>/9/</sup>.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Mulas E., Slowinski B.

P1-84-801

Multiplicity, Energy and Angular Distributions of Protons Emitted in Collisions of Protons and  $\pi^-$ -mesons with Atomic Nuclei within the 2-9 GeV energy Interval

Using early obtained by us experimental data concerning multiplicity ( $k$ ), kinetic energy ( $T$ ) and emission angle ( $\theta$ ) distributions of protons produced in  $pXe$  collisions at 2.3 GeV/c

and  $\pi^-Xe$  collisions at 9 GeV/c the formula  $\frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma(k)}{dT d\cos\theta} =$

$= D \cdot f_1(k) \cdot f_2(T) \cdot f_3(\cos\theta | k, T)$ , has been deduced describing a differential cross section for emission of these protons as a function of variables pointed above. A comparison of this formula with the experimental data is made and estimations resulting from internuclear cascade model and cluster model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984