

328

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



10/11-75

A-465

P1 - 8328

525/2-75

Л.Александров, Т.Ангелеску, Ф.Никитиу,  
И.В.Фаломкин, Ю.А.Щербаков

ЗАВИСЯЩИЙ ОТ ЭНЕРГИИ ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ  $\pi^{\pm}\text{He}^4$   
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P1 - 8328

Л.Александров,<sup>1</sup> Т.Ангелеску,<sup>2</sup> Ф.Никитиу,<sup>2</sup>  
И.В.Фаломкин, Ю.А.Щербаков

**ЗАВИСЯЩИЙ ОТ ЭНЕРГИИ ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ  $\pi^{\pm}\text{He}^4$   
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ**

Направлено на конференцию  
"Few Body Problems in Nuclear Physics",  
Quebec, Canada, 1974.

---

<sup>1</sup> Институт физики, София.

<sup>2</sup> Институт атомной физики, Бухарест.

## SUMMARY

We present an energy-dependent phase-shift analysis of elastic  $\pi^+He^4$  scattering for the energy interval from 24 MeV to 160 MeV ( all existing data on differential and total cross sections ).

Using the idea of quasipotential /1/ we have obtained equations for scattering amplitudes with relativistic kinematics.

Prior to the energy-dependence phase-shift analysis we have made a fit of all single-energy /2/ solutions to test different forms for energy behavior of partial wave amplitudes. This analysis was repeated including high partial wave amplitudes taken from ACE analysis /3/ and the new experimental data on total cross section /4/. The least  $\chi^2$  per data point and least number of free parameters are reached with the parametrization of eq. (9).

For Chi-squared minimization we have used a new algorithm for solving non-linear systems of equations which is based on the regularized iteration processes of the Gauss-Newton type /5/.

The total number of free parameters was 51 for 393 data points ( 16 normalization parameters ). The  $\chi^2/N_p$  was  $\sim 2.2$  ( all points ) and 1.25 for a fit without 28 points ( with  $\chi^2 > 8$  ).

The results are shown in Fig.1 ( $\sigma_t$  and  $\eta_t$  for S, P, and D waves together with energy-independent phase-shift results ) and in Fig.2 ( Argand plot ). The total and elastic cross sections are shown in Fig.3. The resonant behavior of the P, D, F and G waves is demonstrated in Fig.4 by the velocity diagram of the Argand vector ( $|d\sigma_t/dT|$ ). The smallest non-resonant background is in the P wave for which the partial total and elastic cross section - Fig.5 - has a clear Breit-Wigner behavior.

Taking into account different tests for resonant behavior of partial waves it is possible to suggest a strong  $\pi He^4$  resonance in the P wave at a pion kinetic energy of 80 - 125 MeV. The Ref(0) is shown in Fig.6 ( the dashed region is the error corridor ), there are also shown our dispersion relations calculation ( curve a ) and finite sum-rules results from ref./6/ ( curve b and black squares ). The S wave scattering length is  $a_0 = -0.16 \pm 0.01 + i(0.055 \pm 0.007)$  fm and the electromagnetic pion radius obtained from our analysis using the method of ref./8/ is  $\langle r_{EM}^2 \rangle = 0.83 \pm 0.17$  fm.

Зависящий от энергии фазовый анализ проводится в интервале энергий 24÷180 МэВ. Полная амплитуда  $\pi^{\pm} \text{He}^4$  упругого рассеяния имеет вид:

$$f^{\pm}(\theta, k) = f_C^{\pm}(\theta, k) + f_S^{\pm}(\theta, k) \cdot \frac{1}{k} \sum_{\ell} (2\ell + 1) \left( e^{2i\zeta_{\ell}^{\pm}} - 1 \right) T_{\ell}(k) P_{\ell}(\cos\theta), \quad /1/$$

где  $T_{\ell}(k)$  являются амплитудами парциальных волн сильного взаимодействия:

$$T_{\ell} = \frac{\eta_{\ell} e^{2i\delta_{\ell}} - 1}{2i} = \frac{1}{\text{ctg} \Lambda_{\ell} - i}, \quad /2/$$

а  $\zeta_{\ell}^{\pm}$  - кулоновские сдвиги фаз:

$$\zeta_{\ell}^{\pm} = \arg \Gamma(\ell + 1 + i n_C^{\pm}). \quad /3/$$

Чисто ядерные и кулоновские амплитуды имеют соответственно вид

$$f_S = \frac{1}{k} \sum_{\ell} (2\ell + 1) T_{\ell}(k) P_{\ell}(\cos\theta), \quad /4/$$

$$f_C^{\pm} = \frac{-n_C^{\pm}}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp \left[ -i n_C^{\pm} \ln \sin^2 \frac{\theta}{2} - 2i \zeta_0^{\pm} \right] \cdot F_{\text{He}^4}(q^2) F_{\pi}(q^2), \quad /5/$$

где  $F_{\text{He}^4}(q^2)$  и  $F_{\pi}(q^2)$  - электромагнитные формфакторы ядра  $\text{He}^4$  и пиона соответственно. Нерелятивистский кулоновский параметр равен:

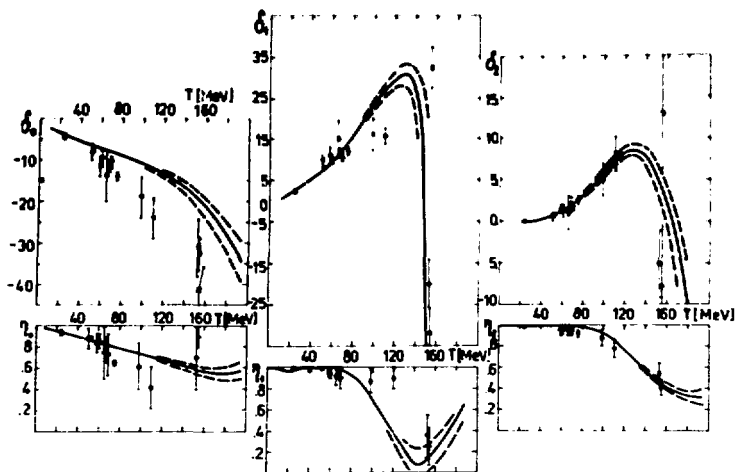


Рис. 1. Фазы  $\delta_r$  и коэффициенты упругости  $\eta_r$  в зависимости от кинетической энергии пиона для S-, P- и D-волн. Сплошные линии /пунктир изображает коридор ошибок/ - результаты наших вычислений, отдельные точки - результаты не зависящего от энергии фазового анализа <sup>2/</sup>.

$$n_C^+ = \frac{Z_1 Z_2 \alpha m}{k_{NR}}, \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad \alpha = \frac{1}{137}. \quad /6/$$

Чтобы получить аналогичные уравнения для амплитуды рассеяния с релятивистской кинематикой ( $k_{NR} \rightarrow k_R$ ), мы использовали идею квазипотенциала. Соответствующее уравнение Шредингера в случае релятивистской проблемы двух тел <sup>1/</sup> получается с помощью подстановки

$$m \rightarrow m_w = \frac{m_1 m_2}{w}, \quad w = (m_1 + m_2)^2 + 2Tm_2, \quad /7/$$

$$E \rightarrow k_R^2 / 2m_w,$$

в релятивистское уравнение Шредингера. В этой работе мы использовали подстановку Тодорова /7/ в соотношениях /1/-/6/. Релятивистский кулоновский параметр будет иметь вид:

$$n_{\pm}^{\pm} = Z_1 Z_2 a m_1 m_2 / k_{\pm} w \quad . \quad /8/$$

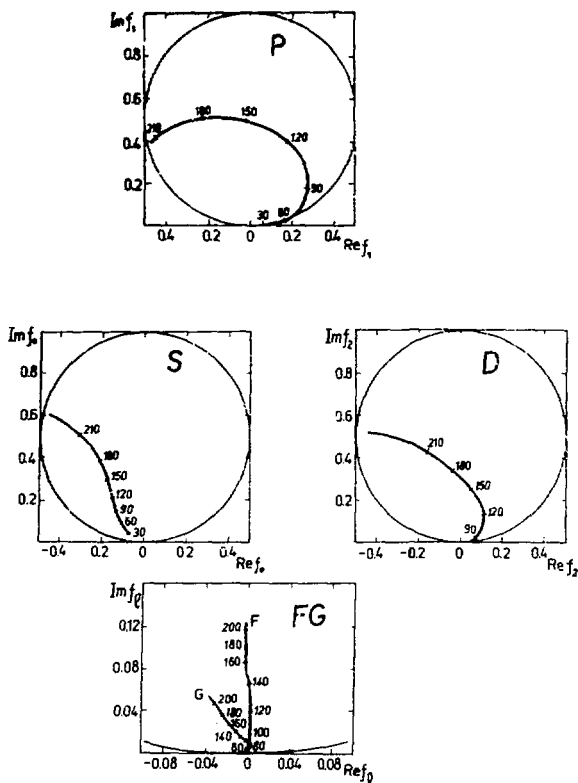


Рис. 2. Диаграммы Аргана для S-, P-, D-, F- и G-волн. Цифры у кривых показывают кинетическую энергию пиона в лабораторной системе координат.

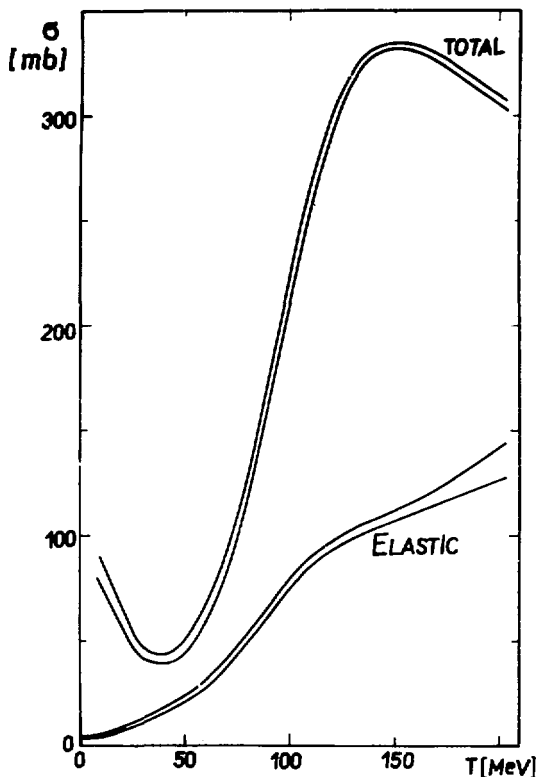


Рис. 3. Вычисленные полные сечения и сечения упругого рассеяния  ${}^4\text{He}$  /показан коридор ошибок/.

Прежде чем выполнять зависящий от энергии фазовый анализ, мы фитировали все решения при фиксированных энергиях <sup>2/</sup>, чтобы проверить различные формы энергетической зависимости амплитуд парциальных волн. Этот анализ был повторен с учетом амплитуд высших

парциальных волн, взятых из АСЕ-анализа<sup>3</sup>, и с учетом новых экспериментальных данных по полным сечениям<sup>4</sup>. Наименьшее значение  $\chi^2$  на одну экспериментальную точку и наименьшее число свободных параметров были получены при следующей параметризации чисто ядерной парциальной волны:

$$k^{2\ell+1} \operatorname{ctg} \Lambda_\rho = -\frac{1}{a_\rho} + b_\rho T + c_\rho T^2 + \dots, \quad /9/$$

где  $T$  - кинетическая энергия в лабораторной системе координат;  $a_\rho$ ,  $b_\rho$ ,  $c_\rho$  - комплексные числа. Для  $S$ -волн мы использовали 6 параметров, для  $P$ - и  $D$ -волн по

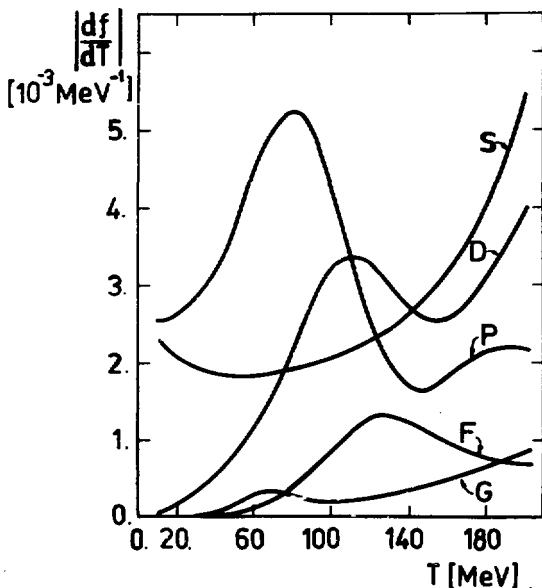


Рис. 4. Скорость изменения вектора Аргана  $|df_\ell/dT|$  в зависимости от кинетической энергии пиона.



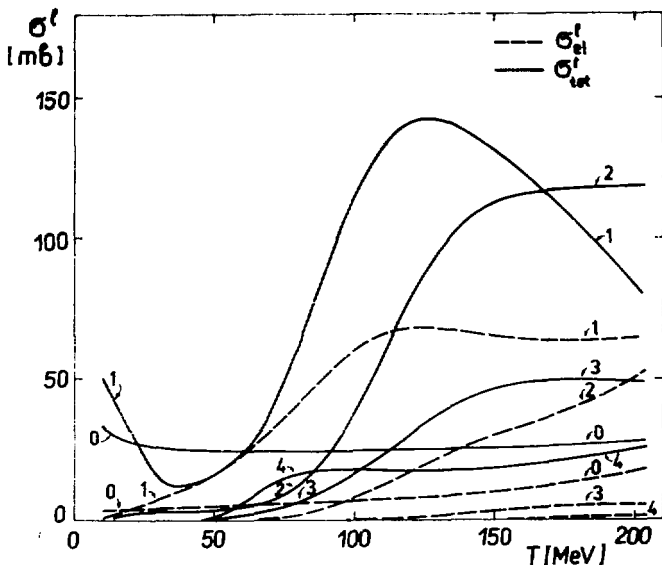


Рис. 5. Парциальные сечения упругого рассеяния и полные сечения для  $l = 0, 1, 2, 3, 4$ .

8 параметров и для F-- и G -волн по 6 параметров - итого 34 физических параметра. Полное число экспериментальных точек составляло 378 для сечений упругого рассеяния /154 точки для  $\pi^+\text{He}^4$  и 224 - для  $\pi^-\text{He}^4$  / и 15 - для полных сечений. В нашем анализе мы использовали еще 16 параметров /нормирующие множители, одинаковые для  $\pi^+$  и  $\pi^-$  при каждой энергии/ и плюс еще один параметр - электромагнитный радиус пиона /формфактор в гауссовой форме/. Полное число свободных параметров - 51 при 393 экспериментальных точках. При минимизации значения  $\chi^2$  мы использовали новый алгоритм для решения нелинейных систем уравнений, который основан на стандартных итерационных процессах гаусс-ньютоновского типа /5/. Величина  $\chi^2/N_F$  была равна  $\sim 4$  без нормирующих множителей, составляла  $\sim 2,2$

при наличии 16 нормирующих параметров и 1,25 для фита без 28 точек /для которых  $\chi^2_1 \geq 8$  /.

Результаты показаны на рис. 1 / $\eta$  и  $\delta$  для S-, P- и D-волн вместе с результатами фазового анализа, не зависящего от энергии/  $\nu$  на рис. 2 /диаграммы Аргана/.

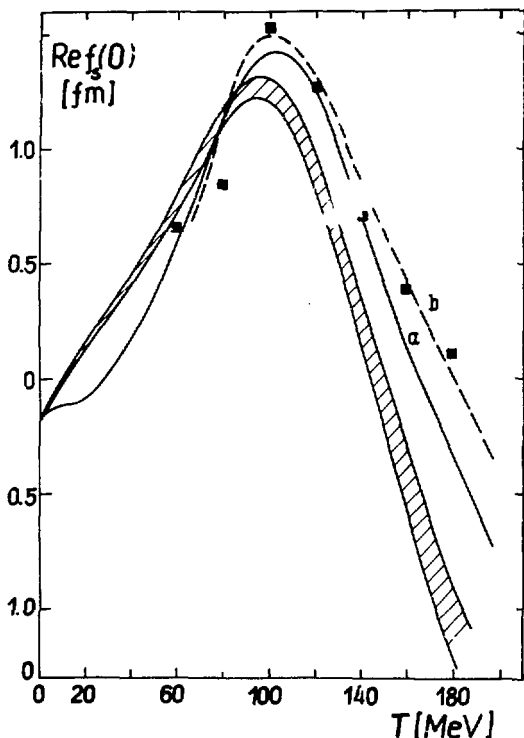


Рис. 6. Реальная часть амплитуды рассеяния вперед в лабораторной системе координат из нашего анализа /коридор ошибок заштрихован/, кривая а - наши вычисления на основе дисперсионных соотношений и кривая б - на основе правила конечных сумм <sup>16)</sup> /она плавно проведена через вычисленные точки, показанные квадратами на рисунке/.

Полные сечения и сечения упругого рассеяния показаны на рис. 3. Резонансное поведение P-, D-, F- и G-волн демонстрируется на рис. 4 диаграммой скоростей вектора Аргана ( $|\operatorname{Im} f_p / \operatorname{Re} f_p|$ ). Наименьший нерезонансный фон присутствует в P-волне, которая имеет ясную брейт-вигнеровскую форму в полном сечении и сечении упругого рассеяния /рис. 5/. На рис. 5 показаны  $\operatorname{Re} f_S(0)$  /заштрихованная область - координаты ошибок/, наши вычисления на основе дисперсионных соотношений /кривая а / и результаты, следующие из правила конечных сумм <sup>6</sup> /кривая б /.

Длина рассеяния для S-волны:

Из $\pi^+\text{He}^1$ при 24 МэВ <sup>7</sup>	Наш зависящий от энергии фазовый анализ	Мезоатомы <sup>9</sup>
$\operatorname{Re} a_0 = 0,188 \pm 0,004$	$-0,160 \pm 0,010$	$-0,143 \pm 0,004$
$\operatorname{Im} a_0 = 0,114 \pm 0,008$	$0,055 \pm 0,007$	$0,042 \pm 0,003$

Электромагнитный радиус пиона, полученный из нашего анализа с использованием метода из работы <sup>11</sup>, оказывается равным:  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,83 \pm 0,17$  фм.

### Литература

1. I. T. Todorov. JINR, E2-5813, Dubna, 1971.
2. I. V. Fayomkin, M. M. Kulyukin, V. I. Lyashenko, A. Mihul, F. Nichitiu, G. Piragino, G. Pontecorvo, Yu. A. Scherbakov. EI-6534, Dubna, 1972; Nuovo Cimento, 21A, 168 (1974); Lett. Nuovo Cim., 5, 1125 (1972).
3. O. V. Dumbrais, F. Nichitiu, Yu. A. Scherbakov. Rev. Roumaine de Physique, 18, 1249 (1973).
4. C. Wilkin, C. R. Cox, J. J. Domingo, K. Gabathuler, E. Pedroni, J. Rohlin, P. Schwaller, M. W. Tanner. Nucl. Phys., 62B, 61 (1973).
5. Л. Александров. Препринты ОИЯИ, P5-7258, P5-7259, Дубна, 1973.
6. G. Alberi, Z. Grossman, J. Leon, P. Osland. IC/74/13 Preprint, Trieste, 1974.
7. M. E. Nordberg, K. E. Kinsey. Phys. Lett., 20, 692 (1966), S. Dubnicka. Preprint JINR, E2-6765, Dubna, 1972.
8. F. Nichitiu, Yu. A. Scherbakov. Nucl. Phys., B61, 42S (1973).
9. G. Backenstoss et al. Nucl. Phys., B66, 125 (1974).  
H-Tong Cheon, T. von Egidy. Preprint Institut de Physique Universite de Liege, Belgium (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел  
18 октября 1974 года.